SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**
C.P. 476, FLORIANÓPOLIS - SC - CEP 88040-900
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
GRUPO DE ANÁLISE E PROJETO MECÂNICO - GRANTE
Fone (021)(48) 331-9264  FAX: 234-1519

# Apostila de Extensometria

**GRANTE**
**Grupo de Análise e Projeto Mecânico**

Florianópolis, julho de 2004

# Introdução

Os projetos e análises estruturais utilizam métodos de cálculo que avaliam a resistência do material comparada aos carregamentos aplicados. Estes carregamentos muitas vezes são estimados. Sendo assim, falhas por sobrecarga ou desgaste durante a vida podem ocorrer nas peças, devido a uma má avaliação das forças existentes e, por conseqüência, a errônea determinação de parâmetros de projeto.

O competitivo mercado atual exige que os projetos reduzam seus custos primando pela qualidade. Assim, surgiu a necessidade de uma avaliação mais elaborada das reais condições de carregamento a que peça está submetida.

As avaliações dos esforços baseiam-se nas descobertas de *Robert Hooke* (1678), que relacionam os esforços aplicados, através da tensão gerada no material $\sigma$, com a deformação resultante $\varepsilon$, pela **Lei de Hooke** ($\sigma = E \cdot \varepsilon$), sendo E o módulo de Elasticidade.

Diversos procedimentos e equipamentos foram criados com o intuito de medir as deformações. Os primeiros aparelhos eram essencialmente mecânicos, apresentando limitações e erros de medição. Com a evolução da eletroeletrônica, constatou-se que os efeitos da variação da resistência de um condutor elétrico causada pela aplicação de uma tensão mecânica (*Charles Wheatstone – 1843)* poderiam ser utilizados para esse fim. Depois *Willian Thomson (1856)* conseguiu medir esse efeito.

Estudos e protótipos posteriores, realizados por *Eduard E. Simons* e *Artur Claude Ruge*, desenvolveu-se os primeiros extensômetros de resistência elétrica ou *Strain Gages* (sg). Desde então, esses extensômetros têm contribuído muito nos avanços dos estudos nos campos de metrologia, análise de tensões e projeto mecânico.

## Sistema de medição

As deformações que ocorrem na peça são medidas pelo extensômetro, porém as leituras não saem em forma de gráficos, tabelas ou relatórios. É necessária a utilização de um conjunto de aparelhos de transforma a deformação sentida pelo extensômetro em informações concretas. Alem disso, essas deformações medidas são normalmente pequenas, produzindo variações no sinal elétrico nas mesmas proporções, não podendo ser lidas diretamente por um osciloscópio ou um multímetro. Esse processo da verificação do fenômeno da deformação até a informação dos dados legíveis é feito por um sistema de medição.

Os sistemas de medição são ferramentas capazes de quantificar fenômenos da natureza. Existem sistemas para avaliação de temperatura, de esforços, escoamento de fluidos, composições químicas, entre outras.

Na análise de tensões por extensometria, o sistema de medição é formado basicamente de sensores de deformação, o extensômetro de resistência variável, que converte deformação mecânica em variação da resistência elétrica. Estes extensômetros são montados em um circuito elétrico, a ponte de Wheatstone, que é capaz de realizar a medição de variação de resistências elétricas em seus braços do circuito. A ponte de Wheatstone pode ser montada de diversas formas (¼ de ponte, ½ ponte, ponte completa e ½ ponte diagonal) dependendo do número de extensômetro utilizados. O circuito é alimentado por uma corrente elétrica, através de uma fonte de energia. A variação da resistência elétrica do extensômetro, devido à deformação ocorrida na peça, provoca um desequilíbrio na ponte. Ocorre uma variação de tensão de saída da ponte, devido ao re-equilíbrio da ponte, que passa por um amplificador de voltagem, e é lido em uma placa de aquisição de dados. As informações coletadas pela placa, normalmente são tensão elétrica, e possuem a unidade de mV. Esses dados pode ser processados e transformados em uma grandeza especificada pelo usuário, como micro deformação, tensão, força, dependendo do caso.

Outros equipamentos podem ser acoplados no sistema com intuito de reduzir os erros e agilizar o processo de medição. O diagrama apresentado na

figura 1 mostra um esquema básico de um sistema de medição de extensômetro metálicos de resistência variável.

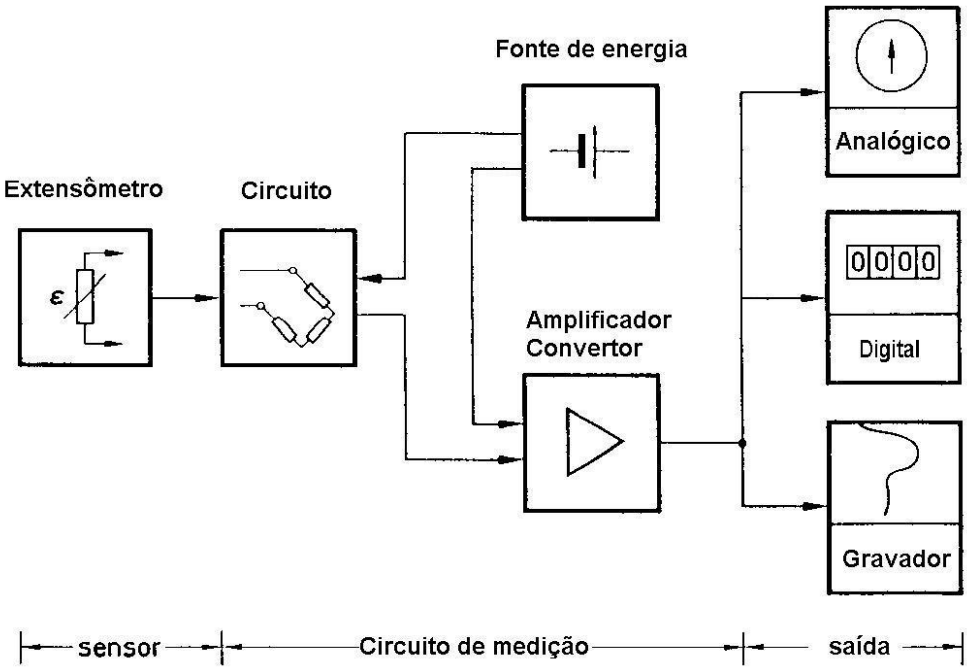



Figura 1 - Diagrama do sistema de medição para medição de deformação através de extensômetros.

# Revisão de Resistência dos Materiais

A análise de tensões experimental está fundamentada nas teorias da mecânica dos sólidos. Assim faremos uma revisão dos conceitos necessários a execução de uma boa análise experimental de tensões.

**Termos e unidades utilizadas em extensometria.**

Variação Absoluta de Comprimento: essa medida é a diferença entre a medida da seção no momento da medição *l* e a medida da seção original $l_0$.

$$\Delta l = l - l_0 \tag{1}$$

Carregamentos compressivos geram variações negativas.
Carregamentos trativos variações positivas, ver figura 2.

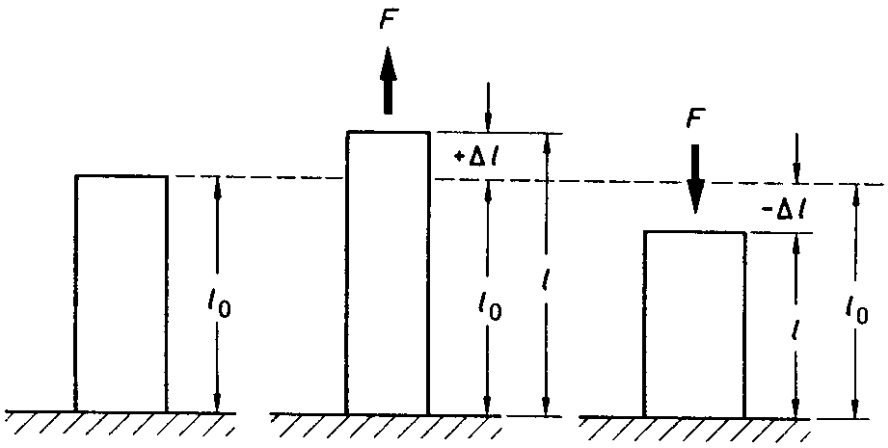



Figura 2 – Variações positivas e negativas de do comprimento Δ *l*.

Deformação: O termo deformação é utilizado para descrever alongamento de uma seção. A deformação em conseqüência de um carregamento mecânico ou térmico. Deformação sempre representa uma variação relativa no comprimento. Ou seja:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{2}$$

Unidade de deformação: variação de comprimento $\Delta l$ sobre comprimento $l_0$ [m/m]. Como as variações de comprimento normalmente são muito pequenas é comum utilizar algumas subdivisões do metro: µm/m ($10^{-6}$ m/m), mm/m ($10^{-3}$ m/m) e cm/m ($10^{-2}$ m/m).

**Tipos de medidas de deslocamento**

Uma maneira de medir deslocamento é na forma de deformações. Podem ser feitas através de sensores, conhecidos por extensômetros. Os extensômetros mais comuns são os metálicos de resistência elétrica variável, que serão detalhados nas próximas seções. Porém existem outros tipos de extensômetros, muitos foram testados e não apresentaram uma boa aceitação pelo custo ou dificuldades na utilização, outros são utilizados para aplicações especificas.

Mecânicos: Os sistemas de medidas de deslocamento mecânicos foram os primeiros a serem desenvolvidos. Normalmente eles medem o deslocamento absoluto, e não a deformação. Por ter seu funcionamento baseado em princípios mecânicos, como braços de alavanca, são pouco precisos, e de difícil utilização.

Extensômetros de Semicondutores: O mesmo princípio de variação da resistência elétrica que possuem os condutores, também possui os semicondutores. Porém, a sensibilidade é mais alta, mas em faixas de variação pequenas. São aplicados para medir pequenas deformações, principalmente em transdutores específicos.

Metais depositados: Material de medição diretamente depositado no ponto de medição. Os transdutores feitos com a técnica de metal depositado têm como principais vantagens, a eliminação da camada de cola orgânica (através do uso de um filme de isolamento inorgânico), baixo custo e alto volume de produção. Porém apresentam limitações na precisão da resposta. São aplicados sobre uma mascara de isolamento diretamente na estrutura do transdutor.

Extensômetros Capacitivos: Princípio baseado na variação da capacitância. Ótimos para aplicações em temperaturas elevadas, na faixa de 500°C à 800°C. Normalmente são soldados à peça, ao invés de colados.

Fibra Ótica: São baseados em princípios de transmissão por fibra óptica.

Outros tipos: Piezelétricos, Fotoelásticos, óticos, etc. Outros estão em estudos de viabilidade.

## Definição de Tensão

Tensão de origem mecânica é definida como a tensão existente no material devido a uma força aplicada. Tensões são subdivididas em:

Tipo: Tensão normal e tensão de cisalhamento.

Origem: tensões de tração, de compressão, de flexão, de torção, residual e térmica.

Estado: tensão uniaxial, bi-axial, tri-axial e espacial.

As tensões não são obtidas através de medição direta, elas são calculadas pelas teorias de resistência dos materiais, baseada na lei de Hooke.

A unidade de tensão é o pascal [Pa] ou [N / m$^2$] (Força sobre área).

