Resistència Necànica atura e Fadiga - Edison da Rosa Análise de r Mecânica da Fra

Universidade Federal de Santa Catarina Departamento de Engenharia Mecânica Grupo de Análise e Projeto Mecânico Outubro 2002

8

ANÁLISE DE

RESISTÊNCIA MECÂNICA

(MECÂNICA DA FRATURA E FADIGA)

Edison da Rosa

UFSC - 2002

ANÁLISE DE RESISTÊNCIA MECÂNICA DE PEÇAS E COMPONENTES ESTRUTURAIS (MECÂNICA DA FRATURA E FADIGA)

Prof. Edison da Rosa

GRAN'IE

Grupo de Análise e Projeto Mecânico Departamento de Engenharia Mecânica Universidade Federal de Santa Catarina Agosto 2002

ÍNDICE

APRESENTAÇÃO	v
PREFÁCIO	vi
PARTE 1 - CONCEITOS INICIAIS	1
1 - METODOLOGIA MODERNA DE PROJETO	3
1.1 - O processo de projeto	4
1.2 - Determinação dos esforços	9
1.3 - Análise de tensões	11
1.4 - Análise de falha	15
1.5 - Análise de segurança	16
1.6 - Integração numérico-experimental	18
2 - MODOS DE FALHA E CONFIABILIDADE	21
2.1 - Modos de falha independentes do tempo	22
2.2 - Modos de falha dependentes do tempo	27
2.3 - Confiabilidade	29
2.4 - Modelos para falha por sobrecarga	34
2.5 - Modelos para falha por desgaste	40
2.6 - Conclusões	44

3 - COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS	46
3.1 - Generalidades do ensaio de tração	47
3.2 - Resultados obtidos do ensaio de tração	58
3.3 - Diagrama tensão-deformação real	65
3.4 - Deformação plástica e o efeito de Poisson	71
3.5 - Modelos da curva tensão-deformação	74
3.6 - Ensaio de impacto	77
3.7 - Teoria clássica da transição dútil-frágil	84
PARTE 2 - FALHA ESTÁTICA	89
4 - CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO	91
4.1 - Introdução	91
4.2 - Definição do fator de concentração de tensão	94
4.3 - Formas de reduzir a concentração de tensão	102
4.4 - Efeitos na resistência estática	103
5 - ANÁLISE PLÁSTICA	117
5.1 - Teorias de falha	118
5.2 - Considerações sobre as principais teorias	125
5.3 - Flexão plástica	127
5.4 - Fator de forma	132
5.5 - Flexão com plastificação parcial da seção	135
5.6 - Desenvolvimento de tensões residuais	139
5.7 - Escoamento com concentração de tensão	143
5.8 - Tensões primárias, secundárias e de pico	147
6 - MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR	153
6.1 - Propagação da trinca	154
6.2 - Critério de Griffith	156
6.3 - Fator de intensidade de tensões	161
6.4 - Fator geométrico e o princípio da superposição	167
6.5 - Efeito de deformações plásticas	183
6.6 - Determinação experimental da tenacidade	190

7 - MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTO-PLÁSTICA	199
7.1 - Limitações da MFEL	199
7.2 - Deslocamento de abertura da trinca	201
7.3 - A tensão crítica de falha	205
7.4 - O método de Dowling e Townley	213
7.5 - Propagação estável da trinca	217
7.6 - Resumo do procedimento de análise	219
PARTE 3 - FALHA POR FADIGA	221
8 - O FENÔMENO DA FADIGA	223
8.1 - Introdução	224
8.2 - Comportamento microscópico	226
8.3 - Comportamento macroscópico	231
8.4 - Curva tensão-deformação cíclica	235
8.5 - Exigênciais de uma análise de fadiga	241
8.6 - Critérios de projeto para fadiga	244
8.7 - Comentários finais	246
9 - RESISTÊNCIA À FADIGA DOS MATERIAIS	249
9.1 - Ensaios de fadiga	250
9.2 - Resultados experimentais	254
9.3 - Estimativa da curva σ - N do material	259
9.4 - Estimativa da curva ϵ - N do material	265
9.5 - Obtenção da curva tensão-deformação	272
9.6 - Dano acumulado	274
10- RESISTÊNCIA À FADIGA DOS COMPONENTES	277
10.1- Introdução	277
10.2- Efeitos sobre o diagrama σ - N	279
10.3- Efeitos sobre o diagrama ϵ - N	294
10.4- Efeito de descontinuidades geométricas	296
10.5- Análise com uso da Regra de Neuber	306
10.6- Comentários	311

11- O EFEITO DE SOLICITAÇÕES MÉDIAS	313
11.1- Diagramas σ_a - σ_m	313
11.2- Concentração de tensão sob tensões médias	327
11.3- Coeficiente de segurança	330
11.4- Uso do diagrama ϵ - N	337
11.5- Carregamento combinado	344
12- A PROPAGAÇÃO DE TRINCAS DE FADIGA	348
12.1- A correlação å - ΔK	349
12.2- A vida de propagação	357
12.3- Projeto com tolerância à dano	362
12.4- Análise do significado de defeitos	369
12.5- Estimativa de defeitos	373
12.6- Procedimentos normalizados	377
13- UMA VISÃO DE CONJUNTO DA FADIGA	380
13.1- Análise crítica	380
13.2- Diagrama de desenvolvimento da trinca	382
13.3- Conclusões	385
REFERÊNCIAS	388
NOMENCLATURA	394

APRESENTAÇÃO

Este trabalho iniciou há mais de quinze anos, quando foi elaborado um primeiro texto coletando os diferentes enfoques e tecnologias, à época existentes, para realizar uma análise de fadiga, [75]. Com a reformulação do currículo do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, foi introduzida a disciplina de Fadiga e Confiabilidade, ocasião em que o conteúdo deste trabalho recebeu a atual estruturação, passando no entanto por inúmeras revisões, complementações e correções, quando na forma de apostila. O conteúdo deste texto foi também inúmeras vezes utilizado para cursos junto à indústria, promovidos seja pelo GRANTE - UFSC, seja pela Associação Brasileira de Engenharia Automotiva, AEA. O autor, na apresentação da presente edição desta obra, gostaria de agradecer ao auxílio dado pelos seus colegas do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, que de uma forma ou de outra colaboraram, em especial aos Professores Lauro Cesar Nicolazzi e Paulo de Tarso Rocha de Mendonça, que complementaram e revisaram muitos tópicos dos Capítulos 3, 4, 5, 9, 10 e 11, bem como aos Profs. Romeu Odilo Trauer e Arno Blass que revisaram o texto.

PREFÁCIO

A análise de componentes estruturais sofreu um desenvolvimento bastante acentuado nas últimas décadas, com o surgimento de estudos detalhados nos campos de Fadiga, Mecânica da Fratura, Confiabilidade Estrutural e Métodos Numéricos de Análise Estrutural. Este desenvolvimento, ainda bastante atuante, está sendo pouco aproveitado nos Cursos de Engenharia, em parte por serem assuntos relativamente novos e pouco divulgados, em termos acessíveis, em parte por existir um grande volume de informações, dispersas em publicações as mais variadas, tornando difícil um primeiro estudo sobre o assunto. É opinião do autor que o conhecimento atual sobre Fadiga e Mecânica da Fratura atingiu um nível que justifica a publicação deste trabalho, visando preencher uma lacuna existente na maioria dos atuais currículos dos Cursos de Engenharia Mecânica e na literatura disponível no País. Grande parte dos aspectos apresentados no texto já estão consagrados, havendo um consenso entre os especialistas da área. Outros pontos estão ainda em desenvolvimento, sendo que o enfoque apresentado é o que mais se adapta a uma aplicação prática em Engenharia, a nível industrial.

O objetivo deste trabalho é fornecer um conjunto de informações e métodos de dimensionamento para a análise de resistência de componentes estruturais, formando um todo consistente, que torna viável o uso imediato destas informações no projeto ou na análise de componentes submetidos a cargas mecânicas ou térmicas. Tal permite um melhor conhecimento da real margem de segurança e um uso mais eficiente do material, pela determinação mais exata da tensão característica de falha do material, bem como de que forma deve ser determinada a margem de segurança necessária. Assim é apresentado um processo integrado de dimensionamento e de análise que procura

aliar precisão de resultados com um roteiro de cálculo prático, que possa ser usado em nível industrial. O objetivo é permitir a identificação dos possíveis modos de falha de um componente, a partir das condições de uso, bem como definir qual a tensão admissível a ser utilizada no projeto, compatível com o modo de falha em estudo do componente, e com o nível de segurança necessário. O enfoque dado ao longo do texto é de, usando o mínimo possível de informações das disciplinas de Mecânica dos Sólidos e de Materiais de Construção Mecânica, formular um modelo que represente de forma adequada o comportamento do material, visando o uso deste modelo no projeto e dimensionamento de componentes mecânicos e estruturais.

O dimensionamento, ou análise, de um componente, ou sistema estrutural, envolve uma següência de procedimentos intimamente interligados, conforme detalhado no Capítulo 1. Esta següência normalmente inicia com a determinação das solicitações devidas ao carregamento que atua e na análise de tensões nas secões mais críticas. Por outro lado, o material possui uma capacidade de suportar carga que não pode ser excedida, sem risco de falha. Assim, a tensão calculada é usualmente comparada com uma tensão característica do material, admissível para o tipo de aplicação. No entanto, o nível de segurança que existe fica avaliado de uma forma subjetiva, mais baseado na experiência anterior com construções semelhantes, do que em uma quantificação que permita afirmar se a estrutura está ou não em segurança. Para aceitar ou não a tensão calculada é necessário estudar o modo de falha do material para o tipo de carregamento que age, bem como qual a margem de segurança que deve ser usada, em função da maior ou menor responsabilidade envolvida. O objetivo deste trabalho é justamente dar ênfase nestes aspectos. Assim, o conteúdo insere-se entre um curso de Mecânica dos Sólidos e um curso de Elementos de Máquinas, pois o objetivo final aqui é determinar uma tensão admissível com a qual deverá ser feito o projeto preliminar dos diferentes componentes estruturais.

Na primeira parte do texto é feita uma revisão sobre as Propriedades Mecânicas dos Materiais e Mecânica dos Sólidos, avançando para Análise Plástica e Mecânica da Fratura na segunda parte. A terceira parte trata dos problemas relacionados com uma falha por fadiga. Com estas informações é possível definir qual a tensão de falha do material, passando a seguir à análise de segurança, com o uso dos conceitos de confiabilidade, esboçados no Capítulo 2. Em todo o trabalho é dada ênfase à importância de considerar deformações plástica, tanto para fratura como para fadiga, juntamente com o desenvolvimento de tensões residuais e suas conseqüências.

Um dos maiores problemas enfrentados pelo autor foi o de selecionar o material que devia ser incluido no texto, pois o volume de informações atualmente disponível é grande, podendo chegar ao ponto de desenvolver um texto completo sobre o assunto tratado em cada um dos capítulos aqui apresentados. Como o objetivo da obra é o seu uso como livro texto em um curso de Engenharia, e como uma referência que seja útil aos engenheiros da área, não deve ser longa, mas

suficientemente completa de modo a cobrir todos os pontos fundamentais, fornecendo ainda meios para o leitor interessado prosseguir no seu estudo. O conteúdo no seu todo é mais extenso do que o necessário a um curso de graduação com duração da ordem de sessenta horas de aula, exigindo, para a sua completa absorção, algo como noventa horas. O material apresentado na primeira parte é na sua maioria revisão de conceitos, que podem ser deixados de lado, iniciando diretamente no Capítulo 5, referente à análise plástica. Alguns trechos, bem como certos exercícios propostos, apresentam um detalhamento do assunto, exigindo às vezes um conhecimento mais profundo e podem ser deixados de lado em uma primeira leitura.

O presente trabalho engloba grande parte da experiência adquirida pelo autor ao ministrar as disciplinas de Confiabilidade Estrutural e de Mecânica da Fratura e Fadiga, nos Cursos de Pós-Graduação e de Graduação, em Engenharia Mecânica, da Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, bem como a orientação de inúmeras pesquisas nesta área. Por outro lado, o assessoramento prestado a diversas empresas, na forma de consultoria, ao longo dos anos, contribuiu sensivelmente para moldar este trabalho. Desta forma, o texto muitas vezes corresponde às necessidades ou procedimentos típicos destes tipos de empresas, onde procurou-se dar um tratamento homogêneo entre os diferentes enfoques do problema da análise de resistência estrutural. Assim, muitas situações correspondem a casos de sistemas de usinas nucleares, ou hidrelétricas, ou ainda termoelétricas. Em outros casos surgem situações típicas da indústria automotiva e em outros ainda, a casos da indústria aeronáutica. Foi procurado ao longo de todo o texto fazer uma apresentação das informações da forma mais objetiva possível, sem uma maior preocupação com rigorismos matemáticos, tendo em vista a aplicação eminentemente prática que é pretendida. Uma grande vantagem do método de análise, como está apresentado, é a ampla possibilidade do uso de calculadoras programáveis, bem como o uso de micro-computadores. Finalizando, o autor convida a todos os leitores desta obra a manifestarem a sua opinião a respeito da mesma, visando a correção de falhas que tenham passado desapercebidas e a um aprimoramento do seu conteúdo.

> Edison da Rosa darosa@emc.ufsc.br Florianópolis, agosto de 2002

PARTE 1

CONCEITOS INICIAIS

Nesta primeira parte são apresentados os conceitos básicos usados efetivamente ao longo do texto, englobando os Capítulos 1 a 3. O Capítulo 1 situa o problema de análise de resistência mecânica dentro do contexto de um procedimento de projeto de produtos e equipamentos, dando assim uma visão de conjunto do processo. O Capítulo 2 enfatiza a necessidade de se definir com precisão todos os modos de falha que podem surgir, em situações típicas de projeto e o efeito destes modos sobre a confiabilidade do produto. Quanto ao Capítulo 3, neste é feita uma revisão dos conceitos tradicionais que estão envolvidos com os ensaios de materiais metálicos, com o objetivo de caracterizar o comportamento mecânico destes.

CAPÍTULO 1

METODOLOGIA MODERNA DE PROJETO

Tradicionalmente o termo Engenharia está relacionado com a criação de algum objeto de utilidade, o que em geral envolve toda uma seqüência de atividades, desde o início da concepção do produto, até a sua produção propriamente dita, passando pelo projeto preliminar, detalhamento, análise, planejamento da produção, produção e controle de qualidade e assistência ao usuário.

No caso específico de produtos industriais, que são solicitados por cargas e esforços durante a operação, ou mesmo quando da armazenagem, um dos pontos mais críticos do projeto é o correto dimensionamento para suportar as cargas que irão se desenvolver. Assim, este trabalho preocupa-se com os vários aspectos de resistência mecânica que estão habitualmente acoplados com o projeto e a análise de sistemas de Engenharia. De uma forma geral o termo projeto é empregado no sentido de sintetizar um sistema que venha a produzir uma resposta específica, quando solicitado. Este sistema, no que diz respeito ao seu desempenho, deve satisfazer uma série de restrições e especificações, com um projeto que visa, na maioria dos casos, a minimizar o custo total ao longo do período de vida útil. Praticamente em qualquer tipo de sistema que venha a ser projetado existem componentes cuja função é suportar e transmitir cargas mecânicas. Estes componentes devem ser dimensionados de modo a resistir às cargas previstas, constituindo-se, logo, em componentes estruturais do sistema.

1.1 - O PROCESSO DE PROJETO

O desenvolvimento de um certo produto tem início quando existe uma exigência ou quando é detectada uma necessidade, em relação ao mercado consumidor, para aquele tipo de produto. A partir deste ponto é desencadeada toda uma sequência de ações, que tem como ponto de partida o estabelecimento dos chamados requisitos de projeto, ou especificações do produto, que procuram definir, da forma mais ampla possível, o que deve ser o produto, quanto à sua funcionalidade e expectativa de vida. Estes requisitos deverão ser bem elaborados, de modo a definir com precisão o que deverá ser o produto, pois estes irão orientar todo o desenvolvimento do mesmo.

No caso particular de um projeto estrutural este deve estar baseado em requisitos de operação do sistema, ou em um conjunto de condições a serem satisfeitas, que formam os requisitos de projeto do equipamento. Normalmente a definição dos requisitos de um dado equipamento ou sistema de Engenharia, quando de grande porte, é obtido após discussões entre o fabricante, o projetista de processo e o usuário deste sistema, muitas vezes com a necessidade de consultores externos que possuam experiência anterior no tipo de sistema em consideração. Os requisitos do equipamento baseiam-se em condições de operação típicas deste, bem como previsões sobre eventuais sobrecargas devidas a falhas nos componentes, ou mesmo falhas humanas na operação do sistema, em condições normais de uso ou ainda em condições de emergência. Estas últimas considerações são relevantes quando se trata de equipamentos de alto custo ou que trabalham em instalações de responsabilidade, cujas falhas tenham elevados custos econômicos ou sociais. Do ponto de vista do engenheiro de projeto, se existem os requisitos do equipamento e se estes foram elaborados de forma criteriosa, o projeto propriamente dito fica mais fácil, principalmente se for regido por um conjunto de normas coerentes, pois muitas vezes deve-se apenas seguir um roteiro préestabelecido. O grande problema é quando o equipamento não possui os requisitos de projeto ou, então, guando se está elaborando estes requisitos. Em casos de equipamentos e sistemas de Engenharia de grande responsabilidade torna-se necessário o ensaio de protótipos do equipamento em condições tão próximas quanto possível do real ou a simulação matemática deste, para que se tenham informações confiáveis sobre a intensidade do carregamento, temperatura de operação, ciclos de trabalho, etc.

Procurando definir de uma forma ampla, o engenheiro de projeto trabalha com um grande número de variáveis, que formam o chamado espaço de projeto, ou seja, o conjunto de todos os fatores que influem sobre a configuração do projeto, seu custo de fabricação e operação, seu desempenho em serviço, etc. Dentre as variáveis de projeto, podemos citar algumas das mais importantes como sendo:

- Valores nominais de carga, como forças, momentos e pressão;
- Valores máximos de carregamento;
- Variação de temperatura durante a operação;
- Propriedades dos materiais usados;
- Tipos de vínculos e restrições;
- Nível de segurança.

Destas variáveis, muitas são incógnitas quando da etapa de projeto preliminar, embora em muitos casos conheça-se ao menos a ordem de grandeza que os valores numéricos devem assumir. Usualmente temse como incógnitas em um projeto preliminar variáveis como, por exemplo, as dimensões da seção transversal do componente, a espessura de parede de um reservatório, ou a especificação do tipo de material.

Um dos grandes problemas na Engenharia de projeto é a incerteza que existe na quantificação das variáveis necessárias para o projeto e análise do sistema em questão. Esta quantificação pode, ou ser estimada por uma análise aproximada, baseada em experiência anterior, ou então pode ser feita uma determinação experimental através de ensaios, das variáveis de interesse. No caso particular de sistemas estruturais, existem três fontes bastante distintas de incertezas, quais sejam:

- Conhecimento apenas orientativo da magnitude das cargas e esforços que agem sobre o equipamento. Quando a carga é estática, pode-se estimá-la razoavelmente. No caso de cargas dinâmicas, a sua definição exige um maior envolvimento, já que um tratamento mais objetivo fica prejudicado, pela complexidade do problema. Se a carga for de natureza aleatória, o problema torna-se ainda mais difícil, sendo necessária a obtenção de dados de campo em muitos casos.

- Uma análise de tensões feita com base nos conceitos da Mecânica dos Sólidos clássica apresenta bons resultados apenas quando o componente estrutural se enquadra adequadamente no modelo usado na análise. Quando, no entanto, o componente possui uma geometria mais complexa, a precisão dos valores de tensões calculados pelos métodos simplificados da Mecânica dos Sólidos é motivo de preocupação, exigindo maior atenção.

- Finalmente, a resistência do material que forma o componente é fundamental, pois ela é o termo de comparação para se definir o nível de segurança do componente. Esta resistência deve ser compatível com o modo pelo qual o material irá falhar, cuidando-se explicitamente como são definidos os modos de falha do componente, já que para cada um destes modos o material terá uma propriedade específica.



Figura 1.1 - Etapas no desenvolvimento de um produto, com ênfase estrutural.

A figura 1.1 mostra esquematicamente as diferentes etapas em um processo genérico de projeto estrutural, partindo de uma solicitação do mercado, que estabelece os requisitos de projeto. Esta etapa parte de informações que muitas vezes são um tanto nebulosas, fracamente definidas. A partir deste ponto começa a etapa de concepção do produto, que é de início uma primeira aproximação do que deverá ser este produto. Esta etapa pode gerar várias alternativas de configuração para o produto bem como diferentes princípios operacionais. Um estudo de custo, viabilidade, eficiência, etc., limita as várias tentativas e

alternativas a umas poucas opções, algo como duas ou três, que passam para uma etapa de um maior detalhamento, a ser realizado ao longo do projeto de engenharia. A figura 1.2 mostra como uma solicitação do mercado gera os requisitos de projeto do produto, que tem como forma final um documento, como um relatório.



Figura 1.2 - Definição dos requisitos de projeto do produto a ser desenvolvido.

A figura 1.3 ilustra como a partir dos requisitos de projeto do produto é desenvolvido um modelo sobre o que deverá ser o produto, através da criação de um modelo geométrico. Muitas vezes ocorre a situação onde já temos um produto em fabricação, ou no estágio de protótipo, e desejamos criar um modelo geométrico deste produto. Para tal é necessário então um processo de digitalização do produto, através de um equipamento adequado, como uma máquina de medida de coordenadas, seja em 2D ou em 3D, que é o caso mais corriqueiro. Uma vez definido o modelo geométrico do produto, ao menos de uma forma preliminar, passamos então para o detalhamento do projeto de engenharia. Em um ambiente de projeto centrado sobre um sistema computacional, o modelo geométrico passa a ficar residente em um banco de dados, armazenado em disco. A partir deste banco de dados, é que o projeto tem continuidade. Este projeto, em um enfoque mais restrito ao campo estrutural, deve procurar quantificar as diferentes variáveis que estão relacionadas com o produto.



Figura 1.3 - Concepção do produto e arquivamento do modelo geométrico.

Assim, com uma estimativa inicial das cargas que agem sobre a estrutura e das tensões de falha do material, pode ser feito um prédimensionamento, ou projeto preliminar, dos principais componentes estruturais do equipamento, com base nas expressões clássicas da Mecânica dos Sólidos. Este projeto preliminar, é óbvio, não apresenta um grau de segurança uniforme, muitas vezes podendo pecar por falta ou por excesso. Torna-se assim necessário realizar um estudo mais detalhado, tomando por base o projeto preliminar. Uma primeira necessidade é a determinação mais precisa das cargas que agem, tanto estáticas como dinâmicas. Isto pode ser feito utilizando-se métodos mais precisos de análise, com o uso de modelos matemáticos ou através da medida e monitoração das cargas durante a operação do equipamento, ou de um protótipo, por meio de uma simulação em laboratório, ou mesmo de um ensaio em campo.

Com as cargas que atuam na estrutura já determinadas, é possível realizar o dimensionamento da estrutura ou a verificação do projeto preliminar. Apenas em estruturas bastante simples o número de variáveis envolvidas é relativamente pequeno, de forma a permitir um projeto rápido, obtido apenas com o dimensionamento. Em geral é feito um pré-dimensionamento da estrutura, usando um modelo simplificado de análise. Em seguida torna-se necessária uma verificação do pré-dimensionamento, usando a estrutura real definida na etapa anterior. Este processo de verificação consome a maior parte do tempo de projeto, já que ele envolve um número bastante grande de detalhes a ser verificado e calculado, devendo em muitas situações ser refeito várias vezes, de uma forma iterativa.

A verificação é necessária porque no projeto preliminar foram feitas várias simplificações, como o uso de modelos de comportamento dos componentes, que podem não representar adequadamente a realidade. Em geral, para sistemas mais complexos, desenvolve-se um processo iterativo de projeto e verificação, de forma a aperfeiçoar o projeto final e eliminar desta forma qualquer erro eventual.

Assim, para que seja possível o desenvolvimento criterioso de todo o projeto, é necessário que tenhamos uma idealização do sistema estrutural, através da elaboração de um conjunto de modelos, que devem descrever de forma adequada os pontos relevantes quanto ao meio ambiente onde o sistema deve operar, quanto à geometria deste sistema e também quanto ao material que será utilizado na fabricação das várias partes que formam o sistema. O modelo do meio ambiente pode ter alguma caracterização simples, como por exemplo a temperatura onde o sistema deve operar. Em outros casos, como no caso de veículos terrestres, o modelo do meio ambiente deve incluir uma caracterização do tipo de piso onde o veículo vai trafegar, de modo a fornecer dados sobre o perfil do terreno, condições de aderência, de flutuação dos pneus e alguma outra informação adicional. Este modelo, em conjunto com a idealização do sistema, permite a determinação, via simulação, dos níveis de carga nos pontos de interesse.