Tensão Normal

$$\{\sigma\} = \left\{\frac{F}{A}\right\} \tag{3}$$

$$\{\sigma\} = \left\{\frac{M}{I} y\right\}$$

Tensão Cisalhante

$$\{\tau\} = \left\{\frac{F}{A_{cis}}\right\} \tag{4}$$

## Parâmetros do material

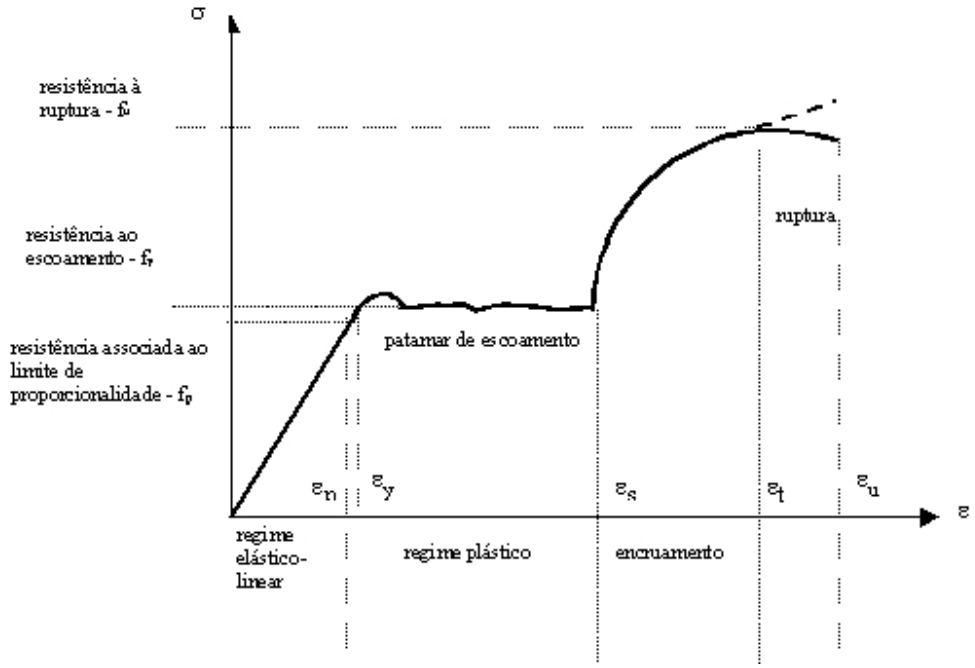



Figura 3: curva tensão deformação.

Módulo de elasticidade: Propriedade do material definida experimentalmente pela tensão sobre a deformação no regime elástico pela Lei de Hooke. Unidade é a mesma da tensão [N/m$^2$] pois a deformação pode é unidimensional [m/m].

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{5}$$

Coeficiente de Poisson: Relação definida experimentalmente entre a deformação longitudinal e a transversal. A unidade é adimensional.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \tag{6}$$

Módulo de cisalhamento: é uma propriedade que simplifica o calculo da tensão de cisalhamento. Dependente do Módulo elástico e do coeficiente de Poisson em materiais isotrópicos:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \tag{7}$$

G é utilizado na determinação da tensão cisalhante:

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \tag{8}$$

Expansão térmica: Variação na dimensão $\Delta l$ relacionada com a variação na temperatura $\Delta T$, pelo coeficiente de expansão térmica $\alpha$ [1/K], que é uma propriedade do material.

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T \tag{9}$$

Se essa dilatação for restringida, por alguma condição de contorno, ocorre deformação no material, e também tensões de origem térmicas.

**Lei de Hooke**

Na faixa da deformação elástica do material, o cálculo das tensões é baseado na lei de Hooke. A forma mais simples da lei de Hooke é:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{10}$$

***ε*** : Deformação

***σ*** : Tensão

**E** : Modulo elástico.

Essa forma da lei de Hooke é aplicada somente para estado uniaxial de tensões, outros estados como os biaxiais e os triaxiais requerem formas estendidas da lei Hooke. Os casos uniaxiais e biaxiais são detalhados abaixo.

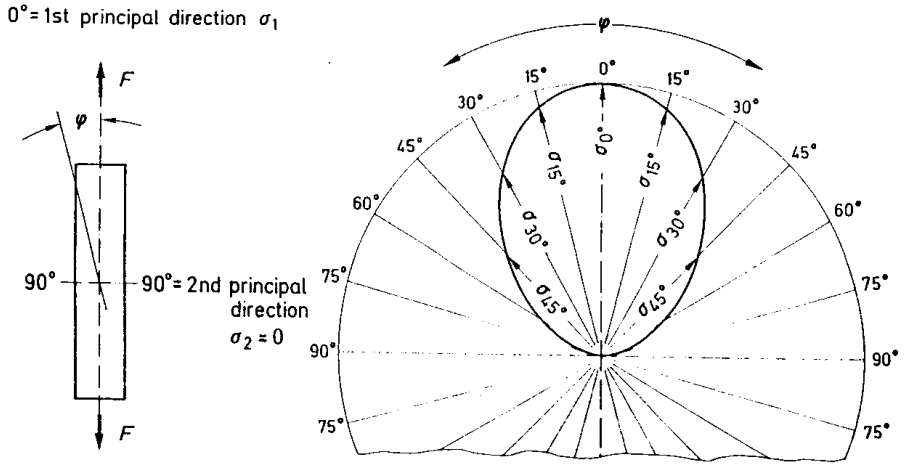
Estado de tensão uniaxial:

A tensão máxima devido a tração ou a compressão ocorre na direção onde a força age. Nas outras direções a tensão é descrita pela fórmula (10).

$$\sigma = f(\varphi) = \frac{1}{2}\sigma_{max} \cdot \left(1 + \cos(2\varphi)\right) \tag{11}$$

*φ* : ângulo entre a direção ativa (direção da tensão desejada) e a direção da força

A figura 3 ilustra um diagrama polar da distribuição de tensões para uma barra tracionada.



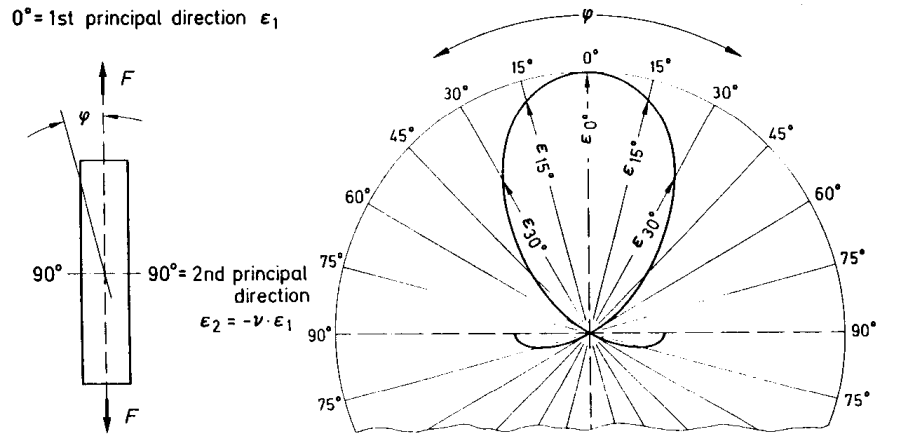

$\sigma = f(\varphi)$; $\sigma_{0°} = \sigma_{max}$ (positive); $\sigma_{90°} = 0$

Figura 4 – Distribuição de tensões para uma barra tracionada.

Olhando para a deformação temos a distribuição nas direções definida pela equação (11).

$$\varepsilon = f(\varphi) = \frac{1}{2}\varepsilon_1 \cdot \left(1 - \nu + \cos 2\varphi (1 + \nu)\right) \tag{12}$$

A figura 14 mostra um diagrama polar da distribuição de deformações para uma barra tracionada.




$\epsilon = f(\varphi)$; $\epsilon_{0°} = \epsilon_1$ (positive); $\epsilon_{90°} = \epsilon_2$ (negative)

Figura 5 – Distribuição de deformações para uma barra tracionada.

A tabela abaixo mostra os valores dos erros relacionados com os ângulos de medida citados, para materiais com $\nu = 0{,}3$.

| Ângulo | Erro | |
|---|---|---|
| Graus | Tensão | Deformação |
| 0 | 0,00% | 0,00% |
| 1 | 0,03% | 0,04% |
| 2 | 0,12% | 0,16% |
| 3 | 0,27% | 0,36% |
| 4 | 0,49% | 0,63% |
| 5 | 0,76% | 0,99% |
| 10 | 3,02% | 3,92% |
| 15 | 6,70% | 8,71% |
| 30 | 25,00% | 32,50% |
| 45 | 50,00% | 65,00% |
| 60 | 75,00% | 97,50% |
| 75 | 93,30% | 121,29% |
| 90 | 100,00% | 130,00% |

Caso tri-axial de tensões:

$$\sigma_i = \frac{E}{1+\nu}\left(\varepsilon_i + e \cdot \frac{\nu}{1-2\nu}\right) \tag{13}$$

$$e = \varepsilon_i + \varepsilon_j + \varepsilon_k$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{E}\left[\sigma_i - \nu\left(\sigma_j + \sigma_k\right)\right] \tag{14}$$

$$\sigma_{ij} = G \cdot \gamma_{ij} \tag{15}$$

Estado de tensão biaxial:

Na prática da extensometria, problemas com estado de tensão uniaxial não são muito freqüentes, predominando os casos biaxiais. No estado plano de tensão as direções de tensão normal $\sigma_1$ e $\sigma_2$ ocorrem nas direções perpendiculares 1 e 2, e são denominados de tensões e direções principais. Se as tensões principais e suas direções são conhecidas, a condição de tensão biaxial está definida. Ver a figura 6.

Em vasos cilíndricos de pressão interna (figura 7) e em eixos submetidos à tração pura pode se considerar as direções principais conhecidas. Em outras

peças e para outras condições (flexão, força normal, forças mistas) consideram-se as direções principais desconhecidas.

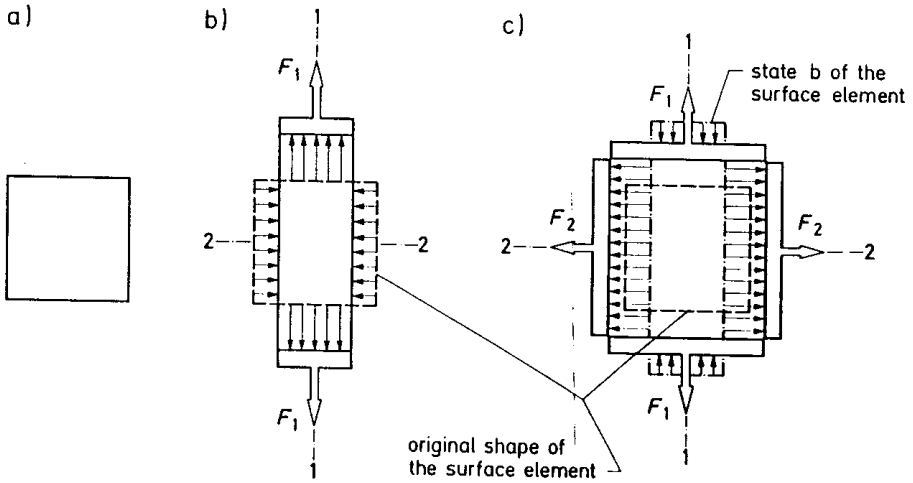



Figura 6 – Estado biaxial de tensão devido:
a) elemento não carregado
b) elemento carregado na direção 1
c) elemento carregado nas direções 1 e 2.

A lei de Hooke estendida para caso biaxial, que descreve o fenômeno mostrado na figura 6, pode ser descrita nas equações (16) e (17)

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_2\right) \tag{16}$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_2 + \nu \cdot \varepsilon_1\right) \tag{17}$$

Assumindo que a tensão $\sigma_z$, perpendicular a superfície x-y, é igual a zero caracteriza-se um estado plano de tensões, assim as tensões em planos diferentes das tensões principais, para estado plano de tensões, são dadas por:

$$\sigma_z = 0 \tag{18}$$

$$\rightarrow e = \frac{1-2\nu}{1-\nu}\left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_x + \nu \cdot \varepsilon_y\right) \tag{19}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_y + \nu \cdot \varepsilon_x\right) \tag{20}$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \tag{21}$$

Essas formulações podem ser utilizadas para avaliar as tensões em medições onde as direções principais são conhecidas, como em um vaso cilíndrico com pressão interna, onde a direção 1 é a circunferencial e a direção 2 é a axial.. As deformações podem ser medidas por dois extensômetros simples, ou por uma roseta T, X ou L (ver figura 9), ambos posicionados sobre as direções principais.

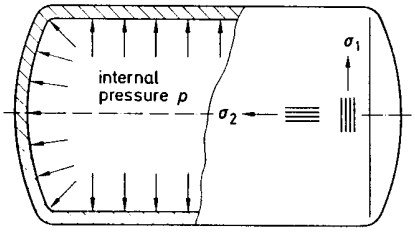



**Figura 7 – Vaso cilíndrico com carregamento de pressão interna**

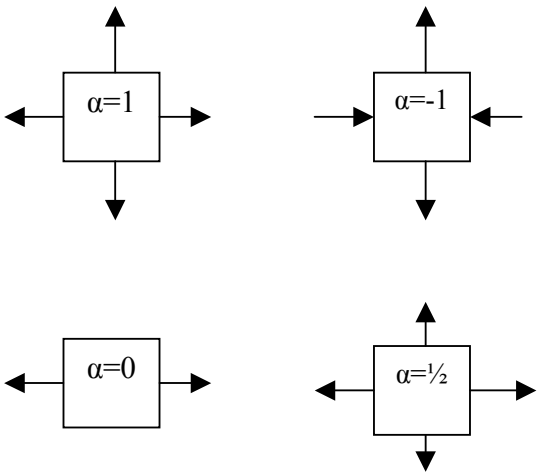
Assim, definindo α como:

$$\sigma_y = \alpha \cdot \sigma_x \tag{22}$$

Tem-se:

$$\varepsilon_y = \varepsilon_x \frac{\alpha - \nu}{1 - \alpha \cdot \nu} \tag{23}$$

$$\sigma_x = E \frac{\varepsilon_x}{1 - \alpha \cdot \nu} \tag{24}$$



**Transformação do estado de tensão no plano – Círculo de Mohr**

Conhecida as tensões ou deformações no plano das faces de um em um elemento infinitesimal, no ponto que está sendo analisado, pode-se obter as tensões em outro plano rotacionado por um ângulo *θ*.

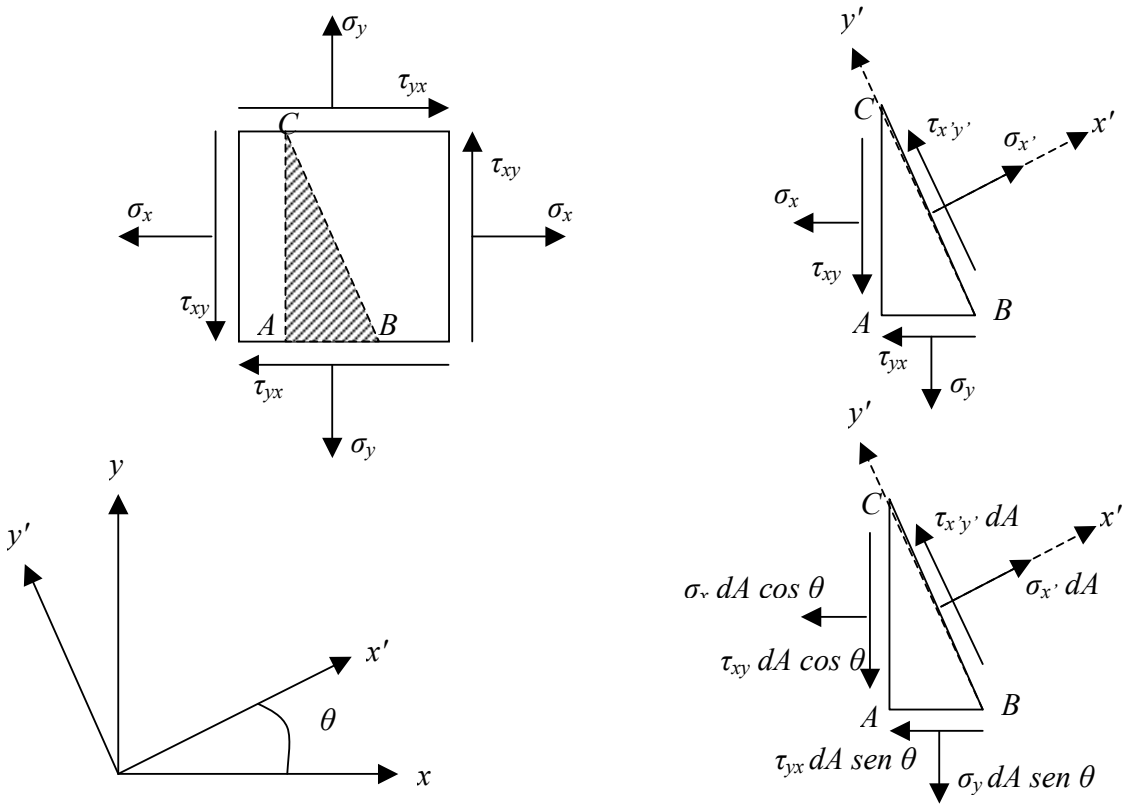



**Figura 7: Estado plano de tensão em um elemento infinitesimal.**

Sendo *dA* a área da face *BC*,e $\sigma_{x'}.dA$, $\tau_{x'y'}.dA$, $\sigma_y.dA.sen\ \theta$, $\sigma_y.dA.sen\ \theta$, $\sigma_x.dA\ .cos\ \theta$, $\tau_{xy}.dA.cos\ \theta$ os esforços normais e cisalhantes em cada face, pode-se de terminar as tensões $\sigma_{x'}$ e $\tau_{x'y'}$ pelo equilíbrio de forças.

$$\sum F_{x'} \Rightarrow \sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) + \tau_{xy}\text{sen}(2\theta) \tag{25}$$

$$\sum F_{y'} \Rightarrow \tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\text{sen}(2\theta) + \tau_{xy}\cos(2\theta) \tag{26}$$

As tensões máximas e mínimas são obtidas, buscando o mínimo das equações de σx' e τx'y', pela diferenciação delas em relação a θ. Então para

$$\frac{d\sigma_{x'}(\theta)}{d\theta} = 0 \tag{27}$$

$$\Rightarrow \tan(2\theta') = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} \tag{28}$$

$$\Rightarrow (\sigma_{x'})_{\substack{\max \\ \min}} = \sigma_{1\,ou\,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{29}$$

$$\frac{d\tau_{x'y'}(\theta)}{d\theta} = 0 \tag{30}$$

$$\Rightarrow \tan(2\theta'') = -\frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{\tau_{xy}} \tag{31}$$

$$\Rightarrow (\tau_{x'y'})_{\substack{\max \\ \min}} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{32}$$

$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \tag{33}$$

θ' corresponde ao ângulo entre o eixo x e a normal do plano onde σx' é máximo, ou seja no plano onde ocorre a tensão principal σ1. A tensão principal σ2 ocorre a um ângulo defasado em 90o de θ'.

θ'' representa o ângulo entre o eixo x e a normal do plano onde τx'y' é máximo, ou τmax.

σ1 está defasado de τmax em 45o. Ou seja, θ''= θ'+45o .

<u>Círculo de Mohr</u>.

Elevando ao quadrado e somando as equações de σx' e τx'y' obtemos uma equação da circunferência na forma $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \tag{34}$$

Sendo (a , b) as coordenadas do centro da circunferência e "*r*" o raio.

Com essa equação, podemos desenhar o círculo de Mohr.

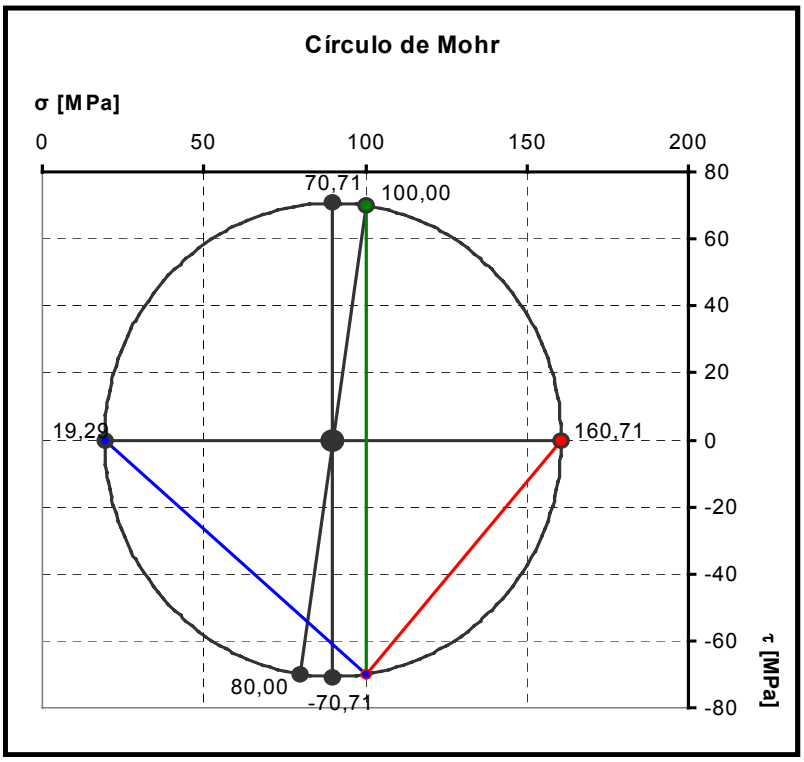
| Tensões no ponto | | |
|---|---|---|
| $\sigma_x$ | 100,00 | MPa |
| $\sigma_y$ | 80,00 | MPa |
| $\tau_{xy}$ | 70,00 | MPa |

| Tensões Principais | | |
|---|---|---|
| $\sigma_1$ | 160,71 | MPa |
| $\sigma_2$ | 19,29 | MPa |
| $\tau_{máx}$ | 70,71 | MPa |

| Direções Principais | | |
|---|---|---|
| $\theta_1$ | 40,93 | graus |
| $\theta_2$ | 130,93 | graus |
| $\theta''$ | 85,93 | graus |

| Raio | | |
|---|---|---|
| r | 70,71 | MPa |

| Centro | | |
|---|---|---|
| $\sigma$ | 90 | MPa |
| $\tau$ | 0 | MPa |




No caso, o ângulo formado entra a linha vermelha e a linha verde é a direção $\boldsymbol{\theta_1}$ referente a tensão principal $\boldsymbol{\sigma_1}$. O ângulo formado entra a linha vermelha e a linha azul é a direção $\boldsymbol{\theta_2}$ referente a tensão principal $\boldsymbol{\sigma_2}$. .

**Princípio de Funcionamento dos Extensômetros de resistência variável**

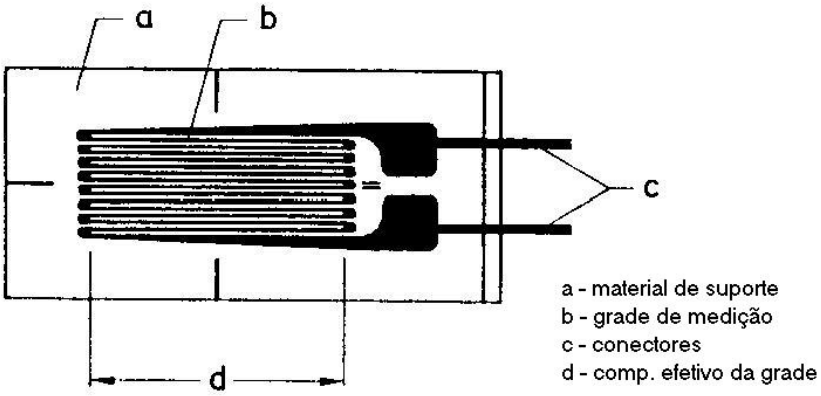



Figura 8 – Representação da parte de um extensômetro simples.

As medidas de deformação assumem que a extensão decorrente no objeto é transferida sem perdas para o extensômetro, então deve existir uma ótima aderência entre eles. A medições se dão nas partes externas da peças, pois o extensômetro normalmente é aplicado na superfície. Existem extensômetros especiais para outras aplicações.