O modelo da geometria visa fornecer uma idealização simplificada da configuração dos componentes, para permitir uma análise de tensões nestes componentes. O modelo da geometria pode ser extremamente simples, como a idealização de uma viga sob flexão, ou significativamente mais complexo, como um modelo de elementos finitos tridimensional. Por outro lado, o modelo do material procura caracterizar o seu comportamento, quanto à curva tensão-deformação, quanto aos níveis admissíveis de resistência mecânica, etc.

1.2 - DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS

O projeto de uma estrutura requer um conhecimento prévio, se não exato ao menos aproximado, das solicitações que agem sobre a estrutura. Para estruturas estáticas não existem grandes problemas na determinação das cargas. No entanto, a situação altera-se bastante em estruturas com movimento relativo ao meio ambiente, onde a ocorrência de cargas dinâmicas é habitual. Para determinar as cargas dinâmicas pode-se adotar dois caminhos distintos, mas que são complementares na realidade:

- Análise teórica.

Uso de um modelo matemático que representa o comportamento dinâmico do sistema, ou;

- Análise experimental.

Determina as cargas com o equipamento em condições típicas de utilização.

A solução teórica é obtida com o uso dos conceitos da dinâmica, onde o sistema é idealizado através de um modelo que considera os efeitos relevantes de inércia, flexibilidade e amortecimento. Por outro lado, o meio ambiente onde o sistema irá operar é uma das principais fontes das cargas que irão atuar sobre o sistema, e deve ser idealizado e definido na forma de um modelo. Assim, unindo o modelo do sistema com o modelo do meio ambiente, temos informações adequadas para prever o desempenho em operação do sistema. O equacionamento das condições de equilíbrio leva habitualmente a um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, que pode ser resolvido analiticamente no caso de modelos simples.



Figura 1.4 - Análise dinâmica de um sistema mecânico.

Para situações mais complexas é necessário recorrer a processos numéricos para obter-se solução, através da integração numérica ao longo do tempo. A figura 1.4 mostra um modelo de simulação de um veículo, rodando sobre um terreno irregular. Com a solução é possível determinar a resposta deste sistema, ao longo do tempo, e assim obter as informações de interesse, como forças ou cargas em determinados pontos, ou acelerações nestes pontos. A figura mostra um resultado típico de esforços obtidos desta forma, bem como a sua caracterização através de uma redução de dados, por uma análise estatística, fornecendo a função densidade de probabilidade, PDF, e por uma análise de Fourier, através da função densidade espectral, PSD. Outra possibilidade é o uso de um ensaio experimental, onde buscamos cruzar informações entre o modelo numérico de análise e o modelo físico ensaiado, seja em laboratório, seja em campo. Com o cruzamento de informações é possível um ganho significativo do conhecimento sobre o sistema, o que de uma forma isolada, trabalhando só com o modelo numérico ou só com o modelo físico, não seria possível de ser obtido.

A análise experimental exige o uso de equipamentos adequados para a medida e o registro das grandezas em que existe interesse, como por exemplo forcas, momentos, deslocamentos, etc. A determinação experimental das cargas sobre a estrutura é feita normalmente com um protótipo instrumentado, com transdutores de força nos pontos de interesse. Este protótipo é posto a operar em condições análogas às que se espera em serviço e as cargas atuantes são então registradas. A forma mais atual e difundida de transdutores de força são dinamômetros com extensômetros de resistência. O registro obtido experimentalmente fornece informações valiosas ao projetista, desde que analisado de forma correta. Com o registro da solicitação é possível compactar os dados usando os conceitos da função densidade de probabilidade do sinal e do espectro de frequência deste mesmo sinal. A função densidade de probabilidade fornece as informações quanto à maior ou menor possibilidade de ocorrer um dado valor do sinal. No entanto, nada informa sobre a frequência da solicitação, que no caso de cargas dinâmicas é fundamental. O conteúdo de frequência é fornecido pelo espectro de frequência, ou função densidade espectral, que indica qual a contribuição, em termos de energia, de cada frequência contida no sinal. A área sob a curva da densidade espectral é a energia total do sinal, ou seja, o seu valor médio guadrático, outro dado importante.

1.3 - ANÁLISE DE TENSÕES

Em estruturas complexas o processo de análise de tensões deve ser capaz de tratar com formas geométricas e casos de carregamento que não são triviais. Assim, deve ser buscada uma solução para o cálculo das tensões, o que pode ser feito de diversos modos, dependendo da conveniência, disponibilidade e responsabilidade da estrutura. A análise de tensões pode ser feita usando vários métodos, sendo que os principais são classificados como:

MÉTODOS ANALÍTICOS

O mais simples dos métodos analíticos para a análise de tensões está baseado na metodologia da Mecânica dos Sólidos, porém tem uma grande desvantagem, já que parte de uma distribuição de tensões, ou de deformações, pré-concebida, não necessariamente verdadeira, o que pode levar a erros. Apenas em casos particulares é que aquelas soluções são corretas. Para estruturas e máquinas mais complexas o método usual começa a tornar-se muito laborioso e sujeito a erros decorrentes das simplificações feitas no problema para tornar possível a solução. Uma análise feita baseando-se nos conceitos da Mecânica dos Sólidos clássica apresenta bons resultados apenas quando o componente estrutural se enquadra adequadamente no modelo usado para realizar a análise.

Um procedimento mais elaborado pode fazer uso da Teoria da Elasticidade, a qual procura determinar o campo de tensões e de deformações, tomando por base apenas a geometria, carregamento e condições de contorno. Assim, a solução é exata, embora mais trabalhosa. A desvantagem básica é a limitação da forma das peças que podem ser analisados. Formas mais complexas são difíceis de analisar, pois o contorno deve ser representado através de uma função matemática, a qual pode ser difícil, ou mesmo impossível de determinar analiticamente, [22], [95], [99].

MÉTODOS NUMÉRICOS

Quando, em casos de estruturas complexas, não é possível tolerar imprecisões na análise, o uso de Métodos Numéricos torna-se uma exigência. Devido à limitação dos métodos analíticos é que se desenvolveram os Métodos Numéricos de Análise Estrutural, que estão baseados na Mecânica do Contínuo, como a Teoria da Elasticidade e a Teoria da Plasticidade. Estes métodos possibilitam a análise para geometrias quaisquer, dando assim grande flexibilidade na solução de problemas. Os principais Métodos Numéricos em uso são o de diferenças finitas, o de elementos finitos e o de elementos de contorno. Pela relativa facilidade de uso, o Método de Elementos Finitos tem uma aplicação cada vez mais abrangente e generalizada, seguido de perto, ultimamente, pelo Método de Elementos de Contorno. O Método de Elementos Finitos é um processo numérico que usa a solução de um "elemento" de forma geométrica relativamente simples, solução esta normalmente obtida com auxílio da Mecânica do Contínuo, para então obter o comportamento de toda uma estrutura, com forma qualquer. A estrutura sob análise é dividida em um conjunto de elementos com dimensões finitas. Assim, a partir do comportamento de um elemento, é obtida a solução da estrutura. O método exige, para ser utilizado de maneira eficiente, pessoal especializado para preparar o modelo a ser analisado. Mesmo em casos mais simples estes processos podem se tornar atrativos, desde que disponível o programa de cálculo, pois alguns minutos de computador fornecem todos os resultados, com maior exatidão do que se fosse feita uma análise usual, consumindo dezenas ou mesmo centenas de horas. Esta etapa não está em discussão no presente trabalho, existindo várias publicações de excelente nível, como, por exemplo, as referências [17], [23], [31], [103], [Fancello].

MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Outra possibilidade para determinar as tensões no material é usar uma análise efetuada diretamente sobre o produto. Normalmente o interesse é sobre os deslocamentos da estrutura, quando carregada, ou então sobre as tensões e deformações nos pontos críticos. Maiores detalhes sobre os métodos apresentados podem ser obtidos nas referências [32], [99]. A análise experimental pode ser feita utilizando:

- Extensômetros de resistência;
- Método de Moiré;
- Foto-elasticidade;
- Métodos holográficos;
- Emissão térmica.

Com o uso de extensômetros de resistência é possível determinar a solicitação, em termos de deformações, em apenas alguns pontos do componente, onde foram instalados os extensômetros. Apresentam como vantagem uma aplicação direta sobre a peça e interpretação bastante fácil dos resultados obtidos. Exigem, no entanto, um conhecimento prévio de quais são os pontos mais solicitados, bem como uma estimativa das direções principais das tensões que agem. Uma vez conhecido o estado de deformações pode-se obter o estado de tensões no ponto pelo uso da lei de Hooke, desde que o material esteja seguramente dentro do regime elástico.

O método de Moiré, bem como a holografia, determina o campo de deslocamentos na superfície da peça, necessitando uma análise mais complexa dos resultados. O método de Moiré exige que a peça a ser ensaiada seja previamente gravada com uma malha e, a menos que as deformações sejam grandes, torna-se necessário o uso de malhas de alta precisão, com espaçamento entre linha da ordem de 10 a 50 µm.

Uma análise por foto-elasticidade exige a confecção de um modelo, da peça, de plástico birefringente, o qual será carregado e submetido a luz polarizada, que tem o seu plano de polarização alterado, conforme a solicitação no ponto. Este efeito gera franjas de interferência, que são linhas de igual tensão cisalhante, ou de igual direção das tensões principais. A análise dos resultados é bastante trabalhosa, porém permite obter todo o campo de tensões sobre o modelo.

O método por emissão térmica utiliza um processo de leitura da temperatura sobre a peça com precisão da ordem de 0,001 °C. A peça é submetida a um carregamento típico de modo que pode ser obtido um mapeamento da temperatura que o material da peça atinge sob carga, devido ao efeito de histerese. Através de uma calibração, específica para o material, temos definida a relação temperatura-tensão e assim gera-se um mapeamento do estado de tensões na peça. Este método é sensível ao valor da tensão equivalente, que caracteriza o trabalho de deformação gerado em cada ponto e portanto a energia dissipada na forma de calor.

A figura 1.5 mostra um modelo para análise por elementos finitos de uma peça, bem como os resultados típicos que obtemos. A figura mostra também alguns extensômetros de resistência. Em problemas complexos, um ponto crucial é estabelecer as condições de validade dos resultados obtidos pela análise de tensões, seja uma análise numérica, seja uma análise experimental. Em ambos os casos temos vários aspectos que podem fazer com que o modelo idealizado não corresponda bem à realidade física, como por exemplo a definição das condições de contorno (engastado, apoiado, flexível), a região e a intensidade com que a carga externa atua, o efeito de folgas, atrito, etc. Assim, o cruzamento de resultados, obtidos com o modelo numérico, com os resultados obtidos com o modelo experimental, permite um refino da solução, pela melhor correspondência entre os modelos de análise e a realidade.



Figura 1.5 - Análise de tensões numérica e experimental.

Com a verificação experimental das tensões nos pontos críticos é possível determinar, de uma forma mais precisa, qual a margem de segurança existente, ou qual a confiabilidade do projeto, dentro do prazo estabelecido para a vida do componente.

1.4 - ANÁLISE DE FALHA

A resistência do material que forma o componente é fundamental, pois ela é o termo de comparação para se definir o nível de segurança do componente. Esta resistência deve ser compatível com o modo de falha pelo qual o material irá romper. Isto implica na obtenção das características de resistência mecânica do material, tanto para cargas estáticas como para cargas dinâmicas, pelo uso de corpos de prova adequados. Esta etapa preocupa-se em determinar a tensão nominal que pode solicitar o material, sem provocar falhas, para o período de vida previsto para o componente. Aqui são usados os métodos mais recentes para a Análise de Fadiga, bem como os conceitos da Mecânica da Fratura, para a análise do efeito nocivo de fissuras e eventuais defeitos internos do material. Atualmente é possível prever a vida de um componente sujeito à fadiga, dentro de uma faixa estreita, mesmo para solicitações aleatórias. Neste caso o processo usado para definir os ciclos de carga que vão sendo completados passa a ser de importância vital. Algumas referências básicas neste tópico são [4], [34], [86]. Em componentes estruturais, a falha se inicia sempre nos pontos mais solicitados. Quando a solicitação é dinâmica, esta falha começa na forma de pequenas trincas de fadiga, que vão crescendo e reduzindo a seção resistente, até que uma sobrecarga faz com que ocorra a ruptura final, por uma propagação brusca da trinca. Deste modo, em ambiente não agressivo, o material deve ter sua capacidade de suportar cargas analisada de diferentes formas, quais sejam:

- Resistência à fadiga. Neste caso é necessário distinguir os dois períodos, o de nucleação e o de propagação da trinca, porque os fenômenos envolvidos são distintos.
- Resistência à falha estática, para o material isento de defeitos. Esta falha pode estar associada a um escoamento, uma instabilidade, ou mesmo com a ruptura do material.
- Resistência à ruptura estática, quando o material possui defeitos. Tal define o tamanho admissível de trinca para não ocorrer a ruptura final do componente.

A figura 1.6 ilustra esquematicamente esta etapa da análise de falha, onde buscamos definir o que se pode chamar de dano generalizado, que corresponde a uma medida do comprometimento do material para um dado modo de falha. Para quantificar este dano devemos utilizar um modelo que descreva o comportamento do material para o modo de falha em estudo. Para o caso de solicitações dinâmicas, que excitam uma falha por fadiga, é necessário um procedimento experimental para validar a análise efetuada, já que as dispersões e incertezas são significativas, levando a variações no dano e logo na vida prevista para o produto.



Figura 1.6 - Análise de falha, definindo o dano sobre o material.

1.5 ANÁLISE DE SEGURANÇA

Finalmente temos a última etapa, que une os resultados das anteriores com as informações referentes ao grau de segurança necessário, bem como com as dispersões que ocorrem nos dados, para definir o coeficiente de segurança ou o fator de projeto adequado. Nesta etapa entram os conceitos de Confiabilidade Estrutural, onde o aspecto aleatório das variáveis de projeto é considerado. Esta aleatoriedade ocorre no carregamento que atua sobre o produto, como também nas propriedades do material. As tolerâncias dimensionais são outra fonte de aleatoriedade, significativa quando tratamos com ajuste. Apenas quando todo o conjunto de informações relacionadas com o produto está disponível, de uma forma coerente, é possível desenvolver o projeto com um nível de confiabilidade adequado, sem onerar ou aumentar de forma excessiva os custos.



Figura 1.7 - Análise de segurança para falha por sobrecarga e por desgaste.

Na análise de segurança o objetivo é verificar se o nível de resistência é adequado, comparativamente com as flutuações de carga induzidas pelo uso do sistema. A figura 1.7 ilustra de forma esquemática o procedimento. Considerando a carga variável ao longo do tempo, existe uma imprevisibilidade quanto ao seu valor absoluto, porém é possível trabalhar com as suas características estatísticas, ou seja, com a sua função densidade de probabilidade. Quanto à resistência do sistema, esta também possui alguma aleatoriedade, devido às heterogeneidades do material, imperfeições de fabricação ou montagem, etc. Dependendo dos modos de falha que são relevantes, pode ser que o nível de resistência seja pouco influenciado pelo tempo de uso do sistema, mas também pode ocorrer que a vida afete de forma significativa o nível de resistência. Seja em uma ou em outra situação, sempre teremos, em um dado instante de tempo, que a carga atuante possui uma distribuição estatística e, de igual forma, a resistência também possui a sua distribuição estatística. Na análise de segurança, o importante é reconhecermos a possibilidade, expressa na forma de uma probabilidade, de que a carga venha a exceder a resistência. Esta probabilidade pode ser obtida através das distribuições estatísticas da solicitação e da resistência e será tanto maior quanto maior a vida, se a resistência sofrer uma deterioração ao longo do tempo. A confiabilidade é definida como a probabilidade de que o sistema não falhe, em um dado intervalo de tempo, ou vida. Assim, torna-se necessário inicialmente definirmos com exatidão em que consiste a falha do sistema e quais modos de falha devem ser

observados. Para tal a funcionalidade do produto, definida nos requisitos do projeto, é essencial.

A confiabilidade assim determinada deve ser comparada com os critérios de segurança estabelecidos inicialmente, quando foram definidos os requisitos de projeto do produto. Assim podemos avaliar se o projeto está de acordo com os requisitos, sendo portanto liberado para fabricação, ou se deve ser revisado, retornando às etapas anteriores.

1.6 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL

Dentro do moderno contexto de projeto, as diferentes etapas que são seguidas durante o desenvolvimento estão suportadas por sistemas computacionais, onde as informações geradas em uma etapa formam um banco de dados que vai sendo complementado conforme novas informações vão sendo agregadas pelas novas etapas. Neste aspecto não só as atividades baseadas em um modelo numéricocomputacional estão conectadas ao banco de dados, mas também as atividades experimentais, baseadas em um modelo físico, estão conectadas ao sistema computacional e logo ao banco de dados. A figura 1.8 ilustra a situação discutida. Esta integração forma então o conceito do CIE, Computer Integrated Engineering.



Figura 1.8 - O conceito do Computer Integrated Engineering.

Assim, a tendência é o uso de uma integração cada vez maior entre as técnicas analítico-numéricas e as técnicas experimentais, buscando como objetivo final um conhecimento mais profundo e detalhado do comportamento do produto, otimizando o seu projeto e aumentando a confiabilidade em operação. A integração entre as técnicas de análise estrutural, experimental e numérica, até a pouco tempo divorciadas, permite, por exemplo, a realimentação de resultados experimentais sobre o modelo numérico, permitindo assim um avanço neste, bem como a simulação numérica do ensaio, melhorando o conhecimento do modelo experimental, com indicações sobre o que deve ser esperado como resultados, bem como identificar o melhor procedimento experimental para atingir os objetivos propostos no experimento.

Como objetivo final deve-se ter a integração entre todos os sistemas de Engenharia, onde os dados e informações são igualmente acessados por qualquer sistema e o processo iterativo de refino do produto é acelerado, viabilizando um rápido desenvolvimento deste. Isto permite uma análise totalmente integrada sobre todo e qualquer aspecto do projeto mecânico, seja numérico-computacional, seja experimento-computacional, no qual os dados e informações podem ser compartilhados e transmitidos entre os vários sistemas. Exemplificando, o acoplamento entre um analisador digital de tensões e o sistema CAD/CAM, juntamente com um software de CAE, permite uma verificação experimental para os resultados numéricos obtidos. Por outro lado, um sistema de atuadores servocontrolados, para a aplicação de esforços sobre a peça ou componente mecânico, pode ser controlado digitalmente e assim ser usado para simular condições típicas de uso, ou mesmo condições extremas de operação do produto.

Quanto à análise experimental sobre a peça propriamente dita, esta pode ser quanto ao comportamento estático, para levantamento dos campos de tensões sob várias condições de carregamento, bem como quanto ao comportamento dinâmico, para uma determinação dos modos de vibração, resposta dinâmica a excitações controladas, identificação de parâmetros e outras aplicações. Adicionalmente, após o esgotamento dos dados possíveis de serem obtidos com a peça, esta pode passar a sofrer a ação de um ensaio destrutivo, para caracterizar o comportamento da resistência mecânica do sistema geometriamaterial-carregamento, sob condições de carga estática ou dinâmica, bem como ainda a simulação das condições de serviço em testes de durabilidade, de modo a estabelecer a vida de fadiga da peça. Desta forma o máximo de informações é obtido a partir de uma peça ou de um protótipo desta.

Devemos finalmente lembrar que mesmo com o grande desenvolvimento nos sistemas computacionais, quanto aos softwares de simulação, é sempre necessário termos um aguçado senso crítico sobre os resultados obtidos, pois estes não são melhores do que o são os dados de entrada para o software.

1.7 CONCLUSÃO

Este Capítulo apresentou uma visão geral e abrangente sobre os princípios sobre os quais todo e qualquer projeto estrutural está baseado, com uma ênfase bastante grande sobre os últimos desenvolvimentos e técnicas. Resumidamente podemos dizer que todo problema de projeto, quanto à capacidade de carga das diferentes peças e componentes, necessita dos passos:

Definição do carregamento atuante;

Determinação dos modos de falha prováveis;

Caracterização do material para cada modo de falha;

Cálculo da solicitação no material, função do carregamento;

Verificação da segurança do projeto, pelo cálculo da confiabilidade.

Estando executados estes cinco passos, seja de uma forma seqüencial, seja de uma forma iterativa, no caso de grandes projetos, esta seqüência é o que podemos caraterizar como sendo a metodologia recomendada para o desenvolvimento do projeto.

CAPÍTULO 2

MODOS DE FALHA E CONFIABILIDADE

A falha de elementos mecânicos é um processo que pode assumir as mais distintas formas, dependendo do tipo de aplicação, do material, das condições ambientais, etc. Neste capítulo vamos procurar identificar e descrever sucintamente as principais formas pelas quais um componente mecânico pode falhar. De um modo genérico, a falha pode ser definida como a incapacidade do componente corresponder à demanda que lhe é exigida, ou seja, a sua capacidade é inferior à demanda. Os termos capacidade e demanda foram escolhidos para indicar que o desempenho do componente pode ser limitado de diversas formas, como por exemplo, um valor máximo de carga, acima do qual ocorre a ruptura do material, ou uma voltagem máxima, limitada pela capacidade de isolamento elétrico, ou uma taxa de dissipação do calor gerado, abaixo da qual a temperatura ultrapassa os valores toleráveis pelo lubrificante ou pelos materiais sintéticos dos isolamentos, etc. Aqui vamos nos preocupar apenas com os componentes mecânicos e os seus modos de falha mais característicos. As formas com que o componente estrutural pode falhar dependem do tipo de carregamento, tipo do material, condições ambientais, tempo de vida, cuidados com manutenção, etc. Uma distinção bem marcante pode ser feita, considerando os modos que não são influenciados pela idade do componente, ou tempo de aplicação do carregamento e os modos que dependem do tempo de vida ou de carregamento.

Quando do estudo da confiabilidade, a exata definição do que é a falha do produto é fundamental. A falha do produto corresponde ao instante em que este deixa de cumprir a função a que se propõe, ou seja, deixa a descoberto a funcionalidade desejada. Deste modo, esta funcionalidade deve ficar muito bem definida quando da determinação dos requisitos de projeto do produto, de forma a permitir, em todas as etapas do ciclo de vida do produto, verificar a ocorrência ou não de uma falha. Assim, de uma maneira bastante abrangente, a falha é simplesmente o fato de que a funcionalidade do produto deixa de ser atendida, em decorrência de algum evento. O conceito de falha parte então da definição funcional do sistema, em que uma dada entrada é transformada em uma saida, resposta do sistema à excitação a que foi submetido.

DEFINIÇÃO FUNCIONAL DE FALHA

A falha é a situação em que o sistema deixa de cumprir seu requisito funcional, ou seja, deixa de atender e desempenhar a função para a qual foi projetado. Pode ser colocado como a perda da habilidade de executar a função requerida. Esta situação engloba uma falha por colapso total do sistema, em que deixa de operar por completo, ou condições em que o sistema continua operando, mas fora de uma faixa tolerada, desviando-se assim do ponto desejado de operação e comprometendo sua funcionalidade. Generalizando, o desempenho de um sistema pode ser colocado como a resposta que este fornece à uma dada entrada, ou excitação, como a figura 2.1 ilustra.



Figura 2.1 - Representação esquemática de um sistema e a definição de falha. A funcionalidade do sistema é representada pela entrada - saída, na forma v = F(u). A falha física depende dos valores no tempo de S e R.
Com esta definição de falha, quando a resposta cai fora da faixa tolerada o sistema já deixa de cumprir sua função e logo falhou. A causa desta falha pode ser realmente um colapso, na forma de uma ruptura, ou pode ser um desgaste excessivo, ou uma falta de rigidez, ou qualquer outra causa ainda. Para entendermos melhor o que ocorre com o sistema na condição de falha é necessário introduzir o conceito de modo de falha, ou seja, a definição física de falha.

DEFINIÇÃO FÍSICA DE FALHA

A falha funcional ocorre porque a capacidade do sistema de suportar uma dada demanda foi excedida, o que em problemas estruturais pode ser colocado na forma de que a resistência do sistema, R, não é suficiente para suportar a solicitação, S. Assim, a falha é definida pelo evento S > R. A solicitação está diretamente ligada à entrada u, muitas vezes S = u. Já a resistência é uma característica intrínsica do sistema, dependendo de como este é construido, dimensões, materiais, etc.

2.1 - MODOS DE FALHA INDEPENDENTES DO TEMPO

Os modos de falha tratados como independentes do tempo são os que possuem igual probabilidade de ocorrer, qualquer que seja a vida ou tempo de uso do produto considerado. Estes modos se manifestam quando a estrutura em questão sofre uma sobrecarga ou um pico de solicitação, levando a uma falha na forma de uma ruptura, ou um empenamento, figura 2.2. Os principais modos de falha deste tipo estão comentados logo a seguir, sendo que alguns são detalhados ao longo do texto, nos Capítulos seguintes.

FRATURA

Neste caso vamos considerar inicialmente os modos de falha que levam à ruptura do material, ou seja, à separação do sólido em duas ou mais partes. Em geral o processo de desenvolvimento da fratura é dividido em duas etapas distintas, início da fratura e propagação desta. Uma fratura pode ser classificada em duas categorias gerais, fratura dútil e fratura frágil. Uma fratura dútil é caracterizada por uma apreciável deformação plástica na nucleação e na propagação da trinca. Uma deformação plástica em nível macroscópico é também encontrada nas superfícies de falha. Uma fratura frágil nos metais é caracterizada por uma grande velocidade de propagação da trinca, com pequena deformação plástica, mesmo em um nível microscópico. Um metal pode ter uma ruptura dútil ou frágil, dependendo da temperatura, estado de tensões e velocidade de carregamento. Para simplificar o desenvolvimento vamos nos restringir a um carregamento estático de tração, que leva à ruptura.

Neste ponto devem ser deixados bem claros os conceitos de fratura frágil e de fratura dútil. Isto deve-se à necessidade de diferenciar uma classificação que pode ser quanto ao aspecto macroscópico da fratura, ou quanto ao mecanismo metalúrgico envolvido, logo no aspecto microscópico. Assim, uma ruptura macroscopicamente dútil possui elevadas deformações plásticas. Já uma ruptura microscopicamente dútil pode ser macroscopicamente dútil ou frágil. A discussão que segue diz respeito ao comportamento microscópico associado ao mecanismo metalúrgico de falha.

FRATURA DÚTIL

Corpos policristalinos de metais muito dúteis podem se deformar plasticamente até que a seção transversal figue reduzida a um ponto, como ilustrado na figura 2.2. Já para a ruptura sob tração, de metais moderadamente dúteis, a deformação plástica produz uma redução na seção transversal, provocando um estado triaxial de tração no interior do material. Esta triaxialidade diminui a capacidade de deformação plástica e a ruptura pode processar-se por um mecanismo de nucleação de vazios, em torno de impurezas, no centro do material. Esta nucleação passa a uma etapa de crescimento destes vazios, com a continuidade da deformação plástica, até o instante em que os vazios começam a se unir, levando à ruptura da região central, extendendo-se após por cisalhamento. O resultado é a familiar fratura tipo cone e taça. Os modos dúteis de fratura ocorrem como resultado de uma extensiva deformação plástica, ao menos a nível microscópico, seja por crescimento de vazios seja por cisalhamento. O modo de falha por crescimento de vazios ocorre quando a deformação plástica atinge um nível tal que os vazios originados nas impurezas do material passam a coalescer, formando uma trinca de dimensões comparáveis com a geometria do componente. Esta deformação plástica crítica é altamente sensível ao estado de tensões a que a região está sujeita, medido pela relação σ_m / σ_{eq} , bem como à curva tensão-deformação do material. Embora o mecanismo metalúrgico ruptura de seja dútil, macroscopicamente a falha pode ter uma aparência frágil. O critério de ruptura dútil por cisalhamento é dado pela expressão (2.1) e o critério para uma ruptura dútil por nucleação, crescimento e coalescimento de vazios é expresso pela equação (2.2).

 $\tau \ge \tau_{E} \tag{2.1}$

$$\epsilon \ge \epsilon_{\rm f}^* = f(\sigma_{\rm m} / \sigma_{\rm eq}) \tag{2.2}$$

FRATURA FRÁGIL

Uma ruptura metalurgicamente frágil é caracterizada pela separação das duas porções do material segundo um plano perpendicular à tensão de tração, sendo este um plano atômico da rede cristalina. Este é o chamado mecanismo de ruptura por clivagem, sendo controlado pelas tensões de tração que agem perpendicularmente ao plano cristalográfico de clivagem. Quando esta tensão ultrapassa um valor crítico tem início o processo de ruptura. A superfície rompida por clivagem aparece brilhante e granular, devido à reflexão da luz nos planos de clivagem expostos, enquanto a ruptura por cisalhamento, quando observada com pequena ampliação, se mostra cinzenta e fibrosa. Em geral, a superfície rompida apresenta uma ruptura mista, com uma fração da área fraturada de modo frágil e o restante de modo dútil. O critério de falha na ruptura frágil é dado pela máxima tensão normal que atua no material, σ_1 , a qual não pode ultrapassar a tensão crítica de clivagem, σ_{cl} . Assim, o critério de ruptura frágil é:





Figura 2.2 - Mecanismos de ruptura de corpos de prova sob tração.

FRATURA NA PRESENÇA DE DEFEITOS

Os dois modos de falha por ruptura acima discutidos consideram o material isento de defeitos macroscópicos. Ocorre, no entanto, que em muitas situações o material da peça possui defeitos no seu interior, sejam defeitos oriundos do próprio processo de fabricação, sejam defeitos que surgiram pela operação em serviço. Em qualquer uma das duas situações o problema de analisar a ruptura do material deve ser feito com o uso das ferramentas e conceitos da Mecânica da Fratura, como discutido nos Capítulos 6 e 7. A Mecânica da fratura define o fator de intensidade de tensão, K_I, que caracteriza a solicitação no extremo da trinca, o qual não pode ultrapassar um valor crítico, K_{IC}, denominado tenacidade à fratura, uma propriedade do material da peça. O critério de falha neste caso é:

 $K_{I} \ge K_{IC}$

(2.4)

INÍCIO DE ESCOAMENTO

Em muitas aplicações é necessário que o material esteja integralmente dentro do regime elástico, para garantir um nível de deformações baixo e recuperável, como no caso de eixos de alta velocidade, de modo a manter o balanceamento em serviço, por exemplo. Outro caso típico é o de dispositivos de medição e de controle dimensional, em que a rigidez é fundamental e as tensões devem ser bem inferiores à tensão limite de escoamento. Nestes casos o início de escoamento já caracteriza a falha do componente. Outro exemplo é quando se necessita de precisão de posicionamento do mecanismo que está sendo projetado, onde um pequeno escoamento pode provocar uma deformação permanente na geometria e levar a uma conseqüente perda de precisão do dispositivo. Para situações em que um pequeno escoamento nos pontos de concentração de tensão não é problema, este modo de falha passa a ser muito conservativo, não sendo econômico. A falha ocorre no ponto mais solicitado da peça e assim o critério de falha é:

 $\sigma_{eq máx} = \sigma_E$

(2.5)

PLASTIFICAÇÃO GENERALIZADA

No caso de aplicações em que pode ser tolerada uma deformação plástica, provavelmente localizada em detalhes que levam a uma concentração de tensão, considerar como critério de falha o início de escoamento é muito conservativo. Assim, é mais realista considerar como falha a situação em que ocorre uma plastificação generalizada na seção crítica, condição em que a capacidade de suportar carga fica esgotada. Esta carga é também chamada de carga de colapso plástico. Outra possibilidade é admitir um certo nível de deformação plástica no ponto mais solicitado. Como exemplo, adotar o nível da deformação de início de escoamento, da ordem de 0,002. Nesta situação a falha fica caracterizada por uma plastificação que ocorre sobre um volume finito do material. Este é um critério de falha em que o cálculo de uma tensão máxima no ponto mais solicitado do material não é significativo. No modo de falha por plastificação generalizada se considera que o material é do tipo elasto-plástico ideal, logo sem encruamento. Esta é uma hipótese conservativa. Neste caso o critério de falha pode ser escrito como na equação (2.6), que deve se verificar para todo e qualquer ponto da seção transversal analisada,

 $\sigma_{eq} = \sigma_{E}$

(2.6)

FRAGILIZAÇÃO POR HIDROGÊNIO

Um modo de falha que em certos aspectos se assemelha a uma corrosão sob tensão é a fragilização por hidrogênio. Neste caso a falha tem início quando átomos de hidrogênio são liberados, como no caso de tratamentos de galvanização, ou solda, ou então em consequência do ambiente de trabalho, difundindo-se pela estrutura cristalina do material, devido ao seu diâmetro muito pequeno. Estes átomos acomodam-se em certos pontos do material, onde novos átomos vão chegando, combinando-se com os existentes, gerando assim uma molécula de hidrogênio H₂, que agora não tem mais mobilidade dentro da rede cristalina, pelas suas dimensões. O acúmulo de moléculas faz com que a pressão gerada no material atinja valores extremamente elevados, com a formação de um estado de tensões de tração, que pode levar o material a sofrer uma ruptura espontânea. Neste caso pode ocorrer uma ruptura sem razão aparente, com a peça, por exemplo, apenas armazenada. Se o hidrogênio penetra no material em consequência do ambiente de trabalho, este modo de falha pode ser encarado como dependente do tempo.

FLAMBAGEM

A falha por flambagem ocorre quando temos uma combinação crítica de rigidez da combinação estrutura-sistema de aplicação de carga, na qual os deslocamentos transversais passam a crescer de uma forma significativa, mesmo com carga constante. Neste caso a peça perde a sua forma original, alterando a geometria, o que compromete sua operação em serviço. Este modo de falha é característico de estruturas esbeltas nas quais ocorrem tensões de compressão. A instabilidade que leva à falha por flambagem pode ocorrer de um modo global, como no caso clássico de colunas, ou de uma forma local, quando a instabilidade fica restrita a uma deformação local nas paredes da peça, mas que pode levar após a um colapso a nível global da estrutura.

DEFORMAÇÃO ELÁSTICA EXCESSIVA

Em muitas situações práticas as tensões que se desenvolvem no material são relativamente baixas, não levando o material a nenhum modo de falha que comprometa a sua resistência mecânica. No entanto a peça ou estrutura pode vir a falhar por uma flexibilidade excessiva, onde os deslocamentos passam a ser muito grandes, acima de um máximo admissível. Nestes casos se torna necessário atuar sobre a rigidez do projeto. Este caso pode ocorrer facilmente quando adota-se seções relativemente esbeltas para suportar a carga, que age em uma direção. Ocorre no entanto que cargas adicionais, como devido a uma excentricidade, podem surgir em direções diferentes, levando a deslocamentos inaceitáveis.

2.2 - MODOS DE FALHA DEPENDENTES DO TEMPO

O tempo de uso do produto pode afetar a falha de componentes das mais variadas formas, dependendo do modo de falha, porém todos estes modos de falha são caracterizados por algum tipo de envelhecimento ou desgaste do material. Isto é traduzido como uma perda gradativa das propriedades que tornam o material adequado ao uso pretendido, fazendo com que a funcionalidade da peça fique pouco a pouco comprometida. Temos vários modos de falha que podem ser considerados como dependentes do tempo, ou também chamados de modos de falha por envelhecimento ou ainda, desgaste. Logo a seguir são discutidos os mais importantes.

FADIGA

A fadiga é um processo de redução da capacidade de carga de componentes estruturais pela ruptura lenta do material, através do avanco quase infinitesimal da trinca a cada ciclo de carregamento. A fadiga ocorre pela presença de tensões que variam com o tempo, que provocam deformações plásticas cíclicas localizadas nos pontos mais críticos. Estas deformações levam a uma deterioração do material que dá origem a uma trinca de fadiga que, com o prosseguimento do carregamento variável, vai crescendo, até atingir um tamanho suficiente para provocar a ruptura final. O processo de nucleação da trinca de fadiga depende das tensões cisalhantes cíclicas que atuam, enquanto que para a propagação são importantes as tensões de tração, que fazem com que as pequenas trincas que foram nucleadas venham a crescer e levem à ruptura final. Como os mecanismos que atuam na nucleação e na propagação são distintos, é necessário usar critérios diferentes para avaliar uma falha por fadiga na nucleação e na fase de propagação.

DEFORMAÇÃO PLÁSTICA PROGRESSIVA

Quando a peça sofre um carregamento cíclico de magnitude tal que o material experimenta deformações plásticas, a existência de uma carga média faz com que as deformações plásticas sejam direcionadas no sentido da carga média, produzindo um efeito de deformação progressiva da peça. Numa situação como esta, em cada ciclo de carga as deformações plásticas não são simétricas, em decorrência da carga média. Desta forma, cada ciclo de carga provoca uma pequena deformação plástica, resultante da diferença entre o escoamento em um e outro sentido, deformação esta que vai se acumulando até inviabilizar o uso da peça ou do produto, pela distorção final que resulta após um certo número de ciclos.

CORROSÃO

A corrosão pode ser definida como a destruição de um corpo sólido por uma ação química ou eletroquímica não intencional, que invariavelmente inicia na superfície do corpo. No caso dos metais o ataque ocorre quase sempre por uma ação eletroquímica, devida à característica estrutural dos metais, que permite fenômenos como o movimento de elétrons dentro da rede cristalina. Como os materiais não metálicos não exibem esta propriedade, eles podem ser atacados apenas pelos meios corrosivos capazes de reagirem quimicamente com eles dentro de certas condições. Muitos fenômenos de corrosão são em essência eletroquímicos e envolvem a presença de um eletrólito em contato com o metal. Este eletrólito é usualmente uma solução aquosa de um sal, ácido ou álcali e conseqüentemente este tipo de corrosão é denominado úmido. Todos os outros fenômenos de corrosão envolvendo reações químicas entre o metal e um líquido, ou gás, que não é um eletrólito, são classificados como corrosão a seco.

CORROSÃO SOB TENSÃO

A superposição de um esforço mecânico com um meio ambiente agressivo ao material pode levar ao surgimento de um outro tipo de corrosão, a chamada corrosão sob tensão. Este tipo de corrosão difere da corrosão tradicional por dois aspectos básicos. Em primeiro lugar, a corrosão ocorre apenas em pontos muito localizados, como por exemplo nos contornos de grão. Neste caso a aparência externa do material não evidencia a degradação que o material sofre. Este ataque localizado vai penetrando, podendo comprometer a capacidade de carga da peça pelas trincas que se formam a partir dos pontos de ataque. Em segundo lugar, o meio ambiente que provoca a corrosão sob tensão no material é um meio com composição química particular, para aquele tipo de material, que vem assim a ativar o processo. Isto significa que, para um dado material, de todos os meios agressivos que levam a uma corrosão, apenas uns poucos provocam uma corrosão sob tensão. Deste modo, a corrosão sob tensão ocorre apenas em certas combinações de material e meio ambiente, desde que somada a

esta combinação tenhamos a ação de um estado de tensões. Este estado de tensões pode ser proveniente dos esforços de operação, ou produzido por um estado residual de tensões, presente no material, mesmo na ausência de cargas externas.

FLUÊNCIA

Para componentes que operam a temperatura elevadas temos a presenca de outros mecanismos de falha, que se tornam operantes a temperaturas da ordem de 0,35 a 0,70 T_F e superiores, sendo T_F a temperatura absoluta de fusão do material. Nestas temperaturas novos mecanismos de deformação podem se tornar ativos. Estes mecanismos passam a provocar no material uma deformação irreversível que cresce de forma constante com o tempo, mesmo que o carregamento seja mantido constante. A velocidade com que a deformação ocorre depende tanto da temperatura a que o material está submetido como do nível de tensão aplicada. Outro fator a considerar é o efeito de uma exposição prolongada à alta temperatura sobre a estabilidade metalúrgica, ou seja, metais encruados irão recristalizar e sofrer um crescimento de grão, enguanto que as ligas endurecidas por precipitação podem sofrer um super envelhecimento e perder resistência devido ao crescimento das partículas de segunda fase. Outro problema é a oxidação, que se torna sensivelmente mais ativa a altas temperaturas. Em uma análise mais detalhada a fluência pode levar a dois modos de falha, um por deformação excessiva da estrutura e outro por ruptura do material. Neste último caso uma técnica muito usada é pela definição do chamado parâmetro de Larson-Miller.

DESGASTE

Aqui nos referimos ao desgaste do material, por remoção deste, seja através do processo de aderência e remoção de partículas do material de um dos elementos do par de atrito para o outro, seja por arrancamento de metal por partículas mais duras, que colidem com este. O primeiro tipo de desgaste é denominado de desgaste adesivo e depende muito das condições de lubrificação e também da compatibilidade dos dois metais em contato. O segundo tipo de desgaste é o tipo abrasivo, onde a principal variável é a dureza do material. O desgaste abrasivo pode ocorrer pela presença de partículas duras entre as duas superficies em atrito ou então pelo contato de uma superfície dura e áspera sobre outra mole. Este último caso foi praticamente eliminado nos equipamentos atuais pelo uso de um acabamento esmerado nas superfícies duras.

2.3 CONFIABILIDADE

O projeto de sistemas e componentes estruturais de muitos sistemas mecânicos, como os veiculares, possuem características peculiares, quanto ao tipo de solicitação atuante, tipicamente dinâmica e imprevisível, e quanto aos requisitos da segurança em operação. Esta segurança deve ser traduzida em parâmetros de projeto, em geral na forma do tradicional coeficiente de segurança. Com a exigência sempre crescente de competividade, em termos de desempenho de produto, redução de custos, e menores prazos de desenvolvimento do produto, aplicações em casos diferentes do habitual e o uso de modernas ferramentas de projeto, como os sistemas CAE/CAD/CAM, o procedimento tradicional de projeto mecânico deve sofrer significativas reformulações, para fazer frente a estas novas situações. O assunto deste capítulo procura enfocar um dos pontos que é, ainda hoje, tratado de uma forma subjetiva, para não dizer empírica, que é da caracterização dos níveis de segurança adeguados a um dado projeto. O enfoque proposto para a análise de segurança faz uso dos conceitos probabilísticos, de forma a fornecer uma ferramenta suficientemente potente para resolver situações onde a solicitação é aleatória, excitando dinamicamente a estrutura, permitindo uma criteriosa avaliação do nível de segurança existente ao longo da vida do produto. A metodologia desenvolvida pode ser aplicada de uma forma bastante simples, quando no desenvolvimento do projeto preliminar, pelo uso de um fator de projeto calculado adequadamente, ou então em uma etapa de avaliação do projeto, onde pode ser acoplada diretamente com os modernos métodos numéricos de análise de tensões, como o método de elementos finitos ou de elementos de contorno, ou ainda com métodos experimentais.

A teoria clássica de projeto ignora o fato de que muitas variáveis em Engenharia não são valores perfeitamente definidos, mas que variam dentro de um certo intervalo. O processo clássico de projeto, com o uso de um coeficiente de segurança, é simples e fácil de empregar, mas peca pela falta de um maior rigor no tratamento quantitativo das variáveis de projeto. A necessidade de estabelecer uma base mais racional, com métodos precisos na determinação da performance estrutural, tornou-se clara com um uso cada vez maior de sistemas com requisitos de alto desempenho, com custos bastante elevados, o que implica em uma grande responsabilidade por parte do projetista. Nestes tipos de aplicações, em que um mínimo de peso, extrema segurança e confiança no desempenho são exigências primordiais, o caminho mais aceitável para trabalhar com as variáveis de projeto é adotar um procedimento probabilístico. A diferença fundamental entre o método clássico do projeto mecânico e o enfoque probabilístico consiste no fato de se admitir neste último uma probabilidade de falha. No método clássico a probabilidade de falha do projeto fica oculta por um coeficiente de segurança. Por outro lado, com o enfoque probabilístico, de uma maneira mais condizente com a realidade, admitimos a existência de uma chance de falha.

O termo confiabilidade está intimamente ligado à confiança em algo. No caso do projeto em Engenharia, está relacionado com a confiança sobre um projeto executado. Tal pode ser traduzido pela seguranca do projeto quando em uso. A segurança de um sistema estrutural é habitualmente obtida através de um coeficiente de segurança, de escolha um tanto arbitrária. O uso de uma margem de segurança se faz necessário, pois apenas em raras ocasiões o projetista conhece com exatidão o valor de todas as variáveis de projeto. Por outro lado, uma análise feita com todo o cuidado e rigor pode ficar desprovida de valor, se a precisão de seus resultados for diluida pelo uso de fatores empíricos, de escolha arbitraria, baseados em considerações as vezes pouco relevantes. Assim, um dos objetivos da análise de confiabilidade é justamente definir a margem de segurança a usar, através de um fator de projeto, definido como a relação entre os valores médios da resistência e da solicitação. O coeficiente de segurança real que existe é tratado como uma variável aleatória, podendo assumir qualquer valor. O fator de projeto é determinado a partir das dispersões das variáveis de projeto e do grau de segurança necessário. É conveniente neste ponto definir com precisão o termo confiabilidade, o qual pode ser então colocado como:

"Confiabilidade é a probabilidade de que um componente, ou sistema, operando dentro dos limites de projeto, não falhe durante o período de tempo previsto para a sua vida, dentro das condições de agressividade do meio".

Desta definição vemos que três fatores são relacionados com a confiabilidade, que são, em primeiro lugar a definição do que é a falha do sistema. Em segundo lugar tem-se o período de vida e em terceiro lugar, o meio ambiente onde o produto foi posto a operar.

Da teoria da confiabilidade, esta pode ser expressa, de modo aproximado, para um conjunto de produtos idênticos postos a operar, como sendo a fração destes produtos que ainda é operacional, no instante de tempo considerado. Assim, considerando um conjunto com N₀ produtos idênticos, postos a operar em iguais condições de trabalho, após um certo tempo de operação, teremos um número de produtos ainda operacionais N(t), menor ou igual ao número inicial, N₀. Assim, para um instante de tempo qualquer, a confiabilidade é:

 $C(t) = N(t) / N_0$

Introduzindo o conceito de taxa de falhas, h(t), como a fração de produtos que falham, na unidade de tempo, e considerando que durante um intervalo de tempo Δ t falham Δ N produtos, podemos escrever,

 $h(t) = \Delta N / N(t) / \Delta t$

e aplicando a expressão da confiabilidade, para Δ t \Rightarrow 0, chegamos a

$$h(t) = -\frac{dC(t)}{dt}\frac{1}{C(t)}$$

Desenvolvendo esta equação obtemos uma expressão para a confiabilidade, a partir da taxa de falhas, h(t), como

$$C(t) = \exp[-\int h(t) dt]$$
 (2.7)

A taxa de falhas pode ser pensada como a fração de produtos que falham, na média, por unidade de tempo. O comportamento típico da taxa de falhas em função do tempo está ilustrado na figura 2.3.





A taxa de falhas tem sua curva característica dividida em três regiões, ou períodos de vida bem distintos. No primeiro período temos as chamadas falhas prematuras, ou de infância, onde o produto apresenta um percentual elevado de falhas. Estas falhas são decorrentes de produtos que foram colocados em operação, mas que estão fora das especificações, por problemas de peças fora de tolerância, montagem errada, falta de lubrificante, folgas e calibração erradas, etc. Assim, esta região tem como ponto central a qualidade do produto, ou seja, a gestão da qualidade é que atua sobre a intensidade da taxa de falhas. No segundo período, que inicia após o instante t₁, a

taxa de falhas tem um comportamento que é praticamente constante, assumindo um valor mínimo. Neste período as falhas ocorrem de uma maneira totalmente aleatória, como consequência de sobrecargas eventuais que o produto sofre. Os modos de falha que ocorrem são os modos de falha independentes do tempo, ou por sobrecarga. O valor da taxa de falhas depende aqui da distância relativa entre os níveis de solicitação e de resistência do produto. Isto está relacionado com o grau de segurança que o produto possui, ou em outras palavras, a confiabilidade depende diretamente do projeto do produto. Esta região corresponde ao período de vida útil do produto, onde a taxa de falhas é denominada de taxa média de falhas, λ .

Finalmente, o terceiro período corresponde ao início da deterioração de certas propriedades dos materiais que formam o produto, decorrência da vida deste. Estes modos de falha correspondem aos modos de falha dependentes do tempo, que necessitam de um certo tempo de vida para ativar os mecanismos de deterioração. Estes modos de falha começam a se manifestar apenas após o instante t₂. Esta é a região de desgaste, onde as peças mais sensíveis a um ou outro modo de falha dependente do tempo começam a comprometer o desempenho do produto. Neste período a política de manutenção é essencial para garantir uma confiabilidade adequada.