O principio de trabalho do extensômetro de metal está baseado na relação deformação/resistência do condutor elétrico. ***Todo condutor elétrico muda sua resistência elétrica quando submetidos a tensões mecânicas***, sejam compressivas ou trativas. São duas as causas dessa variação: uma devido à deformação do condutor, e outra pela variação na resistividade do material condutor, resultado de mudanças micro estruturais no condutor, podendo ser descrita pela relação:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \varepsilon\left(1 + 2 \cdot \nu\right) + \frac{\Delta \rho}{\rho} \tag{35}$$

$\varepsilon$ : Deformação

$\nu$ : Coeficiente de Poisson

$\rho$ : Resistividade

R: Resistência elétrica

Vários materiais foram testados e as suas curvas apresentam a relação deformação x resistência elétrica, ver figura 9. Um dado importante é a inclinação das curvas, ela indica a sensibilidade do material.

$$S = \frac{\Delta R / R_0}{\varepsilon} \tag{36}$$

Materiais condutores que apresentam valores de sensibilidade "*S*" próximos a dois são preferidos na construção dos extensômetros. Nesse caso parcela de variação da resistência devido a mudanças na resistividade do material condutor torna-se desprezível. Para alguns materiais, S = 2, e tem-se a relação (3):

$$\frac{\Delta R}{R_0} = 2 \cdot \varepsilon \tag{37}$$

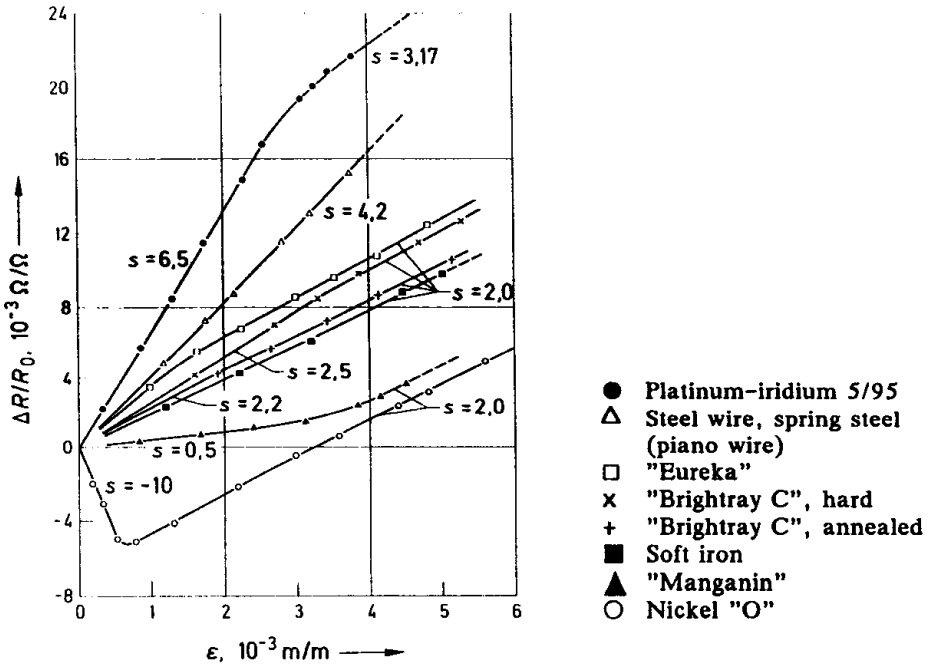



Figura 9 – Resistência / Deformação característica para arames tracionados (gráfico de Hoffmann (1989) pág. 15.

**A Seleção do extensômetro**

Em principio todos os extensômetros podem ser utilizados em soluções de problemas de análise de tensões experimental ou na construção de transdutores. Porém, existem diversos tipos de extensômetro no mercado, fazendo que alguns sejam preferidos em aplicações particulares. A seleção dos extensômetros a serem utilizados na análise deve considerar basicamente a aplicação do extensômetro e as condições que o afetam durante a operação.

Extensômetros destinados à análise de tensões experimental devem ser robustos e flexíveis que podem ser usados sob condições árduas. Extensômetros com material de transferência para a grade de medição sintética ou poliimida, e resina fenólica reforçada com fibra de vidro.

Tipos de extensômetros:

Existem extensômetros de várias formas e tamanhos. As formas se diferenciam na posição e quantidade de grades, na posição dos conectores. Existem extensômetros lineares com simples e duplo (paralelo) arranjo, rosetas “X, XX, XY, XYZ, XX” com grades de medição dispostas a 90$^{o}$ uma das outras, rosetas “R” com 3 grades arranjadas por um certo ângulo uma das outras, cadeias de extensômetros, entre outras formas especiais.

Alguns fatores devem ser considerados para a escolha do extensômetro adequado para cada aplicação.

Comprimento da grade de medição:

Inicialmente, deve estar claro que o comprimento da grade não afeta a sensibilidade do extensômetro. O extensômetro mede a alongamento relativo (deformação), e não o absoluto. É assumido que a deformação que ocorre no objeto é a mesma ocorre na grade de medição sendo desprezada a resistência exercida pelo extensômetro. O extensômetro faz uma média das condições de deformações que ocorrem na superfície logo abaixo da grade.

A definição do comprimento do extensômetro começa pela avaliação do espaço na superfície a ser medida. Em situações onde os campos de deformação são

homogêneos, extensômetros de 3 a 6 mm de comprimento de grade de medição são satisfatórios, e de fácil aplicação. A escolha da posição e geometria das conexões também deve observar as restrições no espaço para aplicação. Em aplicações particulares, como nas proximidades de entalhes ou em pontos específicos, são aplicados extensômetros com grades menores.

Parte do material do suporte da grade pode ser cortado para adaptar o extensômetro a restrições de espaço no ponto de medição. Isso deve ser feito tomando o cuidado de não afetar a transferência de deformação do objeto para a grade do extensômetro, que é feita da seguinte maneira: do objeto para a lâmina de adesivo, da lâmina de adesivo para o suporte da grade, e do suporte da grade para a grade medição.

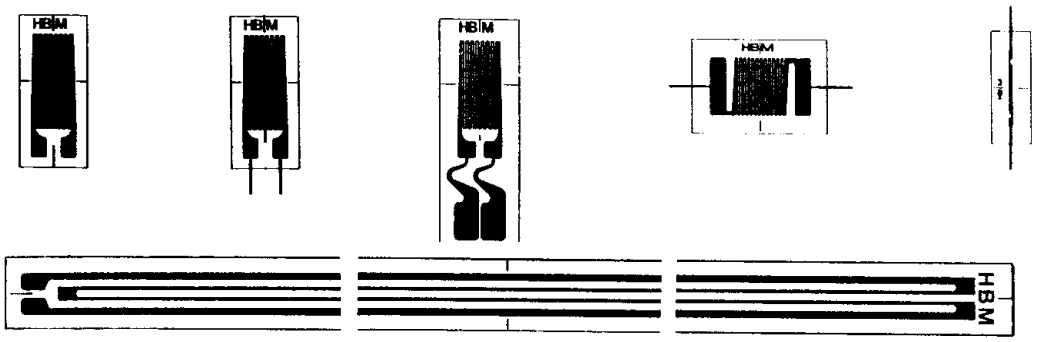



Figura 10 – Comprimeto da grade. Acima extensometro com grades de 6 mm. Abaixo com grades de 150 mm

Situações onde os campos de deformação não são homogêneos pode existir uma grande diferença entre o valor mínimo e o valor máximo da deformação. Em aplicações onde se deseja valores médios de deformação, os comprimentos de grade devem ser maiores, obtendo uma deformação média entre as partículas que compõe o material. Medições de valores médios adequados são obtidos quando o comprimento da grade é cinco vezes maior que o tamanho do agregado. Em concreto essa variação pode estar entre 1:3 e 1:15 dependendo do agregado. Em aplicações onde se deseja picos de deformação são preferidos extensômetros com grades mais curtas, evitando assim os valores médios.

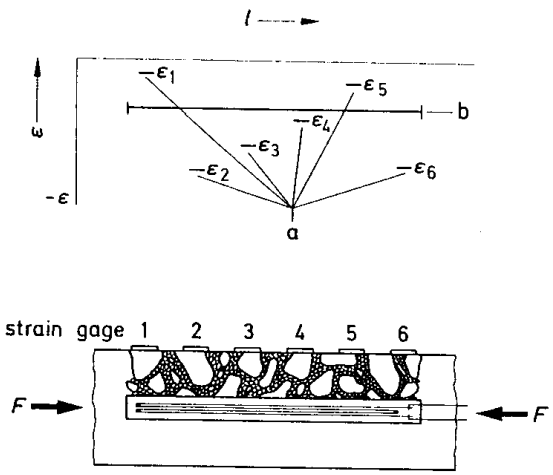



Figura 11 – Exemplo de aplicação de extensômetros em estruturas não homogêneas. Acima avaliação dos picos e abaixo das médias.

A dependência do valor de deformação medido e o comprimento da grade podem ser visto esquematicamente na figura 7. A curva indica o valor real de deformação no corpo de prova. Os $l_1...l_4$ são os comprimentos de grade dos extensômetros, com suas respectivas medidas de deformação $\varepsilon_1.... \varepsilon_4$. O valor de pico só é obtido com uma grade curta. Extensômetros com grades muito curtas (menores que 0.2 mm) podem apresentar problemas de transferência da deformação da peça para a grade. Esse problema ocorre principalmente pela dificuldade na colagem do extensômetro na peça. Pode-se tomar como base que o comprimento da grade seja < ½ do raio de convergência do entalhe.

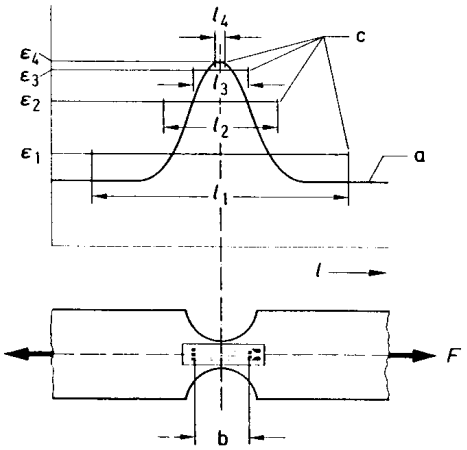



Figura 12 – Efeito do comprimento da grade devido a avaliação do valor médio da medida sobre os picos.

Condição de deformação dinâmica.

Extensômetros também são empregados para carregamentos dinâmicos, que dependem do tempo. Em princípio, na sua seleção podem ser empregados os mesmos critérios citados para carregamento estáticos. Em caso de choque ou altas freqüências, deve ser tomada uma atenção adicional.

Extensômetros múltiplos

Extensômetros múltiplos têm um determinado numero de grades de medição em um único suporte da grade comum. Tipos típicos de extensômetros múltiplos são os duplos, em cadeia e rosetas. Uma vantagem desse tipo de extensômetro é o alto grau de precisão das orientações das grades com relação as outras. Outra vantagem é na aplicação, é mais fácil colar um extensômetro múltiplo do que vários individuais em série.

Extensômetros múltiplos em cadeia são empregados para determinação de gradientes de tensão em uma seção. Quando se deseja medida do pico de deformação e não se tem certeza onde está localizado, recomenda-se utilizá-los.

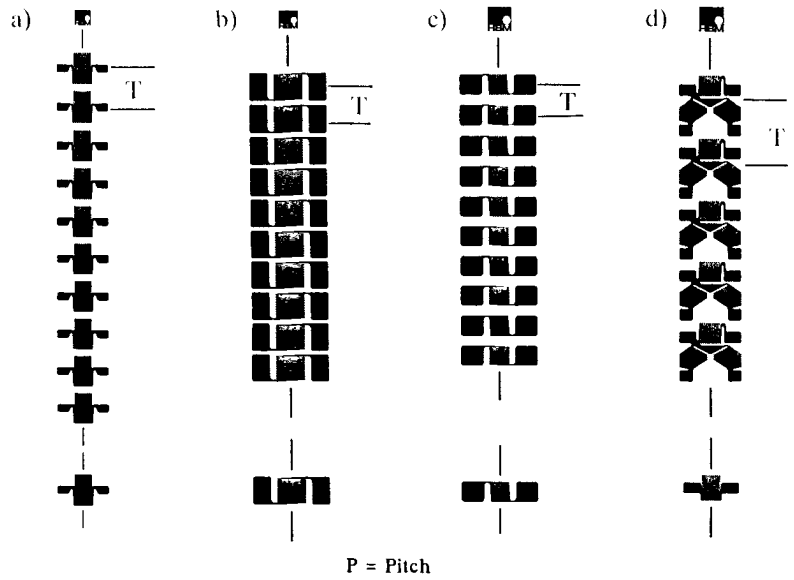



Figura 13 – Extensômetros em cadeia.

Rosetas são aplicadas em casos onde não se conhece as condições de tensão do ponto. Elas podem ter várias configurações, cada uma com suas vantagens e desvantagens. Alguns tipos de rosetas estão representados na figura 9. Outra

aplicação de rosetas é na determinação de tensões residuais. As técnicas de avaliação de tensão residual com rosetas se baseiam na variação da deformação das proximidades do ponto ao se retirar material desse ponto.

Na nomenclatura da fabricante de SG HBM, somente para ilustrar a nomenclatura, a letra "X" representa rosetas com duas grades de medição dispostas a 90°. O "X" pode ser substituído por L, T ou V para melhor representar a disposição das grades. Essas rosetas têm aplicação em tensões biaxiais onde as tensões principais do ponto são conhecidas.

Rosetas tipo "R" possuem três grades. Elas são dispostas basicamente em duas configurações, com ângulos de 0°/45°/90° e 0°/60°/120° entre as grades. As diferentes variações de posições de cada grade podem receber denominações particulares. Essas rosetas são aplicadas quando não se conhecem as direções das tensões principais no ponto de medição.

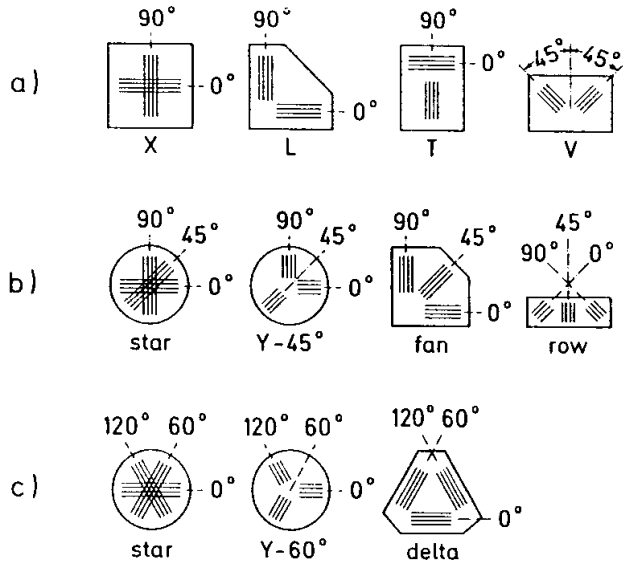



Figura 14 – Tipos de extensômetros múltiplos, da HBM

a) X rosetas com grades cruzadas a 90°, para aplicação em tensões biaxiais, com as tensões principais do ponto conhecidas.
b) R rosetas com grades cruzadas a 0°/45°/90°.
c) R rosetas com grades cruzadas a 0°/60°/120°.

Outros tipos de extensômetros especiais apresentam diferenças na forma de fixação na peça, como por exemplo, extensômetros soldáveis.

Resistência Elétrica

Quanto a resistência elétrica, o valor mais popular é 120 Ω, sendo bastante aplicados em análise tensões e em monitoramento de sistemas. Extensômetros com 350 Ω são bastante empregados em transdutores.

Não existe uma resposta clara sobre qual é o melhor valor de resistência, três pontos são importantes na escolha:

- informar a instrumentação qual é a resistência elétrica
- efeitos da interconexão entre o extensômetro e a fiação da instrumentação

Normalmente não são encontrados muitos problemas referentes a resistência elétrica do extensômetro.

Temperatura

A temperatura é um dos fatores geradores de erros mais influentes em uma medição. Deve-se atentar principalmente ao nível de temperatura e a faixa e a taxa de variação na temperatura durante a medição, e tempo de exposição à temperatura.

A variação da temperatura causa expansão térmica em todos os componentes do sistema de aquisição, na peça, passando pelo extensômetro, fiação, e assim por diante. Como existem diversos tipos de materiais com distintos coeficientes de expansão, isso pode gerar erros na medição.

Os limites das temperaturas permissíveis na aplicação de extensômetros são de difícil determinação. Mesmo dentro das temperaturas de utilização fornecidas pelo fabricante, existem erros na medição devido às faixas de temperatura.

Porém, níveis elevados de temperatura causam maiores problemas de precisão que os inferiores. Em elevadas temperaturas é importante saber se a cola resiste e que possíveis efeitos podem ocorrer. Deve se levar em conta que a temperatura não é uma variável isolada, ela está sempre relacionada com o tempo. Fatores ambientais também se relacionam, tais como condições atmosféricas que possam ter um efeito físico (pressão), ou um efeito químico (corrosão, oxidação).

Os principais efeitos causado pela temperatura são:

- Dilatação
- Mudança de resistividade (SG e fiação)
- Mudança no Gage Factor (sensibilidade do SG)
- Degradação dos materiais (base, adesivo, proteção).

Mudanças de fase da liga da grade de medição também podem ocorrer. A precisão da medida fica comprometida quando os extensômetros são utilizados próximos dos limites de temperatura recomendados pelos fabricantes, sendo necessário utilização de técnicas de compensação ou extensômetros com temperatura de compensação própria.

Extensômetros com temperatura compensada têm uma resposta a temperatura minimizada dentro de uma limitada faixa de temperaturas, possíveis através certos métodos de produção. Com a adição de ingredientes de liga ou um tratamento térmico ao material da grade de medição, consegue-se alterar o coeficiente de temperatura da resistência elétrica e compensar a deformação aparente devido a temperatura. Esse material de adição está relacionado com o material e o tratamento do objeto a ser medido.

Na prática, a aplicação pode se basear nas seguintes faixas:

- A faixa para medições não referenciadas no zero –269$^{o}$C a +800$^{o}$C;
- Para referenciadas no zero, o limite superior em períodos curtos é de +500$^{o}$C, se todos as opções de correção e compensação de erro forem exploradas.
- Para extensômetros em *constantan* (cobre-níquel) a faixa útil reduz para –200$^{o}$ C à +200$^{o}$ C.
- Para transdutores de qualidade recomenda-se faixa de -20$^{o}$ C à +70$^{o}$ C.
- Para necessidade de alta precisão, como célula de cargas, de –10$^{o}$ à +40$^{o}$ C.

Extensômetros capacitivos substituem bem os extensômetros elétricos metálicos em casos onde se necessita de uma maior precisão em temperaturas elevadas.

Alongamento estático:

O uso de extensômetros geralmente são restritos a deformações na faixa de ± 3000 μm/m. Porém existe aplicações que exigem faixas maiores, como em medições em polímeros ou deformações plásticas em metais. Esses limites dependem da forma de construção e materiais empregados na fabricação do extensômetro podendo chegar até a 20 cm/m, porém com perda de precisão. Em casos de grandes deformações extensômetros com grades de comprimento maior tem se apresentado uma melhor opção que as de menor.

Voltagem (Tensão de alimentação):

É importante se verificar a voltagem elétrica permitida para cada extensômetro nas especificações dos fornecedores. Cargas elevadas podem causar aquecimento, pois a energia gerada na grade deve ser dissipada como energia térmica. Se a troca de calor entre a grade e o ambiente não ocorrer corretamente, pode haver problemas de fluência ou descolamento do adesivo e do suporte da grade.

A voltagem medida na ponte é diferente da voltagem medida no SG. Deve-se atentar a isso.

Influências do Meio Ambiente:

Influências do meio não devem ser levadas em consideração apenas para o extensômetro, mas para todo o sistema de medição, afetando principalmente o ponto de estabilidade do sistema, causando erros na medição. É importante tomar cuidados no momento da aplicação e proteção do extensômetro, das conexões e da fiação. Recomenda–se o uso de fiação blindada para redução das interferências.

Os fatores do meio externo mais freqüentes são a temperatura e a umidade. Outros fatores são pressão, vácuo, radiação atômica, juntamente com o campo elétrico e o campo magnético.

O principal fator de influência é a temperatura. Ela afeta na forma de expansão térmica, fluência, carga elétrica, dependência da sensibilidade, temperatura de uso, etc.

Abaixo da temperatura, a umidade é uma das principais fontes de instabilidade nas medições. Mudanças de umidade durante a medição podem causar variações não controláveis do ponto de referencia. A sensibilidade pode ser afetada. O grau de influência depende da taxa de variação e do nível corrente da umidade relativa. Cuidados especiais devem ser tomados em locais com campos de radiação atômica e magnética elevados.

**Sensibilidade transversal**

Os extensômetros variam a resistência elétrica devido a deformação na **direção efetiva**, onde se verifica o relação dada pelo fator de sensibilidade. Essa direção efetiva coincide com a direção dos filamentos da grade de medição.

Porém, quando se aplica uma deformação transversal a direção efetiva do extensômetro, muitas vezes existe uma variação na resistência elétrica. Nesse caso o extensômetro possui sensibilidade transversal.

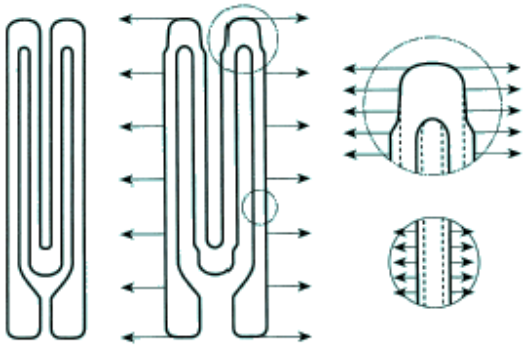


Figura 15: Sensibilidade transversal.

Para definir a sensibilidade transversal de um extensômetro é necessário assumir as seguintes hipóteses:

1- Se o extensômetro for carregado na sua direção efetiva com uma deformação unidirecional $\varepsilon_l$, aparece um fator de sensibilidade longitudinal $S_l$, descrito pela expressão:

$$S_l = \frac{\Delta R / R_0}{\varepsilon_l} \tag{38}$$

2- Se o extensômetro for carregado na direção transversal a sua direção efetiva com uma deformação unidirecional $\varepsilon_t$, aparece um fator de sensibilidade transversal $S_t$, descrito pela expressão:

$$S_t = \frac{\Delta R / R_0}{\varepsilon_t} \tag{39}$$

Assim a sensibilidade transversal do extensômetro $q$ é definida pela razão entre o fator de sensibilidade longitudinal $S_l$ pelo fator de sensibilidade transversal $S_t$.

$$q = \frac{S_t}{S_l} \tag{40}$$

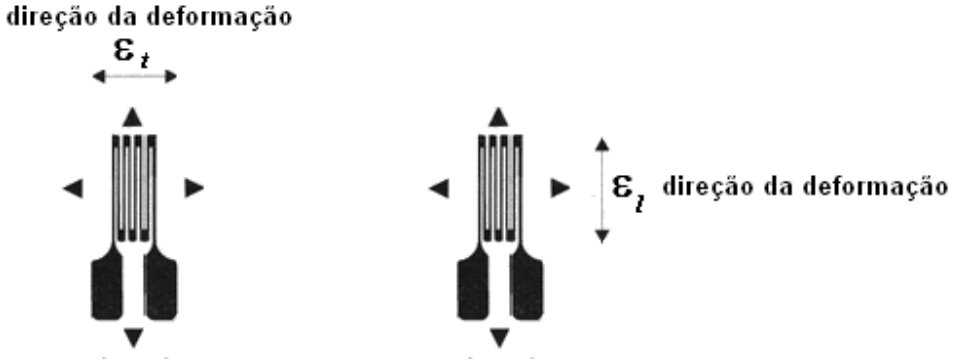



Figura 16 – Direções de sensibilidade.

Normalmente os fabricantes fornecem o valor do fator de sensibilidade transversal. Em aplicações que exijam uma precisão elevada, é interessante utilizar os valores de sensibilidade transversal no equacionamento do cálculo das tensões e deformações. O equacionamento, com correção da sensibilidade transversal, pode ser visto em bibliografia especializada, ou nos manuais técnicos de alguns fabricantes.

Os valores usuais para o fator "*q*" variam entre +0,03 e –0,03, para SG metálicos.

Armazenagem:

Em condições normais, os extensômetros podem ser armazenados por longos tempos. Devendo ser mantido em sua embalagem original. A condição padrão para se armazenar os extensômetros é 23°C e 50% de umidade relativa (DIN 50014).

O extensômetro pode danificar quando exposto a água, ácidos, bases, gases reativos, materiais contaminados e radiação nuclear.