A avaliação da confiabilidade para um produto é feita considerando que, para uma dada vida, correspondente ao instante de tempo t, ela é a probabilidade de que não ocorra uma falha. Assim,

C(t) = P [não ocorra falha para vida < t]

onde a não ocorrência de falha implica que o sistema não venha a falhar por nenhum dos modos de falha possiveis de ocorrerem, seja um dos modos por sobrecarga ou um modo de falha por desgaste.

Os modos de falha por sobrecarga, também designados de modos de falha independentes do tempo, ou ainda de modos de falha por chance, são os modos que caracterizam-se por terem igual probabilidade de ocorrerem, seja nos primeiros cinco minutos de operação do produto, seja nos últimos cinco minutos da vida deste produto. Estes modos atuam em geral quando a demanda que é exigida do sistema, ou seja, a solicitação atuante, ultrapassa pela primeira vez a capacidade deste mesmo sistema, ou seja, a sua resistência, levando-o à falha. Esta categoria engloba os modos de falha por ruptura, plastificação, flambagem, etc.

Os modos de falha por desgaste, ou seja, dependentes do tempo de operação do produto, são também chamados de modos de falha por acúmulo de dano ou por envelhecimento. Estes modos caracterizam-se por necessitar um certo tempo de operação do sistema, em serviço ou não, para que iniciem a atuar, sendo portanto mais prováveis de ocorrerem conforme a vida vai aumentando. Estes modos atuam na forma de uma redução gradativa das propriedades dos materiais que formam as diferentes peças do sistema, que influem diretamente sobre sua capacidade. Esta categoria engloba as falhas por desgaste, por corrosão, por fadiga, por corrosão sob tensão, por fluência, etc.

Esta divisão entre os modos de falha é fundamental, pois a análise de resistência mecânica bem como a análise de confiabilidade, para cada uma das duas categorias, são feitas de forma independente, considerando as características específicas de cada uma, envolvendo diferentes modelos para caracterizar tanto o carregamento que atua, como a resistência do componente à cada modo de falha. Uma cuidadosa definição do que consiste a falha do produto deve ser realizada, conforme discutido no Capítulo 1, função dos requisitos do produto, que foram gerados quando do início do desenvolvimento do projeto. Adicionalmente, devemos analizar como que a falha do produto se relaciona com os modos de falha das peças, para permitir uma análise de resistência e de confiabilidade consistentes. De uma forma geral é possível dizer que a confiabilidade é dada por

$$C(t) = C_{S}(t) \cdot C_{D}(t)$$
(2.8)

sendo $C_s(t)$ a confiabilidade para os modos de falha por sobrecarga e $C_D(t)$ a confiabilidade para os modos de falha por desgaste. O objetivo passa a ser agora o de detalhar os modelos de falha por sobrecarga, que vão permitir o cálculo da confiabilidade do sistema para os modos de falha que se enquadram neste caso e após, apresentar os modelos de falha por desgaste ou acúmulo de dano, para permitir o cálculo da confiabilidade confiabilidade correspondente.

2.4. MODELOS PARA FALHA POR SOBRECARGA

Quando um sistema é solicitado por um carregamento aleatório, possui como possibilidade de falha mais provável um modo em que a falha se caracteriza pelo evento $S(t) \ge R(t)$, onde S(t) é a variável aleatória da solicitação e R(t) é a variável aleatória correspondente à resistência do sistema no instante considerado. Diz-se que se trata de uma falha por sobrecarga. A figura 2.4 ilustra o comportamento que se pode esperar para S(t) e R(t). A variável R(t) vai sofrendo o efeito do tempo de uso do equipamento, com uma degradação crescente nas propriedades dos materiais empregados na fabricação do sistema. Esta degradação é traduzida por uma redução dos níveis de R(t) com o tempo, bem como por um aumento na faixa de dispersão dos valores da resistência.

CONFIABILIDADE PARA FALHA POR SOBRECARGA

Para a falha por sobrecarga passam a ser relevantes, como solicitação que atua no componente, os pontos de máximo do

carregamento. Isto é decorrência do fato de que a falha ocorre não porque o carregamento, num dado instante, atingiu o valor da resistência, mas sim porque um pico da solicitação ultrapassou a resistência. Desta forma, para os modos de falha por sobrecarga, é relevante a distribuição estatística dos máximos do carregamento. Estes máximos é que serão considerados como a solicitação que atua sobre o carregamento mecânico. Analisando um único ponto de máximo, a probabilidade de que este valor tenha atingido o nível da resistência, e portanto leve à falha, é denominada de probabilidade de interferência, P_L, calculada como

 $P_I = P[S \ge R]$

e usando as distribuições estatísticas dos máximos da solicitação e da resistência, pode ser calculada, seja analitica ou seja numericamente, dependendo do caso. Deste modo, a probabilidade de interferência corresponde ao que se denomina na teoria da confiabilidade de caso fundamental, onde é estudado o efeito de uma única aplicação de carga. Para este caso a probabilidade de falha do sistema, por sobrecarga, é a própria probabilidade de interferência. Para outras situações, é necessário agora considerar as peculiaridades de cada caso. Como o interesse é para uma solicitação dinâmica, além da distribuição dos máximos desta solicitação, as informações relativas à freqüência com que estes máximos ocorrem passam a ser também fundamentais. Com a caracterização dada pela figura 2.4 a probabilidade de interferência é função do tempo, já que a resistência do material sofre uma degradação.

De modo a desacoplar os efeitos de uma falha por sobrecarga com os efeitos de degradação da resistência, que são decorrentes dos modos de falha por envelhecimento, será considerado que R(t) não é afetado pela vida, sendo portanto constante no tempo.

Para uma solicitação dinâmica, já raciocinando em termos de máximos do carregamento, que atua várias vezes ao longo do tempo, com a resistência não degradando-se com a vida, a probabilidade de falha para cada sobrecarga será $P_{\rm I}$ (caso fundamental) e assim, para cada aplicação de carga,

- Probabilidade de que ocorra a falha	P_{I}
- Probabilidade de que não ocorra a falha	1 - P _I



Figura 2.4 - Solicitação aleatória, com indicação de um provável ponto de falha, em um sistema com degradação da resistência.

Esta situação é caracterizada estatisticamente através de uma distribuição de Bernoulli e se a ocorrência dos picos for repetida um número N de vezes, desde que em cada novo pico a probabilidade de falha permaneça igual, então existe uma següência de eventos de Bernoulli, o que leva a uma distribuição binomial. Considerando agora a função como variável no tempo, se o interesse é sobre o número de eventos de Bernoulli, sobre um intervalo de tempo, e se este intervalo de tempo for levado ao limite, para zero, chega-se assim a uma distribuição de Poisson, que fornece a probabilidade de ocorrer um certo número de falhas para uma dada vida. Como o interesse é em geral sobre o tempo de vida até a primeira falha, este tempo passa a seguir uma distribuição exponencial, o que leva para a confiabilidade uma expressão simplificada, já que a taxa de falhas, equação (2.7), passa a ser constante. Isto é válido quando se considera, portanto, que as propriedades estatísticas de S(t) não variem no tempo, ou seja, que a solicitação seja um processo estocástico, estacionário e ergódico, então a equação da confiabilidade fica sensivelmente simplificada, pois a taxa de falhas h(t) passa a ter um valor constante λ , denominada de taxa média de falhas e portanto

$$C(t) = \exp\left[-\lambda t\right]$$
(2.9)

A taxa média de falhas é dada pela probabilidade de ocorrência dos eventos de Bernoulli, ou seja, pela probabilidade de interferência do caso fundamental, e pela freqüência com que os pontos de máximo ocorrem, f_o, freqüência de picos, ou

 $\lambda = f_p P_I$

e assim finalmente a confiabilidade é calculada por

 $C(t) = \exp[-P_{I}f_{D}t]$ (2.10)

O ponto agora passa a ser o cálculo da probabilidade de interferência, em que para alguns casos particulares é possível uma solução analítica.

A PROBABILIDADE DE INTERFERÊNCIA

Vamos considerar que a solicitação que atua sobre o ponto crítico seja um processo estocástico ergódico, ou seja, um processo aleatório estacionário, onde as propriedades estatísticas não variam com o tempo, que é uma hipótese bastante viável, e geralmente feita. Adicionalmente, vamos adotar para a solicitação a hipótese de que tenha uma distribuição gaussiana, ou seja, que sua função densidade de probabilidade siga a distribuição normal. Para a resistência que o sistema apresenta é possível também adotar, na maioria dos casos, uma distribuição normal. Com estas hipóteses, então tanto a solicitação atuante como a resistência seguem distribuições normais, o que permite que se chegue a soluções analíticas para o cálculo da probabilidade de interferência. A figura 2.5 ilustra a situação em que ambas as distribuições são normais, como discutido.

Para o cálculo da probabilidade da interferência é necessário no entanto trabalhar com a distribuição dos máximos da solicitação S e não com a distribuição de S diretamente, conforme já comentado. A distribuição de máximos de S pode ser deduzida a partir do conteúdo de freqüência de S e temos dois casos extremos. Em um extremo, a solicitação é tratada como um processo de banda larga, ou seja, o conteúdo de freqüência de S(f) está distribuido sobre uma ampla faixa de freqüências, e no outro caso, como um processo de banda estreita, onde o conteúdo de freqüência fica restrito a uma pequena faixa, conforme mostra a figura 2.6.

Para a condição em que a densidade espectral é de banda larga, a distribuição de máximos coincide com a distribuição do sinal, ou seja, os máximos seguem também uma distribuição normal. Desta forma, a probabilidade de interferência é calculada diretamente pela expressão (2.11) abaixo, onde $\phi(z)$ é a função de probabilidade acumulada da distribuição normal, em geral tabelada.

z = ($\mu_{\rm S}$ - $\mu_{\rm R}$) / ($\sigma_{\rm R}^{2}$ + $\sigma_{\rm S}^{2}$) $^{1/2}$

$$P_{I} = 1 - \phi(z)$$
 (2.11)

Nesta equação z é a variável normal padronizada, dada por:





Figura 2.6 - Solicitação gaussiana de banda larga e de banda estreita.

As variáveis $\mu_R e \sigma_R são$ respectivamente a média e o desvio padrão da resistência e $\mu_R e \sigma_S são$ os correspondentes valores para a solicitação. Em uma condição de projeto, em que não se tem o dimensionamento da peça e se procura determinar qual o coeficiente de projeto a adotar, definindo este como a relação entre a média da resistência e a média da solicitação, tem-se

$$n = [1 + \sqrt{1 - \delta_R \delta_S}] / \delta_R$$
(2.12)

onde

 $n = \mu_R / \mu_S \tag{2.13}$

 $\delta_{i} = 1 - [z V_{i}]^{2}$ $V_{R} = \sigma_{R} / \mu_{R}$ $V_{S} = \sigma_{S} / \mu_{S}$

sendo:

n - Fator de projeto, análogo ao usual coeficiente de segurança;

 V_R - Coeficiente de dispersão da resistência, um índice da maior ou menor aleatoriedade das propriedades do material. Pode ser pensado como um índice de homogeneidade das propriedades do material. Situa-se, em geral, na faixa de 0,02 a 0,08 para materiais metálicos;

V_S - Coeficiente de dispersão da solicitação. Indica o grau de aleatoriedade da excitação dinâmica que é sobreposta ao valor de carga estática. É muito dependente da aplicação e do meio ambiente em que o produto deve operar. Valores típicos na faixa de 0,02 a 0,30.

Para a condição onde a densidade espectral é de banda estreita, a distribuição dos máximos segue uma distribuição de Rayleigh, cujo parâmetro de definição é o desvio padrão da distribuição normal da solicitação. A probabilidade de interferência deve ser calculada entre a distribuição de Rayleigh dos máximos e a distribuição normal da resistência. O desenvolvimento analítico leva à expressão:

$$P_{I} = \frac{V_{S}}{\sqrt{E}} \exp\left[-\frac{(n-1)^{2}}{2E}\right]$$
(2.14)

onde E vale:

 $\mathsf{E}=\mathsf{V_S}^2+(\mathsf{n}\;\mathsf{V_R}\;)^2$

Pela estrutura da expressão de P_I não é possível neste caso explicitar o fator de projeto como uma função de P_I, sendo necessária uma solução iterativa, ou gráfica, para determinar qual n deve ser usado em um dado projeto, para atingir uma probabilidade de interferência compatível com o nível de segurança desejado para o produto, dentro da vida especificada.

As duas condições limites, de uma densidade espectral da solicitação de banda estreita, que leva a uma distribuição de Rayleigh para os máximos e a de uma densidade espectral de banda larga, que leva a uma distribuição normal para os máximos, podem não ser adequadas a um caso real, em que se tem que a densidade espectral da solicitação não se enquadra nos casos extremos. Uma maneira de avaliar o tipo de densidade espectral do sinal é através do chamado fator de irregularidade α , definido por

$$\alpha = f_0 / f_p \tag{2.15}$$

onde f $_{\rm 0}$ é a freqüência esperada do sinal e f $_{\rm p}$ é a frequência dos máximos, que podem ser obtidas por

$$f_0^2 = m_2^2 / m_0^2$$
; $f_p^2 = m_4^2 / m_2^2$

onde m_i é o momento de ordem i da densidade espectral unilateral W(f) do sinal da solicitação, [29],

$$m_{i} = \int f^{i} W(f) df \qquad (2.16)$$

Para uma densidade espectral de banda estreita, a frequência de picos praticamente coincidente com a freqüência do sinal, e logo $\alpha = 1$. Para um sinal agora com uma densidade espectral da banda larga, idealmente o número de picos é muito maior do que as passagens pelo valor médio do sinal. Isto leva a que, para um processo ideal de banda larga, $\alpha = 0$, caracterizando assim uma distribuição gaussiana para os máximos, [106]. Para uma situação mais geral em que $0 < \alpha < 1$, a probabilidade de interferência assume um valor intermediário entre a situação com $\alpha = 0$ (menor P_I) e com $\alpha = 1$ (maior P_I). Um extenso trabalho analítico de integração permite calcular, para o caso geral, a probabilidade de interferência P_I como sendo:

$$P_{I} = [1 - \phi(z_{1})] + \alpha P_{IR} [1 - \phi(z_{3})]$$
(2.17)

onde P_{IR} é dado para o caso em que α = 1, equação (2.14), como já visto, e z ₁ e z ₃ são funções de α , n, V_R e V_S, [89]. Esta expressão

converge para a solução de banda larga quando $\alpha = 0$, e converge para a solução de banda estreita quando $\alpha = 1$.

2.5. MODELOS PARA FALHA POR DESGASTE

Uma falha por desgaste fica caracterizada por uma perda gradativa das propriedades que tornam o material usado na fabricação do equipamento adequado ao uso. Esta perda gradativa de propriedades está quase sempre relacionada com fenômenos químicos, físicos ou metalúrgicos, sobre o material. De uma forma geral pode-se dizer que o material vai sofrendo um acúmulo de dano, dano este que aumenta com o tempo, até atingir um valor crítico, que leva o material ao colapso. É possível dizer que o valor crítico de dano, que indica o colapso do material, é uma característica deste, e como tal possui uma dispersão em torno de um valor médio. Assim, tanto o dano solicitante, que vai se acumulando com o aumento da vida, como o dano crítico, que o material suporta, são variáveis aleatórias, de comportamento similar ao mostrado na figura 2.7.

Caracterizando a distribuição estatística da vida de desgaste, seja experimental, seja analiticamente, é possível então calcular a confiabilidade devida ao desgaste, como

$$C_{D}(t) = 1 - F_{T}(t)$$
 (2.18)

onde F_T (t) é a função de probabilidade acumulada, considerando a vida como aleatória, para a falha por desgaste.



Figura 2.7 - Dano acumulado, que solicita o material, e dano crítico, que o material consegue suportar.

Dentre os vários modelos de falha que são classificados como dependentes do tempo, uma falha por fadiga é a que se apresenta

como de maior importância, pela complexidade dos fenômenos envolvidos e pela freqüência com que ocorre nos problemas de projeto mecânico do dia a dia. A caracterização da resistência à fadiga do material deve considerar de uma forma explícita o período sob estudo, se o período de nucleação das trincas, ou se o período de propagação, pois os fenômenos envolvidos em um e outro período são totalmente diferentes, sendo analisados por modelos também diferentes. Para o período de nucleação os modelos mais usados estão divididos em modelos com base nas tensões atuantes e em modelos com base nas deformações que agem. O mecanismo que atua no período de nucleação está ligado às deformações plásticas cíclicas que se desenvolvem localizadamente, que levam a um dano, microscópico, mas irreversível, em especial em meios ambiente não inócuos. Com a continuidade da solicitação cíclica o dano provocado no material vai se acumulando, o que leva finalmente à formação de uma trinca. Quando o comportamento do material é caracterizado pelo nível de deformação cíclica que atua, a resistência à fadiga fica definida pelas equações de Coffin-Mason, Capítulo 9, que relacionam a flutuação de deformação com a vida que o material suporta, na forma

$$\Delta \varepsilon = M N^{c} + B N^{b}$$
(2.19)

sendo N a vida em ciclos e os demais são constantes específicas do material. Outra possibilidade é adotar a solicitação cíclica em termos da tensão atuante, quando então a resistência do material à fadiga fica caracterizada pela curva de Woehler, na forma

$$\sigma = C N^{m}$$
(2.20)

A aplicação destes modelos de fadiga para o caso de solicitações aleatórias exige que consideremos o conceito de dano, que no contexto da fadiga é dado por

$$D_i = n_i / N_i \tag{2.21}$$

ou seja, a relação entre o número de ciclos em que atua um dado nível de tensão e o número de ciclos que o material resistiria sob este mesmo nível de tensão, conforme detalhado no capítulo 9. Para a atuação de vários níveis de tensão, a regra linear de acúmulo de dano é traduzida por:

 $\mathsf{D} = \Sigma \mathsf{D}_{i}$

Considerando que o carregamento é um processo gaussiano de banda estreita, é possível determinar o dano médio esperado após uma vida específica como, [29, 34],

$$D = f_0 t \left[\sqrt{2} \sigma_S / C \right]^w \Gamma (1 + w / 2)$$
(2.22)

onde σ_s é o desvio padrão da solicitação, f₀ é a frequência média, Γ é a função gama e finalmente, da equação (2.20),

$$w = -1 / m$$
 (2.23)

Tipicamente consideramos como valor limite para o dano que o material pode resistir, sem romper, o valor unitário. Assim, para haver segurança é necessário que D < 1.

É possível ainda obter o coeficiente de dispersão do dano, V_D desde que o sistema sob análise seja considerado de baixo amortecimento. Assim, sendo ξ o coeficiente de amortecimento, e para um número elevado de ciclos para a ruptura, vem

$$V_{\rm D}^{2} = f_{1}(w) / [\xi f_{0} t]$$
(2.24)

onde f₁ (w) é função que pode ser aproximada por [83]

$$f_1(w) = 0,075 \exp[0,553 w]$$
 (2.25)

Este modelo integral para a análise de dano é bastante útil, pois fornece uma estimativa do comprometimento que o produto apresenta quanto à fadiga, de uma forma explícita e simples. Por outro lado, o modelo está baseado em um sinal gaussiano de banda estreita, o que para aplicações práticas pode não corresponder exatamente à realidade. Torna-se assim necessário validar certas hipóteses, o que deve ser feito com a comparação com outros resultados.

EXEMPLO 2.1

Nesta seção é apresentada uma aplicação das formulações e procedimentos discutidos, com o objetivo de ilustrar de forma clara como devem ser usadas em uma situação de projeto.

Um dado componente estrutural deve ser dimensionado para suportar uma solicitação que apresenta um valor estático (médio) de 25 kN e uma parcela dinâmica com um desvio padrão de 21 kN. A frequência média do sinal é de 0,38 Hz, tendo um fator de irregularidade de 0,85. Deseja-se uma confiabilidade, quando à falha por sobrecarga, de 50% para uma vida de 18000 horas de operação. O material a ser usado apresenta as propriedades abaixo

σ_R = 620 MPa

 σ_{E} = 345 MPa

 $\sigma_{\rm N}$ = 2103 N $^{-0,1921}$

 $V_{R} = 0.05$

O primeiro passo é calcular qual a probabilidade de interferência que deve ser usada de modo a garantir a confiabilidade de 50%. Da expressão da confiabilidade, vem

 λ = - ln (1 - C) / t , e como λ = P_I f_p , resulta

 $P_{I} = - \ln (1 - C) / (t f_{D})$

A solicitação tem f₀ = 0,38 Hz e α = 0,85, assim f_p = 0,45 Hz. Logo, P_I = 2,38 . 10⁻⁸. Para calcular o fator de projeto que leva à esta probabilidade de interferência, é necessário um processo iterativo, como indica a tabela abaixo, onde V_S foi calculado em 0,84.

n	3	4	5	6	6,3	6,31
P _I	6,31E-2	2,33E-2	2,87E-5	1,41E-7	2,47E-8	2,33E-8

Desta forma, o fator de projeto a usar deve ser de 6,31, que corresponde à relação entre a média da resistência e a média da solicitação. Assumindo que o critério de falha seja quanto ao colapso plástico, a tensão resistente que é relevante é a tensão limite de escoamento do material, o que fornece portanto uma tensão admissível de 54,7 MPa. Esta tensão deve ser usada com o valor médio do carregamento, no caso a força de 25 kN, o que leva a uma seção transversal de 457 mm², e a um diâmetro de 24,1 mm. Adotando 25 mm, o fator de projeto passa a ser de 6,77, o que leva a uma probabilidade de interferência de 1,39E-9 e a uma confiabilidade de 96% para a vida prevista. Isto leva a um valor de resistência média da peça de 170 kN, ou seja, a 6,9 desvios padrão da média da solicitação. Este valor, quando comparado com a informação de que estamos seguros a três desvios padrão da média, mostra que esta indicação não se aplica nas situações em que é exigida uma confiabilidade elevada para o produto, como no caso do presente exemplo.

Para este dimensionamento, a análise de dano é imediata, necessitando-se apenas calcular o desvio padrão da solicitação em termos de tensões, a partir do desvio padrão da força atuante, de 21 kN, o que leva a um valor de $\sigma_{\rm S}$ de 42,78 MPa. Usando estes valores, bem como w = 5,205, resulta

D = 0,38 . 6,48E7 [$\sqrt{2}$. 42,78 / 2103] ^{5,205}. 3,52 , ou seja, D = 0,825, o que indica uma vida de fadiga adequada para o projeto.

2.6 CONCLUSÃO

Este Capítulo desenvolveu dois pontos diretamente relacionados com o comportamento de um componente ou equipamento em serviço, ambos enfocando o aspecto falha. Inicialmente foi apresentado o conceito de falha, na sua definição funcional e na sua definição física. A definição física foi detalhada para os principais modos de falha, classificados como dependentes ou independentes do tempo de vida. Na següência, apresentou um conjunto de técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de um processo de projeto mecânico, em ambientes aleatórios, que usa direta e explicitamente as características estatísticas da solicitação, seja a solicitação imposta ao sistema mecânico, como a solicitação que atua no material, nos pontos críticos. Como critério para o projeto preliminar é definido o conceito de fator de projeto, com base nos modelos de falha por sobrecarga, o que torna o processo de dimensionamento análogo ao processo usual, que usa o conceito do coeficiente de segurança. Quanto aos modelos para o cálculo da probabilidade de interferência, o caso extremo de banda estreita, que leva a uma distribuição de Rayleigh para os máximos, é a situação mais conservativa, já que fornece a maior probabilidade de interferência, para um dado desvio padrão da solicitação. No caso extremo de uma solicitação de banda larga, os máximos têm uma distribuição normal e no caso geral, para um coeficiente de irregularidade qualquer, é possível usar a expressão (2.11).

Quanto à falha por fadiga, para uma etapa de projeto preliminar, uma alternativa viável é o uso da expressão integral do dano, conforme usado no exemplo de aplicação, o que permite, de uma forma rápida, fazer uma avaliação do grau de comprometimento quanto a uma falha para fadiga. Neste caso o efeito de tensão média ou de tensões residuais deve ser usado diretamente nas constantes que definem a curva de fadiga do material, corrigida para o ponto crítico da peça.

Finalmente, quanto à determinação dos esforços que atuam no material, em casos simples estes estão diretamente relacionados com as forças e solicitações atuantes no sistema. Em outras situações, a determinação não é imediata, exigindo, ou uma análise dinâmica com integração no tempo, ou uma análise com o uso de métodos numéricos, com excitação via a função densidade espectral. No primeiro caso o resultado é o histórico de solicitações, o qual pode ser usado para uma análise de dano ponto a ponto, ou sofrer uma análise estatística. No segundo caso obtém-se diretamente a densidade espectral dos esforços nos pontos de interesse, o que permite a aplicação direta dos modelos descritos para a análise de falha por sobrecarga, como para a análise de dano, na forma integral. Deste modo, é possível dizer que, embora muitas vezes o uso das ferramentas probabilísticas no projeto mecânico seja visto com reservas, o desenvolvimento de modelos adequados para uma análise expedita, conforme visto no exemplo de aplicação, permite um ganho de conhecimento sobre o real desempenho do produto em operação, levando a critérios de projeto mais objetivos e versáteis.

CAPÍTULO 3

COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS

Um dos primeiros aspectos a serem considerados em qualquer projeto estrutural é a tensão que leva o material à falha, ou ao colapso. Como primeira aproximação a tensão limite de escoamento, no caso de materiais dúteis, ou a tensão limite de resistência, para os materiais frágeis, é usada como referência para comparação com as tensões que solicitam o material, devido às cargas externas. Por outro lado, a partir do ensaio estático de tração, por meio de uma análise mais detalhada, é possível obtermos informações de grande valia para uso com modelos que permitem prever tanto a falha estática como a falha devida a cargas dinâmicas, como é o caso de uma falha por fadiga. Este Capítulo preocupa-se em analisar em detalhes, embora não exaustivamente, alguns ensaios que são comumente realizados com materiais metálicos. Inicialmente é discutido o ensaio de tração, ao gual é dada uma atenção particular, com um detalhamento da curva tensãodeformação, tanto a convencional, como a curva real. Além do ensaio de tração, é visto ainda o ensaio de impacto, com corpos de prova do tipo Charpy. Estes ensaios fornecem informações bastante valiosas, indicativas quanto ao comportamento mecânico do material, que são utilizadas mais à frente no texto.

3.1 - GENERALIDADES DO ENSAIO DE TRAÇÃO

O ensaio mais simples que é normalmente feito é o de tração, sobre um corpo de prova de seção, em geral, circular ou retangular, dependendo do produto metalúrgico de onde o corpo de prova foi retirado. O ensaio de tração fornece uma repetibilidade de resultados bastante boa, sendo desta forma um ensaio usado para testar a uniformidade de produção de um material. Outra possibilidade é o uso do ensaio de tração para levantar dados característicos do material, fundamentais para a análise do seu comportamento mecânico. Esta aplicação é que será desenvolvida nesta e nas seções seguintes.

O ensaio de tração consiste em aplicar uma força, logicamente de tração, coincidente com o eixo do corpo de prova, medindo-se simultaneamente, durante o ensaio, a força aplicada e a deformação que o material sofre, devida à ação da carga. Um cuidado importante que devemos ter é no que diz respeito à colinearidade do eixo do corpo de prova com a linha de ação da força, pois qualquer excentricidade provoca um efeito de flexão que se sobrepõe à tração, mascarando os resultados finais, indicando, por exemplo, um baixo módulo de elasticidade e uma baixa tensão limite de escoamento. No caso de um corpo de prova circular, uma excentricidade de 1% leva a um aumento de tensão no material de 6%.

A força aplicada é medida por um dinamômetro calibrado que, dependendo do tipo da máguina de ensaio, pode ser baseado nos mais diferentes princípios. Como o objetivo aqui não é o de descrever o equipamento e mais o de analisar os resultados, não vamos nos deter nestes aspectos. Quanto à deformação que o material sofre, esta é medida normalmente pelo deslocamento relativo entre dois pontos de referência, previamente marcados, na seção útil do corpo de prova. A medida deste deslocamento pode ser feita por um processo mecânico, com a necessidade de fazermos a leitura do deslocamento a cada incremento de carga, ou então de uma forma eletroeletrônica, permitindo o traçado da curva força-deslocamento simultaneamente com o ensaio, em um "plotter" acoplado à máquina de ensaio. O comprimento padrão, que é a distância que separa os dois pontos de referência, é uma característica do extensômetro usado. Este tipo de extensômetro é denominado de extensômetro axial, pois mede a deformação que o material sofre ao longo do seu eixo longitudinal.

Com a aplicação de carga o material alonga-se, na direção da força, e pelo efeito de Poisson, sofre também uma redução na seção transversal, diminuindo o diâmetro, no caso de uma seção transversal circular. Deste modo, uma outra forma de medirmos a deformação pode ser feita através da medida da variação de diâmetro. Este processo é necessário quando o corpo de prova é de diâmetro variável, ou quando o comprimento da parte útil é muito pequeno, não permitindo a instalação de um extensômetro axial convencional. O extensômetro que trabalha desta forma é denominado de extensômetro diametral, já que mede a variação de diâmetro. A figura 3.1 mostra um esquema de um corpo de prova cilíndrico sendo monitorado por um extensômetro axial e um extensômetro diametral, quando submetido a uma força trativa, bem como um gráfico mostrando resultados típicos de um ensaio de um material metálico.



Figura 3.1 - Corpo de prova com extensômetros instalados.

A figura 3.2 ilustra uma curva típica de um ensaio de tração de um material metálico, onde estão registrados os valores da força aplicada, F, e do deslocamento relativo $\Delta \ell$, entre os pontos de referência, medidos pelo extensômetro axial, que inicialmente estavam afastados do comprimento padrão ℓ_0 , indicando como que o material se deforma, na região central monitorada do corpo de prova.

A curva apresenta algumas peculiaridades que são típicas de materiais metálicos. Enquanto a força é pequena verifica-se uma relação linear entre a força e o alongamento, o que caracteriza um comportamento elástico do material. Este comportamento ocorre para as cargas inferiores a F_p, que define o limite de proporcionalidade entre força e alongamento. Acima da carga F_p o gráfico apresenta uma curvatura, que pode ser bastante acentuada nos materiais dúteis. Com o aumento da carga, o alongamento segue crescendo, até o ponto de máximo da carga, que, dependendo do tipo da máquina de ensaio, pode representar uma condição de instabilidade, ou não, para o corpo de prova. Exemplificando, se a máquina trabalha com controle sobre a carga que está atuando, que vai crescendo ao longo do ensaio com uma dada velocidade, denominada de máquina mole, o ponto de carga

máxima indica o início da instabilidade, pois o material não suporta mais qualquer aumento de carga. Se, no entanto, a máquina trabalha com controle de deslocamento, sendo então denominada de máquina dura, o deslocamento que é imposto ao corpo de prova é a variável controlada, e neste caso o ponto de carga máxima não representa o ponto de instabilidade para o conjunto máquina de ensaio-corpo de prova. O corpo de prova admite um aumento de deslocamento além do ponto de carga máxima, dando continuidade à deformação, sem que venha a romper, agora com carga decrescente.



Figura 3.2 - Curva força-alongamento de um material metálico típico.

Ao tratar as informações de um ensaio de tração é pouco usual falar em cargas ou em alongamentos, sendo bem mais comum recorrermos ao conceito de tensão média de tração e de deformação específica, ou simplesmente tensão e deformação. A tensão, que é considerada como uniformemente distribuida ao longo de toda a seção do corpo de prova, é obtida por

$$###_{0} = F / A_{0}$$
(3.1)

sendo ### $_0$ a tensão nominal que age e A $_0$ a área original da seção do corpo de prova. A deformação de engenharia é normalmente definida como a relação entre o alongamento e o comprimento ℓ_0 de referência, ou o que é equivalente, pela integração do alongamento infinitesimal d ℓ , referido ao comprimento ℓ_0 , que define a deformação infinitesimal, entre os limites especificados pelo comprimento inicial e pelo comprimento final. Sendo "de" a deformação infinitesimal,

e =∫de

onde

 $de = d\ell / \ell_0$

e, portanto, integrando entre o comprimento inicial e o final,

$$\mathbf{e} = \Delta \ell / \ell_0 \tag{3.2}$$

Desta maneira, a partir da figura 3.1 é possível construir o diagrama tensão-deformação para o material, usando as definições (3.1) e (3.2). A curva obtida é a curva tensão-deformação nominal, ou de engenharia, mostrada na figura 3.3, que é similar à curva de carga-deslocamento, a menos das escalas dos eixos coordenados.





Alguns fatos interessantes são observados em um ensaio de tração, se, ao invés de mantermos a carga, ou o deslocamento, continuamente crescendo, o ensaio for parado em um ponto antes da ruptura e o corpo de prova descarregado. Em primeiro lugar, se a tensão aplicada for inferior à tensão σ_p , chamada tensão limite de proporcionalidade, que limita a porção linear da curva, a descarga ocorre exatamente sobre a

linha de carregamento, ficando o material, após a descarga completa, exatamente nas mesmas condições de antes do ensaio. É lógico que a tensão σ_p é calculada para a força F_p . Aumentando a tensão além do limite de proporcionalidade, σ_p , começamos a penetrar na região do comportamento não linear do material. Se não aumentarmos muito a tensão, verificamos que a descarga coincide ainda com a linha de carregamento, ou seja, o material retorna às condições iniciais, originais, quando totalmente descarregado. A máxima tensão a que o material pode ser solicitado, sem apresentar qualquer deformação residual, é denominada de tensão limite de elasticidade, σ_e , sendo necessário observar que a sua determinação exige a aplicação de sucessivos ciclos de carregamento, aumentando, levemente, o nível de solicitação entre ciclos consecutivos, de modo a medir o início do aparecimento de deformações residuais.



Figura 3.4 - Curvas de descarga para um material solicitado acima de σ_{e} .

Para uma solicitação acima de σ_e , ao sofrer descarga, o material não mais segue a linha de carregamento, ou seja, o corpo de prova não retorna mais à sua forma original, quando removida a carga. Isto ocorre pela presença, dentro do material, de deformações plásticas, resultando um gráfico como o mostrado na figura 3.4. Com o aumento da carga, ao ultrapassar a tensão limite de elasticidade, começam a ocorrer deformações plásticas a nível macroscópico. Enquanto o material está na região linear da curva tensão-deformação, toda a deformação é elástica, e verificamos então a validade da lei de Hooke, a qual pode ser escrita, para um estado uniaxial de tensões, como

σ=Ee

(3.3)

onde E é o módulo de elasticidade do material, ou módulo de Young, e "e" é a deformação que o material sofre, no caso totalmente elástica.

Quando a tensão limite de elasticidade é atingida e ultrapassada, iniciam a atuar, de forma sensível, dentro do material, os mecanismos de movimento de discordâncias, fazendo com que surjam, portanto, deformações plásticas. Macroscopicamente, a deformação plástica é definida como sendo a deformação que, somada à parcela elástica, fornece a deformação total, que é a deformação que temos condições de medir experimentalmente. Assim, sendo "e" a deformação total, dada por e = $\Delta \ell / \ell_0$, a deformação plástica será

$$e_p = e - e_e$$

(3.4)

onde e_e = σ / E é a deformação que o material sofreria sob a ação da tensão σ , se fosse perfeitamente elástico, ou seja, a deformação plástica é definida como o desvio da linha elástica, como mostra a figura 3.5.

Esta definição pode parecer equivalente a dizer que a deformação plástica é a deformação que permanece após a descarga do material, ou seja, $e_n = e(\sigma = 0)$, porém esta última definição apresenta inconvenientes. Um destes é que para medir a parcela de deformação plástica torna-se necessário realizar a descarga do material, até o nivel de tensão zero, enquanto que com a definição anterior apenas o conhecimento do módulo de elasticidade é suficiente. Esta descarga da tensão até zero é facil de ser realizada em um ensaio de tração, pela descarga da força aplicada até zero também. Esta situação é, no entanto, muito particular, pois é a única em que é possível conseguir uma descarga das tensões de toda uma secão transversal até zero. com a retirada do carregamento. Em qualquer outra situação em que a distribuição de tensões não é uniforme, é impossível descarregar até zero as tensões em todos os pontos de uma seção transversal, quando a carga externa for retirada, se ocorreram deformações plásticas na seção. Outro aspecto que compromete a última definição de deformação plástica é que, com deformações plásticas crescentes, verifica-se que a linha de descarga apresenta um módulo de elasticidade menor do que o original, do material indeformado. Deste modo, as duas definições não são equivalentes. A figura 3.5 ilustra a definição de deformação plástica como indicada pela equação (3.4), ou seja, como o desvio da linha elástica.



Figura 3.5 - Definição de deformação plástica, como desvio da linha elástica.

Conforme já mencionado, a presença de uma deformação plástica fica evidenciada por uma não linearidade da relação entre tensão e deformação. Como as deformações plásticas são permanentes, esta não linearidade significa que o material permanece deformado mesmo após a descarga, ficando assim um efeito residual. Outro efeito que caracteriza uma deformação plástica é que ela é dependente do tempo, podendo este comportamento ser observado de dois modos:

- Se a velocidade de deformação é aumentada, como no exemplo da figura 3.6, ocorre um deslocamento vertical na curva tensãodeformação, o que corresponde a um encruamento do material. A figura mostra um resultado típico obtido com um corpo de prova de aço de baixo carbono.

- Quando a carga é mantida constante por algum período de tempo, é observado um aumento da deformação com o tempo, que é o fenômeno da fluência. Esta deformação plástica ocorre com velocidade decrescente, mas não cessa, mesmo para longos períodos de tempo.

Estes efeitos são menos acentuados a baixa temperatura, embora estejam sempre presentes, mesmo a baixíssimas temperaturas. Em altas temperaturas estes efeitos passam a ser importantes, pois ocorrem de um modo bastante sensível e significativo.

Uma das propriedades mecânicas mais úteis e importantes é a que define o campo de validade do comportamento elástico do material. Conforme visto, a tensão limite de proporcionalidade, ou o limite de elasticidade, representa a extensão do comportamento linear ou do regime elástico. No entanto, alguns aspectos fazem com que estas tensões não sejam quase utilizadas na prática. Em primeiro lugar, a determinação de σ_{e} é trabalhosa, em vista dos sucessivos ciclos de carga e descarga necessários. Por outro lado, existem indicações de que os materiais reais não possuem um limite elástico verdadeiro, desde que existam instrumentos suficientemente sensíveis para medir ínfimos desvios da linha elástica. Desta forma, a extensão da faixa elástica do material é mais comumente definida pela tensão limite de escoamento, que pode ser facilmente obtida a partir da curva tensão deformação determinada no ensaio.



Figura 3.6 - Efeito da velocidade de deformação na curva σ -e.

Dependendo do material, e do tratamento termo-mecânico a que foi submetido, a curva tensão-deformação pode assumir formas bastante distintas. Algumas formas típicas estão mostradas na figura 3.7. A curva da figura 3.7 a) é típica de aços com baixo teor de carbono, no estado recozido. A curva apresenta uma descontinuidade, sendo caracterizada por um patamar de escoamento, onde o material sofre uma acentuada deformação plástica, sob a ação de uma tensão constante. Este comportamento é caracterizado pelo limite superior de escoamento, que é a tensão máxima que ocorre antes de iniciar o escoamento, bem como pelo limite inferior de escoamento, que é a tensão correspondente ao patamar de escoamento. A tensão limite superior de escoamento é extremamente sensível a detalhes como o acabamento superficial do corpo de prova, pequenas excentricidades na aplicação da carga, bem como ao tipo de máguina de ensaio, se mole ou dura. Exemplificando, para um corpo de prova com superfície perfeitamente polida e com uma transição bastante suave para os pontos de contato com as garras, o limite superior de escoamento pode atingir valores próximos ao da tensão de ruptura do material. Já para um corpo de prova com acabamento rugoso, o limite superior pouco se distingue do limite inferior. Por estas razões é que o ponto de referência para definir a extensão da zona de comportamento elástico é dado pela tensão limite inferior de escoamento, ou simplesmente tensão limite de escoamento, $\sigma_{\rm F}$.



Figura 3.7 - Diferentes formas da curva tensão-deformação.

Na curva da figura 3.7 b) temos um material dútil, mas sem um limite de escoamento perfeitamente definido como no caso anterior. A definição da tensão limite de escoamento é baseada em algum critério de natureza empírica. O critério mais usado é definir o limite de escoamento como a tensão em que a deformação plástica atinge um valor arbitrário, da ordem de 0,2% a 0,5%. Outra possibilidade é considerar não a deformação plástica, mas a deformação total, para definir a tensão de escoamento. A figura 3.8 mostra os processos de determinação da tensão limite de escoamento citados, bem como o processo que usa uma redução no módulo de elasticidade, tomando o ponto da curva cujo módulo definido pela linha tangente à curva tensão-deformação é um valor menor que o módulo de elasticidade do material. É usual usar para o módulo tangente, H, um valor 50% menor do que o módulo no regime elástico do material, ou seja, H = 0,5 E.

As duas curvas restantes da figura 3.7 representam dois materiais frágeis, um dos quais apresenta um comportamento não linear,

iniciando em níveis bastantes baixos de tensão, figura 3.7 c), como é o caso, por exemplo, do ferro fundido. A figura 3.7 d) ilustra um material frágil com um comportamento essencialmente elástico até próximo do ponto de ruptura. Esta forma de curva é típica de materiais cerâmicos e ligas fundidas de elevada dureza.



Figura 3.8 - Possíveis critérios para definir a tensão limite de escoamento. A tensão σ_1 fica definida pelo critério do módulo tangente, a tensão σ_2 pela deformação plástica $e_2 e \sigma_3$ pela deformação total do valor e_3 .

Para um material com características frágeis a tensão limite de escoamento tem pequeno significado, podendo inclusive não satisfazer o critério usado para definir σ_E . Nestes materiais é usada a tensão limite de resistência do material, σ_R , definida como o ponto de máximo da curva tensão-deformação, para caracterizar as propriedades de resistência mecânica. Similarmente, para um material dútil, a tensão limite de resistência é dada pelo ponto de máximo da curva, porém nestes materiais σ_R não coincide com o ponto de fratura do corpo de prova, pois este segue se deformando plasticamente, embora com carga decrescente. Este aspecto leva muitas vezes a conceitos equivocados, em especial quando é usada a designação de σ_R como tensão de ruptura. Isto é correto para os materiais frágeis, mas totalmente errado no caso dos dúteis.

Deste modo, em termos práticos, o diagrama tensão-deformação fornece duas tensões características do material, a tensão limite de escoamento, $\sigma_{\rm E}$, normalmente definida para uma deformação plástica de 0,2%, e a tensão limite de resistência, $\sigma_{\rm R}$, ponto de máximo da curva. Conforme o corpo de prova se deforma a carga tende a

aumentar devido ao encruamento. Por outro lado, há uma redução da seção transversal, o que tende a fazer com que a carga diminua. Nos primeiros estágios do ensaio o efeito de encruamento predomina, aumentando a carga. No entanto, o efeito relativo do encruamento diminui com o prosseguimento do ensaio e eventualmente a redução da área da seção transversal excede o ganho de resistência devido ao encruamento, resultando deste modo um máximo para a carga, que passa a diminuir a seguir. Exatamente neste máximo qualquer parte do corpo de prova que seja mais fraca do que o restante irá se deformar sob esta carga, enquanto que todas as outras seções, que requerem um aumento de carga para seguir a deformação, ficam com deformação constante, ou até decrescente. Assim existe uma região que se deforma mais e, portanto, tem a sua seção transversal mais reduzida. Logo, esta região, que já é mais fraca, fica submetida a uma tensão superior à do resto do corpo, pela redução da seção, e assim tem lugar um processo de instabilidade, que leva a um estreitamento no corpo de prova, agora localizado nesta região mais fraca, levando finalmente à ruptura. Desta forma, até o ponto de máximo, a deformação ocorre de uma maneira uniforme sobre todo o corpo de prova. Deste modo a tensão limite de resistência dos materiais dúteis define na realidade o início da instabilidade plástica, quando a deformação plástica avanca até a ruptura final. Após a carga máxima, a deformação passa a concentrar-se na região estriccionada, ficando a deformação real superior à calculada segundo (3.2), pois esta expressão faz a média do alongamento $\Delta \ell$ sofrido, sobre todo o comprimento de referência ℓ_0 .

O ponto de $F_{máx}$, e portanto de σ_R , corresponde apenas ao início da instabilidade plástica do material, particular para a geometria e tipo de carregamento, não tendo qualquer ligação com o processo de fratura propriamente dito, já que esta ainda não iniciou. A fratura vai iniciar após o CP ter atingido $F_{máx}$, ao menos para os materiais dúteis. O ponto de fratura fica definido quando ϵ for tal que inicia-se o processo de coalescimento de vazios, o que leva a uma nova redução de diâmetro. A nucleação dos vazios ocorreu com deformações menores. O valor crítico de deformação para o coalescimento é fortemente influenciado pelo estado de tensões dentro do material, sendo em geral representado na forma:

$$\boldsymbol{\epsilon}_{f}^{*} = \boldsymbol{\beta} \cdot \text{exp} \left[-\frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}_{m}}{\boldsymbol{\sigma}_{eq}} \right]$$

sendo σ_m a tensão média, ou hidrostática, existente, calculada como a média entre as três tensões principais, e σ_{eq} é a tensão equivalente segundo a teoria da máxima energia de distorção.
Apesar de ser um dado fictício, em vista do acima exposto, é comum calcular o alongamento percentual no ponto de ruptura do material, e _f, usando o comprimento do corpo de prova rompido, para fornecer uma idéia da maior ou menor capacidade de deformação plástica que o material apresenta. Uma medida mais precisa da deformação que o material sofre nos instantes finais do ensaio é obtida a partir do diâmetro da seção estriccionada. Usando a medida do diâmetro mínimo no corpo de prova já rompido é definida a estricção ϕ do material como:

 $\varphi = (A_0 - A_f) / A_0$ (3.5)

sendo A₀ a área original da seção transversal e A_f a área da seção transversal após a ruptura. Esta redução da seção transversal é consequência direta do efeito de Poisson, pelo qual a deformação axial induz deformações nos eixos transversais.

A figura 3.9 mostra um diagrama tensão-deformação nominal, ou de engenharia, onde estão indicadas tensões características, bem como o alongamento de ruptura, e_f. Este diagrama tem maior importância para a especificação e controle da qualidade de materiais, bem como para uma amostragem sobre a uniformidade de um produto metalúrgico. Para a análise das propriedades mecânicas dos materiais existe mais interesse no diagrama tensão-deformação real, no qual a tensão é calculada usando a área real do corpo de prova, e a deformação é medida em relação a um valor instantâneo de referência, e não ao comprimento original da peça sem carga. A análise deste tipo de diagrama é feita na seção 3.3.

3.2 - RESULTADOS OBTIDOS DO ENSAIO DE TRAÇÃO

Nesta seção é feito um resumo das características do ensaio de tração e das informações que podem ser obtidas, quando este ensaio é analisado com o uso do procedimento clássico, através da curva tensão-deformação nominal ou de engenharia. A figura 3.9 ilustra as principais informações que são obtidas habitualmente a partir do diagrama convencional.



Figura 3.9 - Principais informações obtidas a partir de um diagrama tensãodeformação convencional.

A forma e a magnitude da curva tensão-deformação de um material depende, entre outros fatores, da sua composição química, dos tratamentos termo-mecânicos, da temperatura de operação e do estado de tensões imposto durante o teste.

O teste de tração é bastante usado para fornecer informações básicas a respeito da resistência do material para projeto e é um teste aceitável para a especificação de materiais. A curva tensãodeformação de engenharia é obtida a partir da medida da carga e da elongação e os pontos característicos, da curva da figura 3.9, são:

- 01 porção linear da curva, onde vale a lei de Hooke;
- 1 ponto correspondente ao limite de proporcionalidade;
- 2 ponto correspondente ao limite elástico;
- ponto correspondente ao limite de escoamento;
- 4 ponto de carga máxima (início da instabilidade);
- 5 ponto de ruptura final.

As tensões usadas nesta curva tensão-deformação são as tensões nominais que agem no corpo de prova tensionado, designadas por σ_0 , equação (3.1). Esta tensão nominal é obtida pela divisão da carga pela área da seção transversal do corpo de prova indeformado. As deformações são obtidas pela divisão do acréscimo $\Delta\ell$, medido sobre o comprimento padrão, pela sua dimensão original ℓ_0 , equação (3.2).