**Circuito:**

Ponte de Wheatstone:

Charles Wheatstone, em 1843, apresentou um circuito capaz de medir com precisão as resistências elétricas, chamado de Ponte de Wheatstone. Essas pontes podem ser usadas para:

- determinação do valor absoluto de uma resistência elétrica por comparação com outras resistências conhecidas;
- determinação da variação relativa da resistência elétrica.

A segunda é aplicada em extensometria, onde variação relativas na resistência são da ordem de $10^{-4}$ a $10^{-2}$ Ω/Ω.

O diagrama do circuito está apresentado na figura 10 em duas representações. Os Quatro braços do circuito são formados pelas resistências R1, R2, R3 e R4. Nos pontos 2 e 3 é conectada a voltagem de excitação do circuito $V_1$. O sinal de resposta a excitação $V_2$ se dá nos pontos 1 e 4.

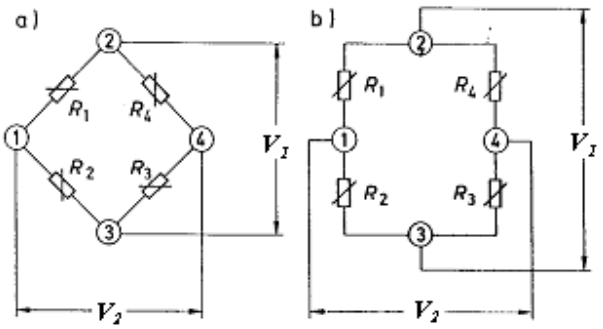
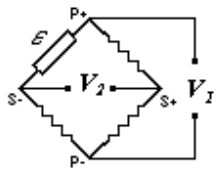



Figura 17 – Duas representações da ponte de Wheatstone.

A ponte de Wheatstone funciona com uma diferencia de potencial (ddp) ***$V_1$*** aplicada entre dois pontos 2 e 3, a ddp é dividida para os dois braços *R1, R4* e *R2, R3.* A resistência de cada braço da ponte contribui para o equilíbrio da ponte, e uma ddp pode ser medida entre os pontos 1 e 4 do circuito. Assim medidas da ddp na entrada e saída da ponte se relacionam pela equação de equilíbrio da ponte.

**Equação não linear da ponte (¼ de ponte):**




$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{S\varepsilon \times 10^3}{4}\left(\frac{2}{2 + S\varepsilon \times 10^6}\right) \tag{41}$$

Onde:

$\frac{V_2}{V_1}$ = Equilíbrio da ponte, mV/V

$V_2$ = Tensão de saída, mV

$V_1$ = Tensão de entrada, V

$S$ = Fator de sensibilidade do SG

$\varepsilon$ = Deformação atual, microstrain

O termo em parênteses representa a não linearidade da equação. Inserindo o termo de erro incremental da não linearidade, tem-se:

$$\varepsilon = \hat{\varepsilon} + n \tag{42}$$

Onde:

$\varepsilon$ = Deformação atual causando a variação da resistência no braço, microstrain.

$\hat{\varepsilon}$ = Deformação indicada (correspondente a $\varepsilon$),microstrain.

$n$ = erro incremental da deformação indicada, microstrain

Para a configuração de ¼ de ponte o erro incremental (em microstrain) pode ser representado por:

$$n = \frac{S\left(\hat{\varepsilon}\right)^2 \times 10^6}{2 - S\hat{\varepsilon} \times 10^6} \tag{43}$$

Para outras configurações o equacionamento pode ser visto nas notas técnicas da M&M.

**Equação linear da ponte:**

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right) \tag{44}$$

E com a relação de sensibilidade do extensômetro

$$\frac{\Delta R}{R} = S \cdot \varepsilon \tag{45}$$

Tem-se a equação para ponte completa:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{S}{4}\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4\right) \tag{46}$$

Essa equação assume que todas as resistências da ponte são variáveis. Essa situação ocorre em transdutores, em analise de tensões são utilizadas pontes com extensômetros em um ou alguns braços. As diversas montagens da ponte são: ¼ de ponte, ½ ponte, duplo ¼ de ponte ou ponte diagonal e ponte completa.

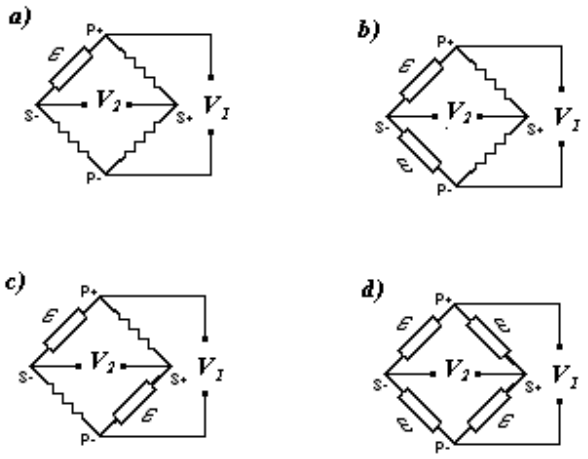



Figura 18 – Configurações das pontes de Wheatstone
a) ¼ de ponte
b) ½ ponte
c) duplo ¼ de ponte ou ponte diagonal
d) ponte completa.

É importante frisar que a medida da deformação é resultado da comparação entre uma leitura inicial, normalmente livre do carregamento, e a leitura final, após ou durante o carregamento.

Na determinação das tensões no material através das deformações se emprega a lei de Hooke. A escolha da configuração da ponte depende do estado de tensão no ponto de medição, por isso da importância da etapa preliminar de planejamento do ensaio.

<u>Estado de tensão biaxial com as direções principais desconhecidas:</u>

Em objetos de forma complexa, com superposição de carregamentos (normal, flexão ou torção), ou para pontos não homogêneos (variação na seção transversal), geralmente é complicado prever as direções do estado de tensão.

Assim é necessário utilizar métodos diferentes dos métodos onde as direções são conhecidas.

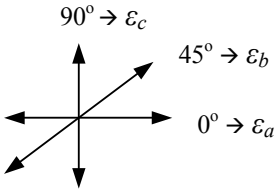
Aqui o objetivo é determinar as tensões principais $\sigma_1$ e $\sigma_2$ e suas direções. Para isso é necessário medir a deformação em pelo menos três diferentes direções nos ponto de medição. Essas medidas são normalmente denominadas de $\varepsilon_a$,, $\varepsilon_b$ e $\varepsilon_c$ , Correspondem às deformações nas direções das grades de medição do extensômetro, definido no sentido anti-horário.

As rosetas tipo R mais comuns são apresentadas:

<u>Medição com roseta 0° /45° /90° :</u>

As tensões normais principais para rosetas 0° /45° /90° são retiradas da equação.

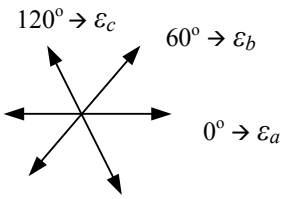
$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{1-\nu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{E}{\sqrt{2}\left(1+\nu\right)} \cdot \sqrt{\left(\varepsilon_a - \varepsilon_b\right)^2 + \left(\varepsilon_c - \varepsilon_b\right)^2} \tag{47}$$




<u>Medição com roseta 0° /60° /120°:</u>

As tensões normais principais para rosetas 0° /60° /120° são retiradas da equação.

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{1-\nu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c}{3} \pm \frac{E}{1+\nu} \cdot \sqrt{\left(\frac{2\varepsilon_a - \varepsilon_b - \varepsilon_c}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\varepsilon_b - \varepsilon_c\right)^2} \tag{48}$$



A determinação das direções principais está baseada na teoria do circulo de tensão de Mohr. Então:

- Para rosetas 0° /45° /90° pela equação:

$$\tan 2\varphi = \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} \tag{49}$$

- Para rosetas 0° /60° /120° pela equação:

$$\tan 2\varphi = \frac{\sqrt{3}\left(\varepsilon_b - \varepsilon_c\right)}{2\varepsilon_a - \varepsilon_b - \varepsilon_c} \tag{50}$$

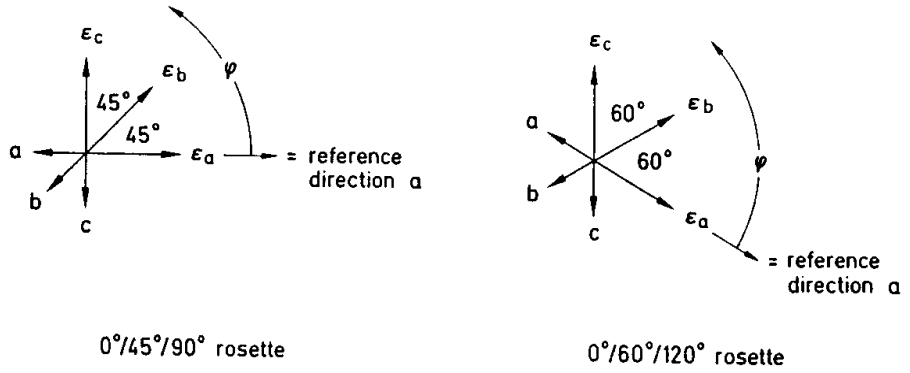



Figura 19 – Direção principal 1.

A direção principal 2 tem o ângulo $\varphi$ + 90° .

Sendo conhecidas as tensões principais e as direções de um estado plano de tensões, pode-se determinar as tensões em qualquer direção através do círculo de tensões de Mohr.

**Análise da tensão e da deformação para carregamentos simples:**

Os casos elementares de carregamento puro são normal, flexão, torção e cisalhamento. Freqüentemente eles aparecem superpostos. Aqui o posicionamento dos extensômetros na peça e sua montagem na ponte são apresentados para esses casos de carregamento.

Símbolos utilizados na formulação:

**SG 1...SG 4** : extensômetro com compensação de temperatura devido a expansão térmica

**E** : Módulo elástico

**F** : Força

**G** : Módulo de cisalhamento

**R1...R4** : Posição das resistências na ponte

**Rc** : Resistência complementares da ponte

**K**: extensômetro de compensação da peça não carregada

$\varepsilon_i$ : valor da deformação indicada

$\varepsilon_b$ : deformação de flexão

$\varepsilon_n$ : deformação normal

$\nu$ : coeficiente de poisson

$\sigma$ : Tensão do material

$\sigma_b$ : tensão de flexão

$\sigma_l$ : tensão na direção longitudinal do objeto medido

$\sigma_n$ : tensão normal

$\sigma_u$ : tensão no lado superior do objeto

$\sigma_{lo}$ : tensão no lado inferior do objeto

$\omega$ : freqüência angular

Medição em uma barra em tração ou compressão:

A deformação nominal $\varepsilon_l$ é determinada pela equação:.

$$\varepsilon_l = \frac{F}{A \cdot E} \tag{51}$$

Para uma força normal pura $\varepsilon_n = \varepsilon_l$

A deformação transversal $\varepsilon_t$ é dada por:

$$\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon_l = -\nu \frac{F}{A \cdot E} \tag{52}$$

A tensão normal $\sigma_n$ é dada por :

$$\sigma_n = \frac{F}{A} \tag{53}$$

Ou por:

$$\sigma_n = \varepsilon_n \cdot E \tag{54}$$

A disposição do extensômetro para carregamento normal é apresentada na figura 20, e suas características na tabela 1.

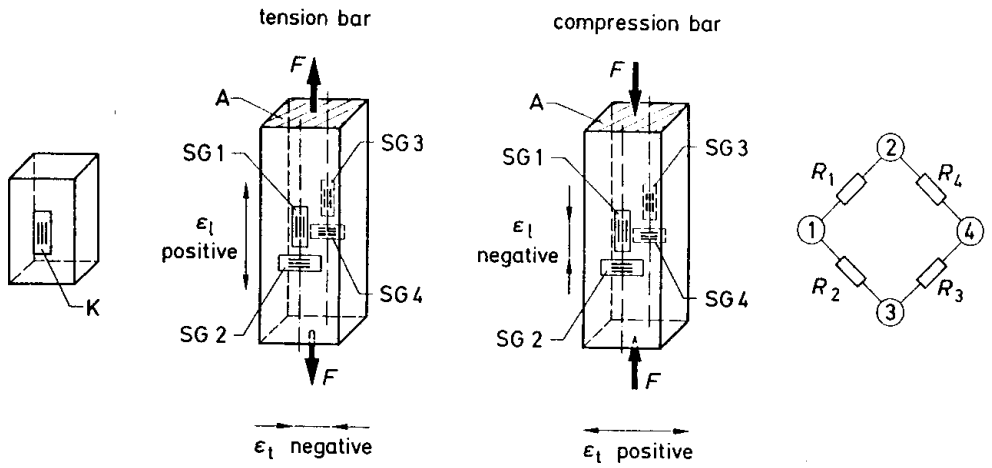



Figura 20 – Disposição dos extensômetros para uma barra em tração ou compressão e a sua ponte.