Os parâmetros que são usados para descrever a curva tensãodeformação, que procuram caracterizar as propriedades de resistência do material e as propriedades de dutilidade, são, basicamente:

- Tensão limite de escoamento
- Tensão limite de resistência
- Alongamento percentual
- Redução da área da seção transversal

CRITÉRIOS PARA DEFINIR O COMPORTAMENTO ELÁSTICO.

O nível de tensão em que as deformações plásticas começam depende muito da sensibilidade do equipamento usado para monitorar o ensaio, já que a transição do comportamento elástico para o comportamento plástico é gradual. Vários critérios para a determinação do início de plastificação são usados, em função dos equipamentos que estão disponíveis e do uso pretendido para os resultados.

- Limite de proporcionalidade. É a maior tensão em que existe proporcionalidade direta entre as tensões e as deformações. É o valor em que inicia o desvio do relacionamento linear no diagrama tensão-deformação.

- Limite elástico. É a maior tensão que o material pode suportar sem que exista alguma deformação plástica que se possa medir macroscopicamente, após a completa remoção da carga.

- Limite de escoamento. É a tensão requerida para produzir uma deformação plástica especificada, usualmente de 0,2%, quando o material não apresentar um patamar de escoamento.

Alguns materiais não tem um comportamento linear em seu diagrama tensão-deformação, mesmo para baixos níveis de tensão, como por exemplo o cobre recozido e o ferro fundido cinzento. Para estes materiais a determinação da tensão limite de escoamento, por meio da especificação de um valor para a deformação plástica não pode ser usado, pois não é definido com exatidão o módulo de elasticidade. Assim, nestes casos a tensão limite de escoamento é definida como a tensão que provoca uma deformação total pré-estabelecida, como de 0,005 (0,5%) por exemplo. A figura 3.8 mostra as diferentes maneiras que podem ser usadas para definir um ponto que separe o comportamento elástico do comportamento elastoplástico. Conforme comentado, em geral admite-se um pequeno desvio do comportameto elástico puro de forma a facilitar a determinação experimental do referido valor limite.

TENSÃO LIMITE DE RESISTÊNCIA

A tensão limite de resistência é a tensão nominal correspondente à máxima carga que ocorre no ensaio, considerando a área original da seção transversal no seu cálculo,

$$\sigma_{\rm R} = F_{\rm máx} / A_0 \tag{3.6}$$

A tensão limite de resistência é o resultado mais usual do teste de tração e, entretanto, é um valor de pequeno significado físico para avaliar a resistência real do material. Esta afirmação decorre do fato de que a tensão σ_R não ocorre na realidade, pois a área instantânea, no ponto de carga máxima, não é A₀. Para metais dúteis a tensão limite de resistência pode ser entendida como uma medida da máxima solicitação que o metal pode resistir sob condições de carregamento uniaxial. Deve-se no entanto ter cuidado para não cair no erro de caracterizar σ_R como a tensão de ruptura do material. A ruptura só irá ocorrer após a estricção avançar consideravelmente. A tendência atual para o projeto de estruturas de materiais dúteis é o uso da tensão limite de escoamento para definir o início de plastificação. Para materiais frágeis a tensão limite de resistência é uma informação válida para projeto.

CRITÉRIOS PARA MEDIR A DUTILIDADE

A dutilidade é uma importante propriedade do material, com diferentes maneiras de definir e quantificar. É uma forma para indicar:

- Quanto que o material pode ser deformado plasticamente sem que ocorra fratura, para operações de conformação tais como laminação, extrusão e estampagem;

 A capacidade do metal de fluir plasticamente antes da ruptura. Esta característica permite deformações localizadas sem fratura, que podem ocorrer devido a sobrecargas ou pontos de concentração de tensão não esperados;

- O nível de impurezas do material, consequência das condições do processo metalúrgico, já que um maior volume de impurezas reduz significativamente a dutilidade.

As medidas convencionais de dutilidade, obtidas a partir do ensaio de tração, são a deformação de fratura, e _f, denominada usualmente de elongação, e a estricção, ϕ , ou redução de área.

 $\mathbf{e}_{f} = (\ell_{f} - \ell_{0}) / \ell_{0}; \qquad (3.7)$

 $\varphi = (A_0 - A_f) / A_0$ (3.8)

O valor da deformação de fratura depende do comprimento l₀, no qual as medidas são tomadas, já que as deformações plásticas mais intensas ficam concentradas na região da estricção. Um menor comprimento de referência, no qual as medidas são tomadas, fará com que a deformaçõe e_f tenda ao valor real. Desta forma quando são dadas as deformações percentuais, de elongação, o comprimento de referência também deve ser dado, normalmente como um múltiplo do diâmetro. A redução da área não sofre esta influência, logo pode ser considerada como uma medida mais adequada da dutilidade do material, sem que haja problema de comprimento de referência.

MÓDULO DE ELASTICIDADE

A inclinação da região linear do diagrama tensão-deformação é denominada de módulo de elasticidade ou módulo de Young. O módulo de elasticidade é a medida da rigidez do material, ou seja, para módulos grandes, menores são as deformações elásticas, para um mesmo nível de tensão. O módulo de elasticidade é necessário para o cálculo de defleções e de deformações para todo e qualquer elemento estrutural, sendo um valor importante para a análise e projeto.

O módulo de elasticidade é resultado das forças de atração entre os átomos, logo, como estas forças não podem ser alteradas sem a variação da natureza básica do material, o módulo de elasticidade é uma propriedade intrínseca do material. Ele é alterado, apenas levemente, pela adição de elementos de ligas, tratamentos térmicos ou trabalho a frio. No entanto, sofre uma significativa redução de valor com o aumento da temperatura. Para altas temperaturas o módulo de elasticidade deve ser medido por métodos dinâmicos. Valores típicos do módulo de elasticidade, função da temperatura, para materiais de uso comum em Engenharia, estão listados na Tabela 3.1 a seguir.

TABELA 3.1

Efeito da temperatura sobre o módulo de elasticidade, [MPa].

MATERIAL	20°C	200°C	430°C	540°C	650°C
Aço carbono	207 000	186 000	155 000	134 000	124 000
Aço austenít.	193 000	176 000	158 000	155 000	145 000
Liga de Ti	114 000	97 000	74 000	70 000	-
Liga de Al	72 000	66 000	54 000	-	-

RESILIÊNCIA

A capacidade de um material absorver energia quando deformado elasticamente e retornar, quando descarregado, às dimensões originais, é denominada de resiliência. Ela é dada usualmente pelo módulo de resiliência, que é a energia de deformação por unidade de volume requerida para as tensões variarem de zero até a tensão limite de escoamento $\sigma_{\rm E}$.



Figura 3.10 - Definição do módulo de resiliência.

A energia de deformação do material, por unidade de volume, para um estado uniaxial de tensões, dentro do regime elástico, é dada por:

 $U_0 = 0.5 \sigma_x \cdot \varepsilon_x$

Com a definição de módulo de resiliência temos

 $U_r = 0.5 \sigma_E \cdot \varepsilon_E$

Usando a lei de Hooke, para um estado uniaxial de tensões, resulta

$$U_r = 0.5 \sigma_E^2 / E$$
 (3.9)

Esta equação indica que o material adequado para absorver a energia de deformação, em condições que o elemento estrutural não pode permanecer com distorções permanentes, tais como molas e peças de mecanismos de precisão, é aquele que possui uma alta tensão de escoamento e baixo módulo de elasticidade. A Tabela 3.2 fornece alguns valores de módulos de resiliência para diferentes materiais.

TABELA 3.2

Módulo de resiliência para alguns materiais.

ESPECIFICAÇÃO DO MATERIAL	MÓDULO DE ELASTICIDADE	TENSÃO LIMITE DE ESCOAMENTO	MÓDULO DE RESILIÊNCIA
Aço médio carbono	207 000	310,0	0,230
Aço mola	207 000	965,0	2,330
Duralumínio	72 400	124,0	0,110
Cobre	110 000	28,0	0,004
Borracha	1	2,1	2,205
Acrílico	3 400	13,8	0,028

TENACIDADE

A tenacidade de um material é definida como a sua capacidade de absorver energia, permitindo-se que penetre no regime plástico. A capacidade de suportar, ocasionalmente, tensões maiores que as de escoamento, sem romper, é desejada em elementos tais como engrenagens, correntes, acoplamentos, cabos, etc. A tenacidade pode ser considerada como a área total sob a curva do diagrama tensãodeformação. Esta área é a representação de quanto trabalho por unidade de volume o material pode absorver sem romper. A figura 3.11 mostra curvas tensão-deformação para materiais de alta e baixa tenacidade. O aço mola tem tensão limite de escoamento mais alta que um aço estrutural, porém este é mais dútil e tem elongação maior, logo a área sob a curva do aço estrutural é maior, o que implica em maior tenacidade. Para materiais dúteis, que possuem um diagrama tensãodeformação semelhante ao do aço estrutural, a área sob a curva pode ser aproximada por uma das seguintes equações:

$U_{f} = \sigma_{R} e_{f}$	(3.10)
	· · · · ·

$$U_{t} = \sigma_{L} e_{f}$$
(3.11)

onde σ_{L} é a chamada tensão limite, definida como a média aritmética entre a tensão limite de escoamento e a tensão limite de resistência.



Figura 3.11 - Curvas tensão-deformação típicas para aços de alta e baixa resistência.

Para materiais frágeis, a curva tensão-deformação pode ser considerada como sendo parabólica e a área sob a curva é assim dada por:

$$U_{t} = 0,667 \sigma_{R} e_{f}$$
 (3.12)

Como esta medida da tenacidade considera a energia por unidade de volume que o material absorve sem romper, é também denominada de tenacidade volumétrica.

3.3 - DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO REAL

O diagrama tensão-deformação convencional apresenta resultados que não são adequados para um estudo mais profundo sobre o comportamento do material, devido à maneira simplificada como os resultados do ensaio foram avaliados. Quando o material está submetido a grandes deformações, como no caso do estudo de processos de conformação, ou do estudo do comportamento do material próximo aos instantes de ruptura, o uso da tensão nominal e da deformação nominal, obtidas do ensaio de tração, não são adequados. A tensão nominal erra pelo uso da área original, que não é a área real no instante em que a força está atuando. A deformação nominal apresenta problemas para uso quando o material está muito deformado e além disto não considera o efeito da estricção, já que faz uma média da deformação sobre o comprimento de referência.

Antes de atacar o problema do diagrama tensão-deformação real é conveniente definirmos o que é deformação e tensão real. A deformação de engenharia é definida pela equação (3.2), onde o acréscimo de deformação, "de", é calculado pelo acréscimo de comprimento, "dl", referido ao comprimento original, "I₀". Quando se trabalha com grandes deformações este processo não é adequado, pois o comprimento de referência pode mudar bastante em relação ao comprimento original, levando a uma medida do acréscimo instantâneo de deformação errônea.

EXEMPLO 3.1.

Uma barra é deformada ao dobro do seu comprimento original. A deformação, quando calculada pela equação (3.2), será e = 1, já que $\Delta \ell = \ell_0$. Se agora, após ser tracionada, for reduzida à metade do comprimento, temos e = - 0,5, pois $\Delta \ell$ = - 0,5 ℓ_0 , em relação ao novo comprimento inicial. É intuitivo que estes valores de deformação não são corretos, pois em valor absoluto a deformação deveria ser a mesma nos dois casos, resultando uma deformação final nula, mas que não ocorre.

Este problema pode ser contornado definindo a deformação real de tal forma que o acréscimo de deformação real, d ϵ , seja a relação entre d ℓ , acréscimo do comprimento, e o comprimento instantâneo, ℓ , e não o comprimento original, ℓ_0 , de modo que d ϵ = d ℓ / ℓ . Integrando agora entre o comprimento inicial e o comprimento final, resulta portanto:

$$\varepsilon = \int_{\ell_0}^{\ell} d\varepsilon; \quad \varepsilon = \ln \ell - \ln \ell_0;$$

$$\varepsilon = \ln \left(\ell / \ell_0 \right)$$

(3.13)

EXEMPLO 3.2.

Consideremos a mesma barra do exemplo 3.1, sendo deformada ao dobro do seu comprimento original. A deformação, calculada agora pela equação (3.13), será $\varepsilon = 0,693$, já que $\ell = 2 \ell_0$. Se agora, após ser tracionada, a barra for reduzida à metade do comprimento, temos $\varepsilon = -0,693$, pois $\ell = 0,5 \ell_0$. Estes valores de deformação são coerentes com a nossa espectativa intuitiva, onde, em valor absoluto, a deformação é igual nos dois casos, resultando assim em uma deformação final nula.

Comparando a equação (3.13) com a equação (3.2) podemos obter um relacionamento entre a deformação real e a deformação de engenharia, como segue.

$e = \Delta \ell / \ell$	
$\varepsilon = \ln \left(\ell / \ell_0 \right)$	
ϵ = ln (ℓ_{0} + $\Delta \ell$) / ℓ_{0}	
$\varepsilon = \ln (1 + e)$	(3.14)

Para uma deformação plástica pura do material, verifica-se que o processo é incompressível, ou seja, não ocorre variação de volume. Na realidade a densidade varia um pouco, porém, experimentalmente, esta variação é menor que 0,1%, mesmo para grandes deformações, e desta forma, com boa aproximação podemos considerar que o volume do sólido fica constante durante o processo de deformação plástica. Com isto temos que o volume, limitado por um comprimento de referência, fica constante durante o processo de deformação, o que permite escrever

 $\ell_0 A_0 = \ell A$

e rearranjando a equação:

$$\ell / \ell_0 = A_0 / A$$
 (3.15)

Com o uso desta equação a deformação real pode ser dada em função da variação da área da seção transversal, como na equação (3.23), ou então:

$$\varepsilon = \ln A_0 / A \tag{3.16}$$

Quanto à tensão real, esta é a carga dividida pela área da seção transversal, em um dado instante. A tensão de engenharia, ou tensão convencional, é a carga dividida pela área original da seção do corpo de prova. Considerando o comportamento elástico do material, esta distinção não é necessária, porque os níveis de deformação são baixos. Em certos problemas da plasticidade, particularmente quando do tratamento matemático do teste de tração, é importante a distinção entre as duas definições de tensão. A tensão real será denotada por σ e a de engenharia por σ_0 . Assim,

$$\sigma = F / A$$

(3.17)

$$\sigma_0 = F / A_0 \tag{3.18}$$

A tensão real pode ser relacionada com a tensão de engenharia considerando

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{A_0}{A}$$

e com a substituição das equações (3.15) e (3.2) na equação acima obtemos, após algumas manipulações

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + e \right) \tag{3.19}$$

A curva tensão-deformação de engenharia não fornece boas indicações das características de deformação dos materiais, porque é completamente baseada nas dimensões originais do corpo de prova, e estas dimensões variam continuamente durante o teste. Os testes de tração realizados com materiais dúteis, sob controle de carga, tornamse instáveis e a estricção surge durante o desenvolvimento do ensaio. Por ser a redução de área da seção transversal rápida neste estágio do teste, a carga necessária para continuar a deformar o corpo de prova também decresce. A tensão nominal, baseada na área original, diminui, e isto faz com que a curva tensão-deformação comece a baixar, após o ponto de máxima carga. Na realidade, o metal segue encruando até a fratura, fazendo com que as tensões necessárias, para continuar deformando o material, também precisem ser aumentadas. Se as tensões verdadeiras, baseadas na área instantânea do corpo de prova, forem usadas, a curva tensão-deformação então obtida cresce continuamente até a fratura. Se as deformações são também baseadas em medidas instantâneas, usando a equação (3.13), a curva assim obtida é conhecida como curva tensão-deformação real. A curva tensão-deformação real deve ser vista como uma maneira mais exata de caracterizar o comportamento mecânico do material, necessária quando os níveis de deformações plásticas são elevados, como em análises do processo de fratura, ou de operações de conformação. Deste modo, a curva tensão-deformação real representa também o comportamento qualitativo do material, quando carregado sob tração.

Se a carga é removida o material comporta-se elasticamente ao longo de toda a linha de descarga. Caso entre na região compressiva, pode ocorrer o escoamento sob compressão. Se a carga for novamente aplicada, o comportamento continua elástico até atingir o nível de tensão anteriormente atingido, de forma similar ao que ilustra a figura 3.4, para a curva tensão-deformação convencional.

A equação (3.19) assume que exista constância de volume durante o processo de deformação, bem como uma distribuição homogênea de deformações ao longo do comprimento de referência do corpo de prova, o que ocorre antes do surgimento da estricção. Acima do ponto

de carga máxima, as tensões reais devem ser determinadas a partir de medidas instantâneas da carga e da seção transversal, com a equação (3.17). A deformação real ε pode ser determinada a partir da deformação convencional, ou de engenharia, conforme dado por (3.14), porém esta equação só pode ser aplicada até o ponto de aparecimento da estricção, pelas razões explicadas acima. Além da carga máxima, a deformação real deve ser determinada através de medidas instantâneas da área ou do diâmetro da seção transversal, conforme equação (3.16), ou então pela relação de diâmetros,

$$\varepsilon = \ln \left(D_0 / D \right)^2 \tag{3.20}$$

 $\varepsilon = 2 \ln D_0 / D \tag{3.21}$

A figura 3.12 compara a curva tensão-deformação real com a curva tensão-deformação de engenharia. Nesta figura constatamos que no regime elástico as duas curvas praticamente coincidem, já que as deformações são muito pequenas. Já no regime plástico a curva real começa a se distanciar, devido à redução da a'rea, pelo efeito de Poisson. Com o início da estricção o afastamento das duas curvas é ainda mais significativo. Do diagrama tensão-deformação real, podemos obter os seguintes parâmetros:

TENSÃO REAL DE FRATURA

A tensão real de fratura é $\sigma_{\rm f}$, definida como a carga de fratura dividida pela área da seção transversal, no instante de fratura. Essa tensão deve ser corrigida, pois na seção da fratura o estado de tensões é triaxial, como decorrência da estricção que leva a uma região com seção transversal variável. Devido a isto, desenvolvem-se tensões tangenciais e radiais, adicionalmente à tensão axial. Este estado de tensões triaxial exige, para prosseguir com a deformação plástica, uma tensão axial maior do que se o estado fosse uniaxial, Assim, a tensão real de fratura, calculada simplesmente como força sobre área, considera também o efeito de restrição à deformação plástica, provocado pela triaxialidade do estado de tensões, [36]. A tensão que efetivamente o material suporta, em um estado uniaxial de tensões, é um pouco menor, dependendo da geometria do local da estricção, pois o efeito de restrição depende desta geometria.



Figura 3.12 - Comparação entre as duas curvas tensão-deformação, a curva real e a curva de engenharia.

DEFORMAÇÃO REAL DE FRATURA

A deformação real de fratura, $\varepsilon_{\rm f}$, é dada por:

$$\varepsilon_{f} = \ln \left(A_{0} / A_{f} \right) \tag{3.22}$$

onde A _f é a área da seção transversal na seção que rompeu. Outra maneira de calcular ε_{f} é a partir da estricção na fratura, ϕ , definida pela equação (3.5).

$$\varepsilon_{f} = \ln [1/(1-\phi)]$$
 (3.23)

DEFORMAÇÃO REAL UNIFORME

A deformação real uniforme é a deformação no ponto de carga máxima, ou seja, é a máxima deformação em que ocorreu, ainda, uma deformação uniformemente distribuida sobre todo o comprimento de referência. Pode ser calculada pela equação (3.24), onde A_R é a área da seção transversal do corpo de prova quando foi atingida a carga máxima, ou seja, exatamente no ponto em que inicia a estricção. Esta deformação é da ordem do expoente de encruamento do material, n.

$$\varepsilon_{u} = \ln \left(A_{0} / A_{R} \right) \tag{3.24}$$

3.4 - DEFORMAÇÃO PLÁSTICA E O EFEITO DE POISSON

A redução da seção transversal é consequência do efeito de Poisson, ou seja, se o material sofre uma deformação na direção do eixo x, por exemplo, provocada por uma carga nesta direção, como no caso do corpo de prova do ensaio de tração, esta deformação ε_x induz deformações em direções perpendiculares, y e z no caso, dando origem às deformações ε_y e ε_z . Se o estado de tensões no ponto considerado é uniaxial, então as deformações ε_y e ε_z são provocadas unicamente pelo efeito de Poisson, o qual pode ser escrito como

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{z} = -\nu \varepsilon_{x} \tag{3.25}$$

onde v é o coeficiente de Poisson, uma característica do material, quando dentro do campo elástico.

No caso de um estado de tensões não uniaxial devemos usar a lei de Hooke generalizada, a qual incorpora o efeito de Poisson sobre as deformações nos três eixos, na forma

$$\varepsilon_{x} = (\sigma_{x} - \nu (\sigma_{y} + \sigma_{z})) / E$$

$$\varepsilon_{y} = (\sigma_{y} - \nu (\sigma_{x} + \sigma_{z})) / E$$

$$\varepsilon_{z} = (\sigma_{z} - \nu (\sigma_{x} + \sigma_{y})) / E$$
(3.26)

sendo válida para um estado de tensões genérico. Para as tensões cisalhantes, temos uma similaridade direta com a lei de Hooke para as tensões normais, contudo sem a ocorrência de um acoplamento entre as várias direções, como evidenciado pelo efeito de Poisson. Sendo γ a deformação cisalhante, que pode ser a deformação no plano xy, xz ou yz e τ a tensão cisalhante associada ao plano correspondente, a lei de Hooke fica neste caso expressa por

$$\gamma = \tau / G \tag{3.27}$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal do material, que é correlacionado com o módulo de elasticidade e com o coeficiente de Poisson, pela equação:

$$G = E / (2 (1 + v))$$
(3.28)

Se o limite elástico do material for ultrapassado, as deformações passam a ter uma parcela elástica e uma parcela plástica, onde o efeito de Poisson deve ser considerado separadamente sobre cada uma das parcelas, pois o coeficiente de Poisson no regime plástico é diferente do coeficiente no regime elástico. Pelo mecanismo microscópico de deformação plástica, esta processa-se praticamente a volume constante, o que leva a um coeficiente de Poisson de 0,5 para as parcelas plásticas de deformação. Assim, as deformações devem ser decompostas nas suas parcelas elásticas e plásticas, cada uma afetada por um valor do coeficiente de Poisson. Para um estado uniaxial de tensões, com $\varepsilon_{xe} e \varepsilon_{xp}$, sendo respectivamente as parcelas elástica e plástica da deformação total ε_x , a deformação transversal ε_y que é provocada por ε_x será:

 $\varepsilon_{v} = -(v \varepsilon_{xe} + 0.5 \varepsilon_{xp})$ (3.29)

Para a maioria dos materiais metálicos o coeficiente de Poisson, no regime elástico, apresenta um valor que tipicamente está na faixa de 0,28 a 0,35, sendo usual adotar um valor de 0,3 ou 1/3, quando não é conhecido o coeficiente para o material em consideração.

EXEMPLO 3.3.

Considerando a equação (3.29), podemos definir um coeficiente de Poisson efetivo, como sendo a relação entre as deformações totais, nos eixos de interesse. Deste modo, sendo v_{eq} este valor do coeficiente de Poisson, o seu valor depende da relação entre as parcelas elásticas e plásticas das deformações. Assim quando a deformação plástica for nula, $v_{eq} = v$, e quando a deformação plástica for muito maior do que a parcela elástica, $v_{eq} = 0,5$. A tabela abaixo mostra este comportamento, assumindo v = 0,30.

ε _p /ε _e	0,1	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0
ν_{eq}	0,318	0,333	0,367	0,400	0,433	0,467	0,482

O estado de tensões em um dado ponto do material, quando no regime elástico, fica definido em função do carregamento aplicado, para satisfazer as condições de equilíbrio, e também pelas restrições à deformação, função da distribuição de material, podendo fazer com que surjam tensões em direções outras que as das tensões provocadas pelo carregamento, conforme pode ser desprendido das equações (3.26). Neste sentido, duas situações particulares, de grande importância na análise de problemas práticos, se colocam, que são os estados ditos plano de tensões e plano de deformações, EPT e EPD.

Um estado de tensões é denominado de plano de tensões, guando as tensões atuantes no ponto considerado situam-se num único plano, ou seja, se estamos analisando o plano XY, as únicas tensões existentes são as tensões normais σ_x e σ_y , e a tensão cisalhante no plano, τ_{xv} , sendo as outras componentes de tensão necessariamente nulas. Este estado de tensões é facilmente encontrado em problemas reais, como em pontos sobre a superfície externa do material, quando a peca não está sujeita a um carregamento superficial no ponto considerado. Deste modo, todos os pontos situados na superfície de componentes estruturais estão em um estado plano de tensões, respeitando a restrição da ausência de cargas de superfície. Para pontos internos ao material, esta situação pode ocorrer desde que não exista restrição à deformação transversal, $\boldsymbol{\epsilon}_{z}$, pois mesmo sendo a tensão transversal σ_z igual a zero, no estado plano de tensões, as tensões normais existentes no plano provocam o desenvolvimento da deformação ε_{z} , pelo efeito de Poisson. Assim, para que pontos internos ao material estejam em um estado plano de tensões, ou de uma forma abreviada, EPT, a peça deve ser relativamente fina, para que o material existente não venha a restringir o desenvolvimento da deformação transversal. Esta é uma situação que ocorre em peças fabricadas a partir de chapas finas, por exemplo. Deve ser salientado que o conceito de espesso ou fino tem uma interpretação relativa, quanto às outras dimensões da peça, pois pode ocorrer que uma peça com 1 mm de espessura não possa ser considerada fina, quando na presença de um detalhe com 0,1 mm de raio, por exemplo.

Quando não podemos caracterizar para os pontos no interior do material um EPT, ou seja, se existe uma restrição à deformação transversal, desenvolve-se dentro do material uma tensão transversal σ_z . Esta situação atinge uma condição limite quando o volume de material adjacente ao ponto considerado restringe totalmente a deformação transversal, ou seja, ε_z é igual a zero. Nesta situação temos apenas deformações ocorrendo nas direções X e Y, sendo denominada de estado plano de deformações, EPD. Quando ocorre um estado plano de deformações, geralmente em pontos internos ao material, surge a tensão transversal σ_z , que é decorrência do efeito de Poisson, como podemos ver das equações (3.26). Se fizermos a deformação transversal igual a zero, resulta

$$\sigma_z = v \left(\sigma_x + \sigma_y \right) \tag{3.30}$$

que é a tensão que deve se desenvolver, como consequência da restrição à deformação, pelo volume de material que envolve o ponto considerado. Esta condição, de um EPD, desenvolve-se dentro do material apenas quando a deformação transversal é totalmente impedida, o que pode não ser exatamente o caso de peças espessas e com significativas descontinuidades geométricas.

3.5 - MODELOS DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

É necessário, para a realização de uma análise de tensões, adotar um modelo para a curva tensão-deformação, que deve ser adequado ao tipo de análise a ser realizada. Assim, partimos dos modelos mais simples, como o de um material perfeitamente elástico, ou o de um material rígido-plástico, chegando a um modelo de um material com encruamento potencial, passando pelos modelos de um material elastoplástico ideal e de um material com encruamento linear. A figura 3.13 ilustra os modelos mais usados para uma análise de tensões.



Figura 3.13 - Curvas tensão-deformação segundo modelos normalmente usados para uma análise plástica.

Para um material idealizado como elástico ideal é lógico que o modelo deverá ser usado dentro dos limites do comportamento elástico do material real. Para uma análise plástica, os modelos mais simples para idealizar a curva tensão-deformação do material, são o de um material elasto-plástico ideal e o de um material rígido-plástico. Este último é uma simplificação do primeiro, aplicável quando temos elevados níveis de deformação plástica, de modo que seja possível desprezar a parcela elástica da deformação. A idealização do material como tendo um encruamento linear já é uma melhor aproximação para os materiais reais, que apresentam encruamento, do que a de um material elasto-plástico ideal. No caso de muitos materiais metálicos a curva tensão-deformação fica caracterizada por um comportamento chamado de encruamento potencial, expresso pela equação abaixo:

$$\sigma = k \epsilon^n$$

(3.31)

onde

n - expoente do encruamento

- k coeficiente de resistência
- σ tensão real
- ϵ deformação real.

O gráfico em escalas logarítmicas da curva tensão-deformação real, a partir do início do escoamento, resulta numa linha reta se a equação (3.31) for satisfeita pelo material. A inclinação desta reta é n, e k é a tensão real para o ponto onde $\varepsilon = 1,0$.



Figura 3.14 - Diagrama tensão-deformação para um material com encruamento potencial, em escalas logarítmicas.

Os valores de n variam desde n = 0, caracterizando um sólido perfeitamente plástico, $\sigma = k$, onde k é interpretado como a tensão limite de escoamento do material, até n = 1, que caracteriza um sólido perfeitamente elástico, $\sigma = k \varepsilon$, onde k agora representa o módulo de elasticidade do material. Deste modo, o expoente de encruamento situa-se no intervalo (0 ; 1), enquanto que o coeficiente de resistência está no intervalo (σ_E ; E). Para a maioria dos metais os valores de n estão situados entre 0,1 e 0,5. A Tabela 3.3 mostra valores de n e k para alguns materiais de uso comum. O ponto de instabilidade para estes materiais ocorre com $\varepsilon = n$, logo n = ln (1+e), ou e $\approx exp(n) - 1$.

A equação (3.31) nem sempre fornece resultados que são coerentes com os experimentos. Desta forma, outros modelos foram sugeridos e a seguir estão apresentadas algumas equações que também podem representar os resultados dos ensaios de forma condizente, como:

$$\sigma = k (\varepsilon_{o} + \varepsilon_{p})^{n}$$

onde ε_0 é a deformação que o material sofreu antes do ensaio, em um processo de trabalho a frio, como por exemplo trefilação ou laminação, e ε_p é a parcela plástica da deformação. Outra possibilidade é usar a expressão

$$\sigma = \sigma_{\rm E} + k \, \varepsilon_{\rm p}^{\ n} \tag{3.32}$$

TABELA 3.3

Parâmetros para a curva tensão-deformação com encruamento potencial.

Material	Condição	n	k [MPa]
Aço 0,05% de C	Recozido	0,26	541
Aço SAE 4340	Recozido	0,15	654
Aço 0,6% de C	Temp. rev. 538-C	0,10	1600
Aço 0,6% de C	Temp. rev. 704-C	0,19	1250
Cobre	Recozido	0,54	330
Latão	Recozido	0,49	920

O modelo da curva tensão-deformação com encruamento potencial pode ser posto na forma abaixo, onde agora apenas a parcela plástica da deformação é que faz parte da equação (3.31), sendo a parcela elástica dada pela lei de Hooke. A deformação total é dada pela soma das duas parcelas de deformação:

$$\varepsilon = \sigma / E + (\sigma / k)^{1/n}$$
(3.33)

Podemos mostrar que a tensão que delimita o regime elástico do regime plástico, quando é usado o modelo de encruamento potencial, que pode ser pensada como a tensão limite de elasticidade, σ_e , é obtida da intersecção da porção plástica da curva tensão-deformação com a linha do comportamento elástico, resultando

$$\sigma_{\rm e} = (k / E^{\rm n})^{1/1 - n}$$
(3.34)

ou então, pelo uso da definição convencional da tensão limite de escoamento, usando o valor ε_p = 0,002 na equação (3.33).

Em muitas situações de análise plástica é usado o modelo de um material elasto-plástico ideal, pela simplicidade que apresenta. Quando

os materiais reais apresentam encruamento, é possível ainda usar o modelo elasto-plástico ideal, onde a tensão de escoamento é substituida pela tensão limite de análise plástica, σ_L , definida como a média aritmética entre $\sigma_E e \sigma_R$. Assim é considerado, de um modo aproximado, o encruamento que o material apresenta. No caso dos aços auteníticos, que possuem um grande encruamento, recomenda-se definir σ_L 15 % maior do que a média.

3.6 - ENSAIO DE IMPACTO

Existem materiais intrinsecamente frágeis, como por exemplo o ferro fundido, pois em aplicações práticas sempre rompem de um modo frágil. Existem outros metais que podem apresentar uma ruptura dútil ou frágil em serviço. Dentre estes, os aços ferríticos são os mais importantes e possuem um comportamento muito variável quanto à forma de fratura, dependendo de muitos fatores. Assim, um aço de baixo carbono, normalizado, é dútil sob a ação de um carregamento uniaxial, como no ensaio de tração. Este mesmo aço torna-se frágil quando na presenca de entalhes, baixas temperaturas, sob impacto ou ainda sob um estado triaxial de tensão. Para outros materiais, em especial os com estrutura cristalina cúbica de face centrada, como os aços austeníticos, o comportamento à fratura pode ser previsto a partir das propriedades de tração. Se for frágil no ensaio de tração, será frágil com entalhe, e se for dútil no ensaio, também será dútil com um entalhe, exceto no caso de entalhes muito agudos ou profundos. Mesmo baixas temperaturas não alteram este comportamento.

Para os materiais com comportamento semelhante ao dos aços ferríticos, os ensaios de impacto são muito úteis, pois indicam, ao menos de forma orientativa, o grau de dutilidade. Estes materiais possuem um comportamento complexo, difícil de prever com exatidão, estando sujeitos a uma transição de comportamento. Devido a estes fatos, a maior parte dos estudos, sobre a fratura frágil, foram feitos com estes materiais. O parâmetro que caracteriza a resistência à ruptura do material é a tenacidade. Esta é definida como a energia específica absorvida durante o processo de ruptura. Assim, uma fratura dútil é caracterizada por uma grande absorção de energia, o que se traduz em uma tenacidade elevada. Uma fratura frágil possui uma baixa absorção de energia e logo baixa tenacidade.

Em alguns casos a tenacidade pode ser facilmente obtida, como por exemplo em uma barra de seção uniforme tracionada. A tenacidade é fornecida pela área sob a curva tensão-deformação, que representa a energia absorvida por unidade de volume da barra. Infelizmente a tenacidade volumétrica, medida desta maneira, não se correlaciona com a resistência à fratura em serviço. Isto ocorre porque no ensaio de tração grande parte da energia consumida é utilizada para colocar o material em condições de iniciar a ruptura, ou seja, em um nível de deformações plásticas suficiente para iniciar o processo de ruptura. No caso de uma ruptura em serviço, temos uma falha que geralmente inicia a partir de um defeito pré-existente, o que nos corpos de prova de tração não ocorre. Assim, é necessário distinguir entre a tenacidade volumétrica, medida no ensaio de tração, e a tenacidade superficial, medida como a energia consumida no aumento da área rompida, pela propagação da fissura, a partir do defeito inicial. Esta tenacidade é denominada de tenacidade à fratura. Em aplicações práticas esta última é que tem importância. A tenacidade volumétrica é de interesse em situações onde é necessário estimar a capacidade de absorção de energia por uma estrutura homogênea. A tenacidade à fratura é fundamental para a análise ou previsão de falhas.



Figura 3.15 - Curva típica CV versus temperatura para aços.

Em componentes isentos de defeitos, a energia para a ruptura é elevada, já que deve-se dispender uma grande parte desta energia para a formação da trinca, enquanto o restante é consumido para a sua propagação. Assim, em elementos estruturais que habitualmente possuem falhas e defeitos, que podem ser pensados como trincas, a falha ocorre quando energia suficiente é fornecida para propagar a trinca já existente. Em vista disto, muitos testes de tenacidade são realizados com corpos de prova já fissurados, medindo-se a energia, por unidade de área rompida, que o material consome durante a sua fratura. A fissura inicial reduz a energia necessária para a ruptura, bem como causa um estado triaxial de tensões de tração elevado, o que eleva a temperatura de transição do material.



Figura 3.16 - Curva típica força versus tempo no ensaio Charpy.

ENSAIO CHARPY

Para os materiais com transição no comportamento dútil-frágil os ensaios de impacto são muito úteis, sendo o ensaio com corpo de prova Charpy com entalhe em V o mais difundido, estando incluido em muitas especificações de projeto e controle de qualidade. O entalhe provoca restrições à deformação em direções perpendiculares à direção da máxima tensão principal, ou seja, um estado triaxial de tensões, com um efeito também de concentração de tensão. O ensaio Charpy mostrou-se valioso para verificar a suscetibilidade dos aços à fragilização na presença de entalhes, embora o teste não possa ser usado diretamente para assegurar o desempenho da estrutura em serviço. A figura 3.17 ilustra o princípio do ensaio e a geometria do corpo de prova Charpy com entalhe em V.

A aplicação da carga de impacto é feita por um pêndulo que é deixado cair e, após a ruptura do corpo de prova, é determinada a energia absorvida na fratura do material. Esta energia, em Joules [J], é a medida da tenacidade Charpy do material. Os ensaios são feitos a diversas temperaturas para o corpo de prova e assim é obtida a influência desta sobre a tenacidade do material ensaiado. Para os materiais fragilizáveis existe uma faixa de temperatura em que ocorre a transição no modo de fratura. Esta transição é detectada por uma queda brusca na tenacidade, ou seja, o material passa a romper de um modo predominantemente frágil. A figura 3.18 mostra uma curva da tenacidade contra a temperatura para um aço de baixa liga. Deve-se observar que a tenacidade medida pelo ensaio Charpy é distinta da tenacidade volumétrica, medida pelo ensaio de tração, bem como é distinta da tenacidade à fratura, medida pelos ensaios de K_{IC}.



Figura 3.17 - Corpo de prova Charpy com entalhe em V e princípio do ensaio.



Figura 3.18 - Curva tenacidade versus temperatura para um aço de baixa liga.

Existem ao menos três métodos para avaliar o grau de fragilização que o material sofre, a uma dada temperatura de ensaio. A energia consumida na ruptura, conforme já citado, é um deles. A aparência da fratura fornece meios para avaliar a tenacidade do material, pois quanto maior a área que rompeu por clivagem, menor a energia absorvida na ruptura do corpo de prova, visto que a fratura dutil absorve muito mais energia por unidade de área. Assim, a inspeção do aspecto da superfície rompida fornece informações relevantes. Finalmente, a deformação plástica decorrente da fratura dútil provoca uma contração lateral na zona de entalhe, que fica tracionada, e uma expansão lateral no lado oposto, onde o material fica comprimido.

Não existem apenas estes métodos para medir o efeito de fragilização do material por efeito da temperatura, mas, em geral, a transição dútil-frágil baseada em um único tipo de medida não é suficientemente abrupta de forma a definir claramente uma temperatura específica. Por esta razão foram propostas vários critérios para definir o valor da temperatura de transição, seja pela energia absorvida, seja pela aparência da ruptura. Alguns destes critérios estão descritos a seguir.



Figura 3.19 - Aspecto de seção rompida do corpo de prova Charpy, indicando as diferentes regiões da superfície rompida e a deformação lateral de contração junto ao entalhe e da expansão no topo do corpo de prova.

CRITÉRIOS BASEADOS NA ENERGIA DE TRANSIÇÃO

- A temperatura na qual a curva energia-temperatura intercepta o nível de 20 J (15 lb.ft).

- A temperatura na qual a curva intercepta o nível de 55J (40 lb.ft).

- Energia média de transição. A temperatura correspondente ao valor médio entre os limites máximo e mínimo de energia absorvida nos ensaios.

CRITÉRIOS BASEADOS NA APARÊNCIA DA FRATURA

- A mínima temperatura na qual é ocorre uma ruptura 100% dútil.

- A máxima temperatura na qual é obtida uma ruptura 100% frágil.
- A temperatura na qual 50% de ruptura dútil é obtida.

A temperatura determinada por qualquer um destes critérios deve ser comparada apenas com dados obtidos com o mesmo tipo e tamanho do corpo de prova. Em muitas aplicações é dada importância fundamental à temperatura máxima do nível inferior da curva da energia, ou seja, à temperatura em que a tenacidade começa a subir. Este valor particular parece ser menos sensível aos métodos de ensaio do que os outros critérios. Como esta é a temperatura abaixo da qual o aço não se deforma plasticamente na presença de um entalhe, é referida como temperatura de transição para dutilidade nula, usualmente NDT, (Nil Ductility Temperature).

No ensaio de impacto a energia absorvida do pêndulo é usada para:

- Iniciar a fissura no fundo do entalhe;
- Propagar a fissura no restante da seção;
- Deformar os pontos de contato com o corpo de prova;
- Acelerar a massa do corpo de prova;
- Vencer a resistência do ar e dos mancais.

Apenas os dois primeiros itens são relevantes nos materiais tenazes. Para os materiais frágeis, a parcela de energia combinada pelos outros fatores pode ser uma porcentagem sensível da energia total. Em ensaios normais, não há preocupação sobre as diferentes parcelas no consumo de energia, sendo considerada apenas a energia total absorvida do pêndulo. Os dois últimos ítens são considerados pela calibração da escala de leitura

A curva de energia apresenta três regiões características: o patamar inferior de energia, a região de transição e o patamar superior, conforme figura 3.15. No patamar inferior temos uma ruptura frágil, geralmente por clivagem, ficando limitado pela temperatura de referência, NDT. Esta temperatura em geral situa-se na faixa de 10% a 20% da temperatura absoluta de fusão. No patamar inferior temos uma nucleação frágil da fissura e uma baixa energia para a sua propagação, com um consequente comportamento frágil. Na região de transição ocorre um modo misto de ruptura, parte da superfície com uma fratura plana e parte por cisalhamento. A ruptura por cisalhamento consome uma grande fração da energia. Para temperaturas ainda maiores atingimos o patamar superior de energia, onde o material é perfeitamente dútil, com a ruptura ocorrendo quase que inteiramente por cisalhamento. Aqui temos dificuldade de formação da trinca, exigindo altos níveis de deformação plástica; a propagação também é dificultada. A figura 3.20 mostra as curvas carga-deslocamento em cada uma das diferentes regiões.



Figura 3.20 - Curvas carga-deslocamento para diferentes temperaturas.

Como o ensaio Charpy não permite prever diretamente o tipo de comportamento em serviço, se dútil ou frágil, dos aços usados em componentes de grandes estruturas, os testes devem ser usados comparativamente, como testes de recepção ou testes para identificar diferentes lotes de um mesmo aço, ou ainda para selecionar um aço dentre vários, quando a correlação do resultado do ensaio com o comportamento em serviço esteja estabelecida e seja confiável. A temperatura de transição para a estrutura não coincide com a temperatura obtida pelo ensaio dos corpos de prova Charpy, pois a geometria do entalhe é diferente, bem como o volume de material envolvido. Por outro lado, a simples realização de análises químicas, ensaios de tração e de dureza podem deixar de indicar a influência de alguns importantes fatores de processamento e fabricação que afetam a suscetibilidade à fratura frágil. De uma forma resumida, o ensaio Charpy vale como uma indicação qualitativa sobre o comportamento dútil-frágil, falhando no aspecto quantitativo. As limitações que o ensaio Charpy apresenta podem ser listadas como:

- Difícil de correlacionar com o comportamento real em serviço. É usado principalmente na comparação de diferentes tratamentos e materiais.

- Corpo de prova pequeno, não sendo desta forma representativo da heterogeneidade que a estrutura real possui.

- Não é aplicável para aços de alta resistência e para ligas não ferrosas, pois apresentam um valor da energia absorvida muito baixo.

- O ensaio não separa a energia de nucleação e a energia de propagação. Em serviço a ruptura é formada apenas pela propagação, pois a trinca inicial já existe, decorrente de um problema de fadiga, corrosão ou outros mecanismos metalúrgicos, ou mesmo devido a falhas no próprio processo de fabricação.

MODIFICAÇÕES DO ENSAIO CHARPY

Para permitir uma análise mais rigorosa sobre o comportamento real do material, o ensaio Charpy deve ser modificado. Além do ensaio tradicional duas formas derivadas são atualmente mais usadas.

Uma primeira modificação é sobre o corpo de prova, o qual é pré fissurado por fadiga antes de ser submetido ao ensaio de impacto. Isto faz com que o material tenha agora uma trinca aguda, originada no fundo do entalhe, e não mais um raio de concordância no ponto mais solicitado. Assim, a condição que o material apresenta em uma aplicação real fica muito melhor caracterizada pelo corpo de prova e o resultado do ensaio será exclusivamente a energia necessária para propagar a trinca, inexistindo assim a energia de nucleação.

Outra modificação é agora a de instrumentar a máquina de ensaio, no sentido de permitir o registro de um diagrama de cargadeslocamento, como o ilustrado na figura 3.16. Este registro permite assim obter todos os valores mostrados na figura, viabilizando uma análise bastante criteriosa dos resultados do ensaio. O ensaio Charpy instrumentado pode ser feito usando um corpo de prova padrão ou um corpo de prova pré-fissurado.

3.7 - MODELO PARA A TRANSIÇÃO DÚTIL-FRÁGIL

Para explicar a diferença de comportamento de um mesmo material, quanto à energia absorvida na ruptura, várias experiências mostraram a existência de duas tensões que fornecem as características de fratura do material. Estas tensões são:

Uma tensão, σ_{cl} , que produz uma fratura frágil, pela separação ao longo de um plano cristalográfico, pela perda de coesão entre os átomos. É a tensão em que ocorre a ruptura por clivagem.

Uma tensão, σ_{eq} responsável pelo início do escoamento, pelo movimento de discordâncas segundo um dos planos cristalográficos da estrutura do metal. Esta tensão provoca a falha por deformação plástica.

A tensão σ_{eq} pode ser encarada compo a tensão principal que corresponde ao início de escoamento do material, que é coincidente com σ_{F} no caso de um estado uniaxial de tensões.

A tensão de ruptura das ligações atômicas, σ_{cl} , não depende da temperatura, tendo um valor constante. Tal não ocorre com a outra tensão, σ_{eq} , que varia inversamente com a temperatura absoluta, pois o movimento de discordâncias é mais facil de ocorrer a altas temperaturas do que a baixas. Esta tensão é a tensão principal σ_1 na qual o escoamento tem início. A figura 3.21 mostra a variação destas tensões com a temperatura.

O ponto de intersecção das duas curvas determina a temperatura critíca, acima da qual a falha será por escoamento e portanto com apreciável deformação plástica. Se a temperatura for inferior a $T_{\rm cr}$, a ruptura ocorre porque a tensão aplicada ultrapassou $\sigma_{\rm cl}$, sendo então a falha uma fratura frágil. Na realidade a transição entre uma falha por fratura frágil e dútil não ocorre bruscamente, mas dentro de uma faixa de temperaturas, conforme visto na figura 3.18.



Figura 3.21 - Tensões características de falha.

EFEITO DA VELOCIDADE DE CARREGAMENTO

Com um carregamento que é aplicado mais rapidamente, a resistência ao escoamento do material aumenta, logo é esperado um aumento de σ_{eq} com o aumento da velocidade de carga. Assim a curva de σ_{eq} se move para a direita e, portanto, o ponto de intersecção com σ_{cl} se translada para maiores temperaturas. Deste modo um carregamento por impacto pode provocar uma ruptura frágil, em um

material que é dútil normalmente. É o que ocorre com o zinco, que pode ser fletido sob uma deformação lenta, embora com velocidade normal seja extremamente quebradiço.

EFEITO DO ESTADO DE TENSÕES

Num estado tridimensional de tensões, embora a tensão de cisalhamento necessária para o deslizamento dos planos atômicos não seja afetada, a tensão normal necessária para obtermos este será maior, desde que todas as tensões no ponto sejam de tração. Assim, os valores de σ_{eq} aumentam e a curva se move para a direita, aumentando a temperatura crítica. Quando as tensões no ponto são de compressão, e é aplicada uma tensão externa de tração, com pequenos valores desta tensão de tração já ocorrem valores da tensão tangencial que ultrapassam o valor crítico, escoando a peça; portanto a curva de σ_{eq} fica deslocada para a esquerda, diminuindo a temperatura crítica. Estados de tensão não uniaxiais são obtidos em reservatórios e corpos entalhados, em que a temperatura crítica é superior à de um corpo de prova liso.

EFEITO DO TAMANHO DE GRÃO

Com o aumento dos grãos, a resistência à clivagem do aço diminui. Em conseqüência, para os aços com granulação grossa a reta de σ_{cl} está mais abaixo, o que corresponde a uma maior temperatura crítica do que para os aços com granulação fina. Com granulação fina, tem-se uma rede de contornos de grão muito mais intensa do que com granulação grossa. Os contornos de grão funcionam como barreiras para o crescimento das trincas, dificultando a fratura, logo aumentando a resistência do material considerado.

EFEITO DO TAMANHO DO CORPO

Com o aumento das dimensões, pode-se esperar uma redução da resistência à clivagem σ_{cl} , ou seja, quanto à fratura frágil, pois a probabilidade de haver defeitos críticos aumenta com o volume. Por outro lado, um maior volume também reduz a tensão crítica de deslizamento, havendo assim efeitos contrários sobre a temperatura crítica. O resultado final depende da importância relativa deste dois fatores. As experiências com corpos cilíndricos lisos mostram que o efeito predominante é sobre a resistência coesiva, aumentando assim a temperatura crítica com um maior volume do corpo. Este fator deve ser considerado quando forem usados resultados de ensaios com corpos de prova pequenos em projetos com grandes dimensões.