Tabela 1 : Circuitos que podem ser usados para carregamento em tração ou compressão

| Braço | R1 | R2 | R3 | R4 | Resultado | Observação |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Equação da ponte | $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = \varepsilon_i$ | | | | | Atenção aos sinais da fórmula e das deformações |
| Um Quarto de ponte | SG 1 | Rc | Rc | Rc | $\varepsilon_i = \varepsilon_l$ | $\sigma_l = \sigma_b + \sigma_n = \varepsilon_i \,.\, E$ |
| Um Quarto de ponte com SG de comp. | SG 1 | K | Rc | Rc | $\varepsilon_i = \varepsilon_l$ | Compensação da tensão térmica usando extensômetro de compensação |
| Meia ponte | SG 1 | SG 2 | Rc | Rc | $\varepsilon_i = \varepsilon_l + \varepsilon_t$ $= (1+ v) \,.\, \varepsilon_l$ | $\sigma_l = \sigma_n + \sigma_b = \varepsilon_i \,.\, E / (1+ v)$ |
| Ponte em diagonal | SG 1 | Rc | SG 3 | Rc | $\varepsilon_i = 2\, \varepsilon_{bu}$ | *Superposição da flexão é compensada* $\sigma_n = ½\, \varepsilon_i \,.\, E$ |
| | SG 2 | Rc | SG 4 | Rc | $\varepsilon_i = 2\, \varepsilon_{blo}$ | |
| Ponte em diagonal com 2 SG de comp. | SG 1 | K | SG 3 | Rc | $\varepsilon_i = 2\, \varepsilon_{bu}$ | Compensação da tensão térmica usando extensômetro de compensação |
| | SG 2 | K | SG 3 | Rc | $\varepsilon_i = 2\, \varepsilon_{blo}$ | |
| Ponte completa | SG 1 | SG 2 | SG 3 | SG 4 | $\varepsilon_i = 2(\varepsilon_l + \varepsilon_t)$ $= 2\, \varepsilon_l\, (1 + v)$ | $\sigma_n = \varepsilon_i \,.\, E / (2 \,.\, (1+ v))$ $F = A \,.\, \varepsilon_i \,.\, E / (2 \,.\, (1+ v))$ |

Medição em uma viga em flexão:

Flexão produz tensões positivas de um lado da peça e negativos do outro. Carregamentos normais, deformações torcionais e térmicas podem aparecer como distúrbios.

A disposição do extensômetro para carregamento normal é apresentada na figura 21, e suas características na tabela 2.

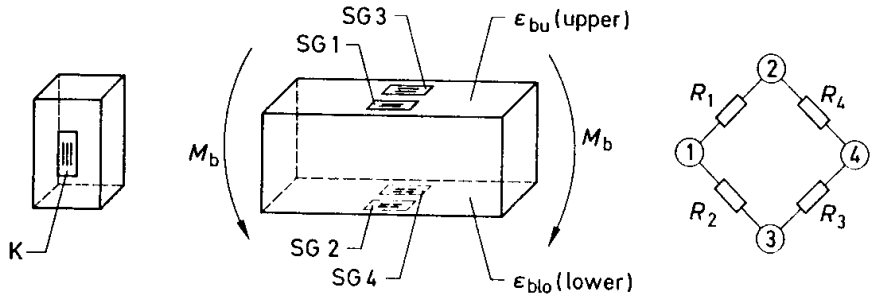



Figure 21 - Disposição dos extensômetros para uma viga em flexão.

Tabela 2 : Circuitos que podem ser usados para carregamento de flexão

| Braço | R1 | R2 | R3 | R4 | Resultado | Observação |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Equação da ponte | $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = \varepsilon_i$ | | | | | Atenção aos sinais da fórmula e das deformações |
| Um Quarto de ponte | SG 1 | Rc | Rc | Rc | $\varepsilon_i = \varepsilon_{bu}$ | $\sigma = \sigma_b + \sigma_n = \varepsilon_i \,.\, E$ |
| | SG 2 | Rc | Rc | Rc | $\varepsilon_i = \varepsilon_{blo}$ | |
| Um Quarto de ponte com SG de comp. | SG 1 | K | Rc | Rc | $\varepsilon_i = \varepsilon_{bu}$ | Compensação da tensão térmica usando extensômetro de compensação |
| | SG 2 | K | Rc | Rc | $\varepsilon_i = \varepsilon_{blo}$ | |
| Meia ponte | SG 1 | SG 2 | Rc | Rc | $\varepsilon_i = 2\,\varepsilon_b$ | $\sigma_b = ½\,\varepsilon_i \,.\, E$<br>$M_b = \sigma_b \,.\, S$ onde $S = l \,.\, t$ |
| Ponte em diagonal | SG 1 | Rc | SG 3 | Rc | $\varepsilon_i = 2\,\varepsilon_{bu}$ | $\sigma = \sigma_b + \sigma_n = ½\,\varepsilon_i \,.\, E$ |
| | SG 2 | Rc | SG 4 | Rc | $\varepsilon_i = 2\,\varepsilon_{blo}$ | |
| Ponte em diagonal com 2 SG de comp. | SG 1 | K | SG 3 | Rc | $\varepsilon_i = 2\,\varepsilon_{bu}$ | Compensação da tensão térmica usando extensômetro de compensação |
| | SG 2 | K | SG 3 | Rc | $\varepsilon_i = 2\,\varepsilon_{blo}$ | |
| Ponte completa | SG 1 | SG 2 | SG 3 | SG 4 | $\varepsilon_i = 4\,\varepsilon_b$ | $\sigma_b = ¼\,\varepsilon_i \,.\, E$<br>$M_b = \sigma_b \,.\, S$ onde $S = l \,.\, t$ |

Medição em eixos sobre torção:

A medição em eixos a torção podem ter vários objetivos:

- Determinar as tensões normais e de cisalhamento.
- Determinar o momento torçor *Mt.*
- Determinar a deformação angular ou o ângulo de torção.

Tensões normais e de cisalhamento:

Um eixo carregado a torção está sujeito a um estado biaxial de tensão as tensões principais ocorrem a ± 45° no plano cilíndrico. Podem ser empregados extensômetros simples ou rosetas tipo V (ver figura 9), ambos à 45°, para medir as deformações principais. Ver figura 22

A ponte pode ter a configuração de ponte completa ou de meia ponte. A ponte completa é mais precisa, pois compensa os efeitos de carregamentos normais e de flexão.

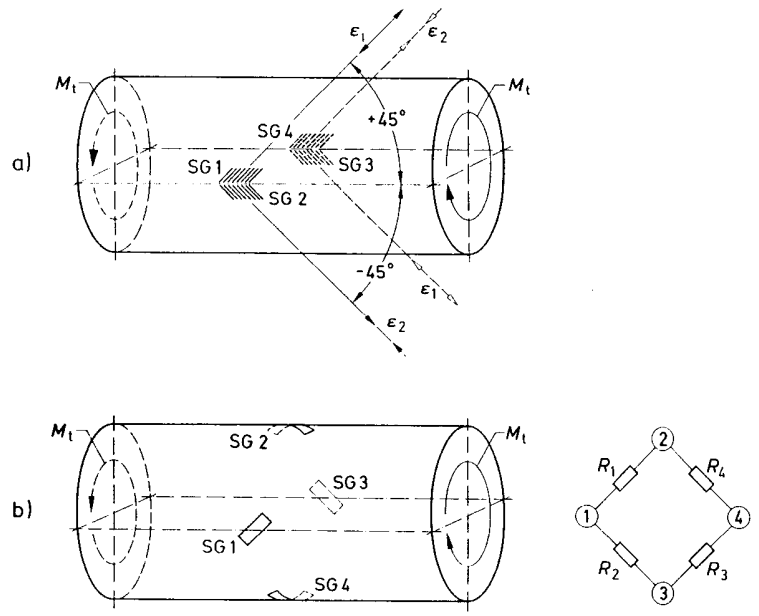



Figura 22. Eixo de torção com extensômetro tipo: a) rosetas e b) extensômetros simples.

As tensões principais podem ser calculadas através das deformações principais pelas equações (16) e (17).

O valor da deformação indicada é dado pela equação:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_1 - \left(-\varepsilon_2\right) = 2\varepsilon \tag{55}$$

Então as tensões principais são obtidas pelas equações: (56) para montagem em meia ponte e (57) para montagem em ponte completa.

$$\sigma_{1,2} = \pm\frac{1}{2}\cdot\frac{E}{1-\nu}\cdot\left(1-\nu\right)\cdot\varepsilon_i \tag{56}$$

$$\sigma_{1,2} = \pm\frac{1}{4}\cdot\frac{E}{1-\nu}\cdot\left(1-\nu\right)\cdot\varepsilon_i \tag{57}$$

A tensão de cisalhamento pode ser avaliada pela equação

$$\tau_{\max} = 2\varepsilon_{45^o}\cdot G \tag{58}$$

$$\tau_{\max} = \varepsilon_i \cdot G \qquad \rightarrow \text{para circuito em meia ponte}$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}\cdot\varepsilon_i\cdot G \quad \rightarrow \text{para circuito em ponte completa}$$

Onde a distribuição da tensão de torção é mostra na figura 23.

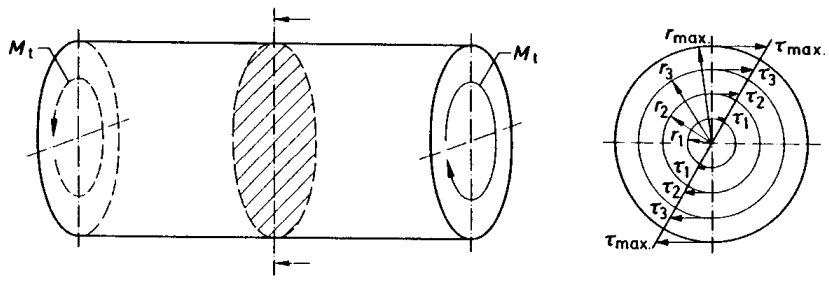



Fig. 23 Distribuição da tenção na seção de um eixo carregado a torção.

O momento torçor $M_t$ é dado por:

$$M_t = \tau_{\max} \cdot S_p = 2\varepsilon_{45^o} \cdot G \cdot S_p \quad (59))$$

Para meia ponte tem-se a equação:

$$M_t = \varepsilon_i \cdot G \cdot S_p \quad (60)$$

Para ponte completa tem-se:

$$M_t = \frac{1}{2}\varepsilon_i \cdot G \cdot S_p \quad (61)$$

Onde o módulo polar *Sp* é dado por:

$$S_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0.2 \cdot d^3 \quad (62)$$

A deformação angular γ e o ângulo φ, mostrados na figura 24, são calculadas pelas equações:

$$\gamma = \frac{\tau_{\max}}{G} \quad (63)$$

$$\varphi = 2 \cdot \frac{l}{d} \cdot \gamma = \varepsilon_{45^o} \cdot \frac{l}{d} \quad (64)$$

Para meia ponte a equação do angulo é expressa por:

$$\varphi = 2\varepsilon_i \cdot \frac{l}{d} \quad (65)$$

E para ponte completa por:

$$\varphi = \varepsilon_i \cdot \frac{l}{d} \quad (66)$$

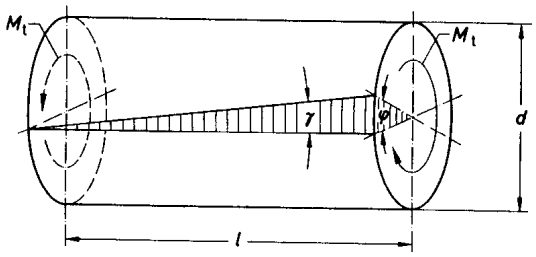



Figura 24 - Deformação angular e angulo de torção.

<u>Medição de Viga em cisalhamento:</u>

A tensão de cisalhamento e a deformação angular não podem ser medidas por extensometria, porém podem ser calculadas pelas equações (38) e (39), desde que sejam conhecidas as deformações a 45°.

$$\varepsilon_{45^o} = \frac{\tau}{2G} = \frac{1}{2}\gamma \tag{67}$$

$$\tau_{\max} = \gamma \cdot G = 2\varepsilon_{45^o} \cdot G \tag{68}$$

$$\tau_{\max} = \varepsilon_i \cdot G \qquad \rightarrow \text{para circuito em meia ponte}$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_i \cdot G \quad \rightarrow \text{para circuito em ponte completa}$$

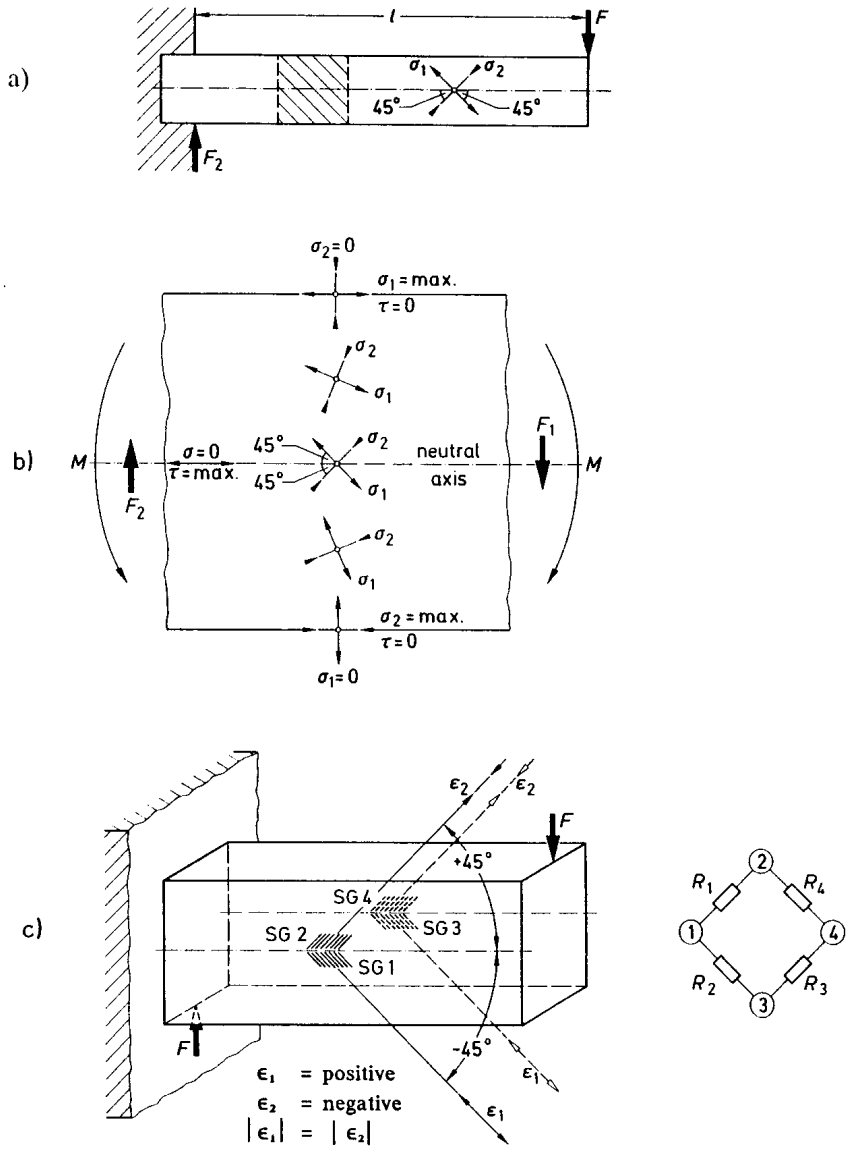



Figura 25 – Formação da tensão de cisalhamento numa viga engastada.

a) direção das tensões principais no nível do plano neutro

b) direção das tensões principais e de cisalhamento ao longo da altura para carregamento sobreposto pela cortante e pela flexão

c) disposição dos extensômetros para medição da deformação máxima $\varepsilon_{45^o}$ e como são montados na ponte.

**Planejamento do ensaio.**

O prévio planejamento de uma medição, utilizando ferramentas de extensometria, em um sistema mecânico ou estrutural, tem como objetivo facilitar a sua execução, diminuindo as chances de ocorrer imprevistos no momento da medição. Os cuidados devem ser reforçados caso os ensaios sejam realizados em campo, fora do laboratório, onde as condições que influenciam o ensaio não são totalmente assimiláveis e nem controláveis.

Assim é aconselhável disponibilizar algum tempo, antes da montagem e realização do ensaio, para que o experimento seja bem caracterizado. Os principais pontos que devem ser levados em consideração em experimentos onde se emprega extensômetros são:

- A medição deve ter seus objetivos claros e os detalhes do processo e as condições da vizinhança contorno devem ser conhecidas;
- As características do extensômetro devem ser conhecidas.

**Definição do problema:**

Sabendo que os extensômetros medem a deformação, conhecer o real problema físico em questão é o primeiro passo. Do sistema real retira-se as informações para formulação matemática do problema. O funcionamento do sistema a ser analisado, bem como suas configurações e o meio em que ele está imerso devem estar bem claros para o analista. Também devem estar claros os objetivos (respostas) almejados nas medições. As respostas das questões “O que se deseja obter com o ensaio?” e “Qual a importância desses dados na resolução do problema?”, é um bom começo para se descrever o problema. Realmente, quando está claro o que deve ser feito e qual a sua finalidade, visualiza-se melhor o contexto global do problema e fica mais fácil solucioná-lo. *Saber o que será medido e para que servirá esse ensaio, é bastante interessante!*

Os objetivos da medição normalmente circulam em torno de:

- Análise de tensões experimental;
- Projeto de transdutores;
- Monitoramento de plantas industriais, ou experimentos;

- Sistemas de segurança.

**Análise de tensões – Solicitações contra Resistência:**

A solução de problemas de análise de tensões está baseada na comparação entre as solicitações que o corpo está submetido e a resistência dos materiais que o compõe. Essas solicitações resultam de carregamentos internos ou externos, mecânicos ou térmicos, entre outras fontes, e devem ser previstas. Diagramas de corpo livre geralmente são úteis na avaliação de carregamentos. Algumas simplificações podem ser feitas, como considerar que o corpo está me estado plano de tensão ou deformação, ou desprezar a influência da temperatura e/ou da umidade no processo. Essas simplificações impõem ao modelo um erro, porém reduzem o número de variáveis facilitando a solução.

O analista deve avaliar os possíveis modos de falha que possam ocorrer na peça devido às solicitações previstas. Depois, defini-se os critérios de falha necessários para analisar cada modo de falha. Por exemplo, o modo de falha é inicio da deformação plástica, avalia-se a ocorrência da falha através de um ou mais critérios de falha, como a máxima tensão de escoamento, a máxima deformação de escoamento, superfície de von Mises ou Tresca, entre outros. *É muito importante, na solução de problemas de resistência dos materiais, deixar evidente a definição de falha do sistema!!!!*

O comportamento do sistema real é caracterizado por um modelo matemático. Esse modelo é uma aproximação e contém incertezas. Assim, modelos que não representam bem os sistemas podem conter erros expressivos. Por exemplo, se o analista utilizar um modelo para pequenas deformações em problemas com grandes deformações, ele vai obter respostas pouco confiáveis. *O modelo matemático que descreve o sistema deve ser bem avaliado!!!*

O modelo é descrito através de equações matemáticas que representam os processos que ocorrem no sistema. Essa equação contém variáveis que caracterizam uma grandeza física geométrica (comprimento, espessura, raio...) ou propriedade do material (módulo de elasticidade, coeficiente de dilatação térmica...), representar uma definição (tensão, deformação,...) ou ser um

parâmetro característico do modelo. Através dessas variáveis, os critérios de falha são avaliados, e a segurança do sistema pode ser analisada.

A análise matemática tem o objetivo de guiar a aplicação dos extensômetros. Desse modelo tira-se a quantidade, a localização e a orientação dos pontos de medição. Nos pontos de medição são colados os extensômetros. A seleção do tipo de extensômetro a ser empregado também é auxiliada pelos resultados matemáticos. Essa análise pode ser feita de uma maneira mais simplificada, utilizadas ferramentas da mecânica dos sólidos clássica. Em análises de geometrias complexas pode-se recorrer a ferramentas como método dos elementos finitos para obter um resultado numérico mais aprimorado.

O ensaio pode ser caracterizado pelos seguintes aspectos

**Avaliação das condições mecânicas no ponto de medição:**

Estado de tensão:

O estado de tensão em que o ponto está submetido é definido como:

uni-axial: Apenas uma direção é considerada

bi-axial: considera-se duas dimensões

tri-axial: As tensões atuam nas três dimensões

Além disso, as tensões são classificadas como: tensão normal e tensão de cisalhamento.

Topografia do ponto de medição:

Considerar se o campo de deformação a ser medido é homogêneo ou não, a existência de rebaixos e entalhes nas proximidades do ponto, e definir claramente o que se deseja medir, valores médios de deformação ou os valores de pico.

Natureza do carregamento:

No caso de ensaios com carregamentos estáticos, é necessário conhecer a amplitude do carregamento, a sua direção (positiva ou negativa), e a quantidade de carregamentos.

Em ensaios com carregamentos dinâmicos:

- Se o carregamento é impulsivo, estocástico, ou cíclico;
- A variação da carga, bem como se sua expansão é positiva ou negativa;
- A amplitude e o número de ciclos de carga;
- Se a medição é referenciada no zero ou medição não referenciada.

**Condições do meio ambiente envolvendo o ensaio:**

Duração da medição:

A medição pode ser única, em curto espaço de tempo, repetida em curto tempo, em longo tempo, requerendo duração operacional ou requerendo tempo de serviço de sistema vizinho.

Temperatura:

Os fatores da temperatura que influenciam no ensaio são:

- o nível da temperatura;
- a faixa de temperatura nos diversos momentos do ensaio, antes, durante e nos intervalos da medição;
- taxa de variação da temperatura;
- coeficiente de expansão térmica dos materiais que compõem;
- radiação do ambiente.

Distúrbios:

Dos distúrbios que podem influir no ensaio, deve-se analisar a intensidade e a efetiva duração, nos seguintes casos:

- Umidade – água, pressão da água, vapor, gelo.
- Óleo – óleo de transformador, parafina, óleo de máquina, óleo hidráulico;
- Químicos – sólidos, líquidos, gasosos, reativos, inertes;
- Pressão, vácuo;
- Campos elétricos, campos magnéticos, transferência de energia, corrente de solda;
- Alta energia de radiação;
- Forças externas – choque, impacto e pressão do solo.

**Condição elétrica no ponto de medição:**

Circuito:

O circuito na ponte de Wheatstone pode ter as seguintes configurações:

- quarto de ponte;
- meia ponte;
- duplo quarto de ponte ou ponte diagonal;
- ponte completa.

Suprimento do extensômetro:

A fonte de energia para o sistema de medição pode ser:

- voltagem direta;
- voltagem alternada (freqüência de carga);
- voltagem com respeito ao terra;
- suprimento continuo ou em pulso (tempo, taxa de rendimento).
- Corrente contínua;
- Corrente alternada;
- Voltagem em relação ao terra

Cabos:

Comprimento, resistência, isolamento, capacitância, resistência aos efeitos do meio (mecânica, térmica, química), conectores.

**Condições de aplicação:**

Material componente: Propriedades de colagem e soldagem.

Acesso para aplicação:

Verificar se aderência do extensômetro não será afetada pelo tratamento da superfície, por falta de resistência a solventes e a temperatura.

Condições do espaço:

Verificar se o espaço físico é suficiente para aplicação do extensômetro, do cabo, da cobertura e das capas de proteção.