EFEITO DO GRADIENTE DE TENSÕES

É fato sabido que na flexão o escoamento do material inicia com uma tensão sensivelmente superior à tensão de escoamento sob tração. Tal se explica porque na flexão a tensão de escoamento é atingida primeiro pelas fibras situadas mais distantes do eixo neutro, e a formação de planos de deslizamento nestas fibras é evitada em parte pela presença do material contíguo, sob tensões mais baixas. As fibras próximas ao eixo neutro podem suportar parte da carga das fibras mais afastadas, reduzindo a tensão real nas fibras externas. Este aumento de tensão de escoamento deve então ser considerado, ou seja, a curva de σ_{eq} é movida para cima, aumentando assim a temperatura crítica do material. Semelhante argumento pode ser aplicado nos casos de concentração de tensão produzidos por ranhuras ou concordâncias, sendo esperado um aumento da temperatura crítica para barras entalhadas. É importante a determinação correta de T_{cr}, a fim de se evitar situações perigosas, nas quais a temperatura crítica do material é a temperatura de serviço do equipamento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para se ter uma margem de segurança suficiente deve-se usar materiais com uma baixa temperatura crítica. Esta pode ser reduzida não apenas pela alteração da composição química como, também, através de um tratamento térmico que refine o grão. As tensões aumentam nas reentrâncias e nas soldas mal feitas, contribuindo para uma maior temperatura de transição. Um aumento do tamanho da estrutura tem o mesmo efeito.

PARTE 2

FALHA ESTÁTICA

Nesta parte 2 são discutidos os modos de falha que ocorrem sob solicitações estáticas, ou em eventuais picos de máximo, no caso de solicitações dinâmicas. No Capítulo 4 é discutido o efeito da concentração de tensão, que ocorre na totalidade de situações reais, e como que este efeito deve ser considerado. No Capítulo 5 temos a discussão sobre o comportamento elasto-plástico do material e como que tal comportamento afeta a distribuição de tensões e de deformações. Um ponto que também é detalhado no Capítulo 5 diz respeito ao desenvolvimento de tensões e de deformações residuais. Para o estudo de peças que apresentam defeitos no interior do material, o Capítulo 6 apresenta os conceitos básicos da Mecânica da Fratura Elástica Linear, sendo que no Capítulo 7 é desenvolvida a análise dos processos de fratura que ocorrem com deformações plásticas.

CAPÍTULO 4

CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

Podemos afirmar que para todo e qualquer processo de falha que um dado componente venha sofrer, o ponto de início da falha está localizado em um local onde o nível de solicitação ultrapassou o nível de resistência. Esta situação ocorre seja por uma baixa resistência localizada naquele ponto, seja por um aumento local na solicitação que atua no material, na forma de uma tensão ou uma deformação. É justamente esta última condição que procuramos atacar no presente Capítulo, ou seja, porque as tensões que atuam no material excedem em alguns pontos aqueles valores calculados pelo uso das expressões clássicas da Mecânica dos Sólidos. Estes pontos são portanto para onde a nossa atenção deve se dirigir, visto serem estes os prováveis pontos críticos, formando o que chamamos de pontos de concentração de tensão, onde a máxima tensão que atua no material pode ser várias vezes superior à tensão nominal calculada naquela seção da peça.

4.1. INTRODUÇÃO

As tensões calculadas nos diversos componentes e peças estruturais, pelo uso das expressões da Mecânica dos Sólidos, são valores nominais, ou seja, são válidos apenas se fôr satisfeita uma série de condições, [97], que na grande maioria dos casos reais não ocorre, pois as regiões mais prováveis de falha são as que contém seções com alterações da geometria, o que faz com que a distribuição de tensões fique perturbada, ocorrendo pontos onde temos um

aumento localizado de tensões, os pontos de concentração de tensão. Nestes pontos as tensões que atuam podem ser muito maiores que as tensões nominais, calculadas usando as expressões habituais, tipo força sobre área ou momento fletor sobre módulo de rigidez. Este efeito de um aumento localizado de tensões é fundamental na análise dos modos de falha onde as características locais de resistência do material são importantes, como no caso da fadiga, de uma ruptura frágil, de corrosão sob tensão, de início de escoamento, entre outros mais. Assim, devemos ter condições de avaliar o estado de tensões nestes pontos, e de usar corretamente esta informação, visto que praticamente em toda e qualquer peça ocorre o efeito de concentração de tensão, pela necessidade de introduzirmos detalhes na geometria da peça. Estes detalhes estão associados com a funcionalidade da peça, na forma de um furo, um rebaixo, um rasgo de chaveta, uma rosca, etc., como os vários exemplos que a figura 4.1 mostra.



Figura 4.1 - Exemplos de regiões com concentração de tensão provocada pela geometria da peça, com indicação dos pontos críticos.

De um modo geral o efeito de concentração de tensão leva a perturbações localizadas na distribuição de tensões, que ocorrem em toda e qualquer situação onde existem descontinuidades, tais como:

- Alteração da geometria;
- Alteração de propriedades elásticas;
- Cargas concentradas.

O primeiro tipo de descontinuidade é o mais comum em peças e componentes mecânicos, em função da necessidade de introduzirmos

detalhes construtivos que são definidos pelas características funcionais do produto. Alguns exemplos são ilustrados na figura 4.1. Os pontos assinalados como críticos são os pontos onde a tensão que solicita o material atinge um máximo, ou seja, é o ponto onde ocorre de forma mais acentuada o efeito de concentração de tensão. A figura 4.2 ilustra a distribuição de tensões em uma barra submetida à flexão, tanto na região onde a variação de seção não influencia a distribuição de tensões como na seção da transição, onde fica evidente a perturbação provocada pela descontinuidade.

Normalmente o estado de tensão na peça ou componente estrutural tem a sua magnitude caracterizada pelo valor da tensão nominal que atua na seção sob análise. Esta tensão é calculada com o formulário tradicional da Mecânica dos Sólidos, considerando como seção resistente a seção mínima, ou seja, descontando a área devida à presença de furos, rebaixos, etc, que é referida como seção ou área líquida. No caso ilustrado na figura 4.2, a tensão nominal será

$$\sigma_0 = M / W_f \tag{4.1}$$

sendo, para uma seção retangular de altura h e largura b,

 $W_{f} = b h^{2} / 6$ (4.2)



Figura 4.2 - Distribuição de tensões em uma barra escalonada submetida à flexão. Resultados obtidos por uma análise numérica.

Quanto à tensão que ocorre na seção crítica, esta atinge um valor máximo que é significativamente superior a σ_0 , porém é necessário recorrer a métodos de análise de tensões mais sofisticados para poder determinar a tensão de pico, $\sigma_{máx}$, pois com o tratamento convencional da Mecânica dos Sólidos não é possível determinar a concentração de tensão causada pela descontinuidade. Estas perturbações no campo de tensões podem ser previstas e calculadas com o uso de métodos de análise de tensões mais exatos, que possibilitem a determinação do campo de tensões, ou ao menos da tensão ou deformação no ponto mais solicitado do material. Estes métodos podem ser tanto analíticos, como numéricos, ou experimentais, conforme comentado no Capítulo 1. Para geometrias e carregamento mais comuns a bibliografia possui soluções já obtidas, na forma de gráficos ou equações, [75].

4.2 - DEFINIÇÃO DO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

A tensão máxima, $\sigma_{máx}$, que ocorre na região próxima de uma descontinuidade de um elemento estrutural é proporcional à tensão nominal atuante, enquanto o material estiver dentro do regime elástico. O fator de proporcionalidade entre a tensão máxima no local perto da descontinuidade e a tensão nominal é denominado de fator de concentração de tensão, K_t. O fator de concentração de tensão, K_t, depende da geometria do componente e do modo de carregamento, e independe da intensidade deste último, já que se considera como hipótese básica, na definição deste fator, que o material tenha um comportamento elástico linear. A definição é dada por:

$$K_{t} = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_{0}}$$
(4.3)

EXEMPLO 4.1

Vamos considerar a distribuição de tensões em uma placa, submetida a uma solicitação de tração, contendo um orifício circular de raio a, como mostra a figura 4.3. A solução deste problema, pela Teoria da Elasticidade, leva às expressões abaixo para o estado de tensões em um ponto de coordenadas (r, θ), sendo $\alpha = a / r$, [107]. É importante observar que nos pontos com $\theta = 0 e \theta = \pi$ a tensão tangencial atinge o valor de - σ_0 , ou seja, é compressiva.

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 [(1 - \alpha^2) + (1 - \alpha^2) (1 - 3\alpha^2) \cos(2\theta)]/2$$
(4.4)

$$\sigma_{\theta \theta} = \sigma_0 \left[\left(1 + \alpha^2 \right) - \left(1 + 3 \alpha^4 \right) \cos \left(2 \theta \right) \right] / 2$$
(4.5)

$$\tau_{r\theta} = -\sigma_0 [(1 - \alpha^2)(1 + 3\alpha^2)\cos(2\theta)]/2$$
(4.6)
Concentração de Tensão

Os pontos mais solicitados, que são os prováveis pontos críticos, estão em $\theta = \pi / 2$ e em $\theta = 3 \pi / 2$. Nestes pontos temos a distribuição de tensões esquematizada na figura 4.4. Pela análise da distribuição de tensões esquematizada concluimos que os pontos críticos estão localizados sobre o perímetro do orifício, com os valores das tensões, nos pontos indicados, mostrados na figura 4.3 e 4.4. Concluimos assim que K_t = 3, para o ponto mais solicitado.



Figura 4.3 - Placa infinita com orifício circular sob tração.



Figura 4.4 - Distribuição das tensões radial e tangencial, em $\theta = \pi / 2$.

Uma análise similar, realizada também pela Teoria da Elasticidade, para a geometria de um orifício elíptico em uma placa infinita sob tração, leva à expressão (4.7), onde a é o semieixo da elípse, perpendicular à direção de atuação do carregamento e b é o semi-eixo paralelo à direção do carregamento. Desta expressão vemos que para orifícios elípticos, alongados, é fácil obtermos valores de K t da ordem de 5 ou mais, o que é preocupante em termos de segurança. Para o caso onde a = b a elipse passa a ser uma circunferência e portanto resulta K t = 3, como é de se esperar, considerando o resultado anterior. O valor de K t algumas vezes é referido como K te, para referir ao caso do furo elíptico.

$$K_t = 1 + 2 (a/b)$$
 (4.7)



Figura 4.5 - Concentração de tensão em placa com furo elíptico.

EXEMPLO 4.2

Neste exemplo vamos considerar uma placa com orifício circular submetida a um estado biaxial de tensões, com igual intensidade nas duas direções. O carregamento aplicado sobre a placa está esquematizado na figura 4.6. Podemos determinar as tensões nos pontos críticos pelo uso do princípio da superposição, pois o comportamento elástico é uma hipótese para a definição de K_t.

A tensão nominal na direção y induz uma tensão de tração igual a 3 σ_0 nos pontos A, e uma tensão compressiva, igual a - σ_0 , nos pontos B. Para a tensão nominal horizontal, nos pontos A temos uma tensão compressiva de - σ_0 e nos pontos B desenvolve-se uma tensão de tração de 3 σ_0 . Sobrepondo os dois carregamentos, resulta que os pontos A e B terão uma tensão máxima dada por

 $\sigma_{max} = 3 \sigma_0 - \sigma_0 = 2 \sigma_0$

(4.8)

resultando assim em um fator de concentração de tensão efetivo K t= 2.



Figura 4.6 - Tensões nos pontos críticos do exemplo 4.2.

EXEMPLO 4.3

Vamos tratar agora o problema de uma placa plana com orifício circular, submetida a tensões de intensidade diferentes nas bordas (σ_X ; σ_Y). A geometria e o carregamento do problema estão indicada na figura 4.7.



Figura 4.7 - Placa com furo sob a ação de cargas em direções ortogonais.

As tensões $\sigma_X e \sigma_Y$ podem ser interpretadas como as tensões principais que ocorrem na região do orifício, função do carregamento externo. Aplicando novamente o princípio da superposição, este fornece para o ponto A e para o ponto B, respectivamente:

$$\sigma_{A} = 3 \sigma_{Y} - \sigma_{X} \tag{4.9}$$

$$\sigma_{\rm B} = 3 \,\sigma_{\rm X} - \sigma_{\rm Y} \tag{4.10}$$

Vemos assim que o efeito de concentração de tensão depende dos valores particulares das tensões que atuam no local considerado, bem como do tipo de solicitação imposta. Estas expressões podem ser particularizadas para outros casos de carregamento, que levam a tensões principais de diferentes magnitudes. No primeiro caso é considerado um reservatório cilíndrico de parede fina, sob pressão interna. O outro caso é de um tubo cilíndrico de parede fina, sob torção. A seguir são destacados estes casos particulares, onde é aplicado o princípio de superposição sobre o campo de tensões provocado por uma e por outra tensão principal.

- Reservatório cilíndrico.

Para reservatórios cilíndricos longos, de parede fina, podemos dizer que a tensão longitudinal $\sigma_{\rm Y}$ é a metade da tensão circunferencial $\sigma_{\rm 0}$, a tensão nominal do reservatório. De acordo com as equações anteriores, que fornecem as tensões nos pontos A e B, obtemos que o fator de concentração de tensão no ponto crítico é de 2,5, pois pode-se escrever, neste caso:

$$\sigma_{A} = 3 \sigma_{0} / 2 - \sigma_{0} = 0.5 \sigma_{0}$$
(4.11)

$$\sigma_{\rm B} = 3 \,\sigma_0 - \sigma_0 / 2 = 2.5 \,\sigma_0 \tag{4.12}$$

- Tubo circular sob torção.

Para um tubo de seção circular, de parede fina, o estado de tensões fica definido pelas tensões principais $\sigma_1 e \sigma_3$, onde $\sigma_1 = \tau e \sigma_3 = -\tau$. Como são iguais em módulo, serão denominadas de σ_0 . A tensão cisalhante no tubo pode ser calculada como:

 $\tau = M / (2 A t)$ (4.13)

sendo M o momento torsor, A a área média da seção e t a espessura da parede. Aplicando este estado de tensões na região do orifício, com o uso do princípio da superposição resulta

$$\sigma_{\rm B} = 3 (-\sigma_0) - \sigma_0 = -4 \sigma_0 \tag{4.14}$$

$$\sigma_{A} = 3 \sigma_{0} - (-\sigma_{0}) = 4 \sigma_{0} \tag{4.15}$$

Para esta situação o fator de concentração de tensão tem um valor 4, significativamente maior do que nos outros casos estudados. A tensão nominal é igual à tensão cisalhante.



Figura 4.8 - Reservatório sob pressão interna, com orifício.



Figura 4.9 - Tubo cilíndrico submetido à torção.

Com os exemplos vistos fica claro que o efeito de concentração de tensão não é função apenas da geometria, mas também depende do modo de carregamento. A Tabela 4.1 resume os resultados das várias situações discutidas nos exemplos acima. Uma coletânea de dados de concentração de tensão para diversas geometrias mais usuais está colocada no Apêndice 3, ao final do texto. Maiores informações podem

ser encontradas na bibliografia especializada, principalmente nas referências [75] e [79].

TABELA 4.1

Fator de concentração de tensão para os casos de carregamento estudados.

Tração uniaxial	$K_{t} = 3,0$
Tração equibiaxial	$K_{t} = 2,0$
Reservatório cilíndrico	$K_{t} = 2.5$
Torção pura	K _t = 4,0

EXEMPLO 4.4

Neste exemplo vamos considerar uma placa com orifício circular, mas agora com largura finita, submetida a um estado uniaxial de tensões de tração. A figura 2.1 do Apêndice 3 fornece os correspondentes valores. No caso deste gráfico deve ser observado que as curvas foram obtidas usando a área plena da placa para definir a tensão nominal, o que não é usual no caso de concentração de tensão. Assim, vamos determinar os valores do fator de concentração de tensão com base na área líquida. A tabela na figura abaixo fornece os valores de K_t a partir das curvas da figura 2.1.



Figura 4.10 - Concentração de tensão em placa de largura finita, calculado com base na área plena.

Para obter o valor de K_t baseado na tensão nominal calculada na área líquida devemos inicialmente reconhecer que a tensão máxima que atua no material, para uma dada carga, independe da definição de K_t, logo, sendo K_{t1} o fator de concentração de tensão baseado na área plena e K_{t2} o correspondente fator baseado na área líquida,

 $\sigma_{max} = K_{t1} \sigma_{01} e$, logicamente, $\sigma_{max} = K_{t2} \sigma_{02}$.

As tensões nominais são σ_{01} = F / A₁ e σ_{02} = F / A₂. Igualando as tensões máximas,

 $K_{t1} F / A_1 = K_{t2} F / A_2$

ou o que é equivalente, K $_{t1}$ / A $_1$ = K $_{t2}$ / A $_2$, resultando logicamente, K $_{t2}$ = K $_{t1}$ A $_2$ / A $_1$.

As áreas A $_1$ e A $_2$ são calculadas como A $_1$ = b h e A $_2$ = b (h - 2r). Substituindo,

 K_{t2} = K_{t1} (h - 2r) / h , ou, K_{t2} = K_{t1} (1 - 2r / h) e finalmente,

 $K_{t2} = K_{t1} (1 - r / c)$

A tabela abaixo fornece os valores do fator de concentração de tensão conforme a equação acima deduzida.

r/c	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
K _{t1}	3,00	3.04	3,15	3,38	3,75	4.31
K _{t2}	3,00	2.74	2,52	2,37	2,25	2.15

A solução de placa infinita corresponde à relação r / c = 0. Para esta relação temos, logicamente, K $_t$ = 3,0, qualquer que seja a definição da tensão nominal.



Figura 4.11 - Fator de concentração de tensão para uma placa de largura finita sob tração, baseado na tensão nominal da área líquida.

4.3 - FORMAS DE REDUZIR A CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

Em muitas situações devemos procurar maneiras alternativas de configuração para a geometria do componente sob estudo, procurando melhorar, ou até otimizar, a sua resistência mecânica. Em muitas peças a resistência mecânica fica comprometida pela existência de pontos de concentração de tensão, e assim é interessante suavizar o seu efeito, através de medidas que diminuam o valor do fator de concentração de tensão. Existem duas maneiras fundamentais de reduzir o fator de concentração de tensão, uma possibilidade que podemos visualizar é aumentar o raio de concordância no ponto crítico e outra é desviar o fluxo de tensões do ponto crítico, fazendo com que a soliciação nominal neste ponto seja muito baixa, levando assim a uma tensão máxima também menor. Os esquemas da figura 4.12 ilustram estas maneiras de reduzir o fator de concentração de tensão.



Figura 4.12 - Formas de alterar a concentração de tensão em entalhes.

A primeira opção de reduzir K _t, na figura 4.12 a, é no sentido de aumentar o raio de curvatura na concordância na seção crítica. Em muitos casos isto não pode ser feito como desejado, pela necessidade de apoio a uma outra peça que vai montada, por exemplo. Nestes casos uma possibilidade é embutir o raio de concordância, como mostra o esquema b. Outra opção é desviar o fluxo de tensões do ponto crítico, através de rebaixos, esquemas c e d, ou de um orifício, de forma similar ao esquema c. Esta última solução só vale para peças planas, enquanto que as outras podem ser aplicadas também para

peças com simetria de revolução, como eixos, pinos e parafusos. No caso da concentração de tensão ser provocada pelo contato entre duas peças, uma de comprimento menor em relação à outra, podemos reduzir o efeito de concentração diminuindo a rigidez das peças na região de fim de contato, ou suavizando a transição de forma do conjunto, pelo uso de contornos curvos, como é o caso de rolamentos de rolos cilíndricos, como mostra a figura 4.13.



Figura 4.13 - Diferentes formas de reduzir o efeito de concentração de tensão para condições de contato entre dois corpos.

4.4 - EFEITOS NA RESISTÊNCIA ESTÁTICA

O efeito que a concentração de tensão tem sobre a resistência que uma dada peça apresenta tem pesos diferentes, dependendo do modo de falha considerado, ou seja, pode ser extremamente prejudicial, para uma falha por fadiga ou por fratura frágil, mas de pouco efeito para uma fratura dútil. Assim, para considerar a concentração de tensão, é necessário definirmos inicialmente qual o modo de falha em estudo.

FALHA POR INÍCIO DE ESCOAMENTO

Uma falha por início de escoamento é definida quando a tensão máxima que atua no material atinge pela primeira vez a tensão limite de escoamento. Assim, a carga de início de escoamento é a carga que, atuando na peça, estabelece o fim do comportamento elástico desta peça. A carga de início de escoamento é denotada F_E, M_E, ou de um modo geral, para uma carga generalizada, Q_E. Como critério de falha temos portanto,

$$\sigma_{\rm eq \ máx} = \sigma_{\rm E} \tag{4.16}$$

e como o material está necessariamente respondendo dentro do regime elástico, a tensão máxima pode ser calculada pelo uso do fator de concentração de tensão,

 $\sigma_{eq máx} = \sigma_0 K_t e também \sigma_1 = \sigma_{máx}; \sigma_2 > 0 e \sigma_3 = 0.$

Com o conhecimento de qual a tensão nominal que satisfaz o critério de falha, a correspondente carga pode ser obtida, que é, portanto, a carga de início de escoamento.

FALHA POR RUPTURA

RUPTURA FRÁGIL:

Uma primeira aproximação sobre o efeito da concentração de tensão na resistência estática, quanto à ruptura, é considerar que a ruptura do material inicie no ponto mais solicitado da seção, e que neste ponto a solicitação seja definida pela tensão $\sigma_{1máx}$. Este critério é equivalente a considerar que $\sigma_R = \sigma_{cl}$. O critério de ruptura é então:

$$\sigma_{1\text{máx}} = \sigma_{R} \tag{4.17}$$

onde σ_R é a tensão limite de resistência do material. Se o material for perfeitamente frágil, ou seja, elástico até a ruptura, é correto escrever

$$\sigma_{1\text{máx}} = \sigma_0 K_t \tag{4.18}$$

e na condição de ruptura, usando o critério acima, após igualar (4.17) a (4.18), temos:

 $\sigma_{R} = \sigma_{0R} K_{t}$

onde σ_{OR} é a tensão nominal que leva à ruptura e logo,

$$\sigma_{0R} = \sigma_R / K_t \tag{4.19}$$

RUPTURA DÚTIL:

Se agora o material apresentar alguma deformação plástica no ponto crítico, o cálculo como feito acima apresentará erros grosseiros, pela redistribuição de tensões na seção. Assim, o critério de ruptura a ser usado é diferente do de ruptura frágil. O critério de ruptura dútil pode ser considerado baseado em deformações, que é o mais correto, ou então baseado em tensões, que não é tão preciso. No caso do critério baseado em deformação, o limite desta para o início do coalescimento dos vazios depende da triaxilidade do estado de tensões no ponto, sendo designado por $\epsilon_{\rm f}^*$, capítulo 2.

Uma forma mais simples é considerar a fratura ocorrendo quando a deformação atingir $\epsilon_{\rm f}$, da curva tensão-deformação real. Os critérios baseados em tensão são mais simples de aplicar, porém tem uma menor precisão do que os critérios baseados em deformação. Neste caso o limite é a tensão real de fratura, $\sigma_{\rm f}$. Uma maneira mais conservativa é adotar diretamente $\sigma_{\rm R}$ como o valor limite da tensão máxima atuante no material.

Resumidamente temos então quatro critérios para avaliar a ruptura dútil, dois baseados em deformação e dois baseados em tensão.

Limite na deformação:

 $\begin{array}{ll} \epsilon_{\rm eq\ máx} = \epsilon_{\rm f}^{*} & (\text{depende da\ relação}\ \sigma_{\rm m}.\ /\ \sigma_{\rm eq}.) \\ \epsilon_{\rm eq\ máx} = \epsilon_{\rm f} & (\text{depende apenas do\ material}) \end{array}$

Limite na tensão:

$\sigma_{máx} = \sigma_{f}$	(depende apenas do material)
$\sigma_{máx}$.= σ_{R}	(depende apenas do material)

No caso de uma ruptura com deformações plásticas o critério mais correto é o da deformação plástica crítica, $\epsilon_{\rm f}^*$, porém é de dificil aplicação prática. Assim, será considerando o critério baseado em tensão, mas como o material escoa,

$\sigma_{max} < \sigma_0 K_t$	(4.20)
-------------------------------	--------

e adotando como critério de ruptura,

 $\sigma_{max} = \sigma_R \tag{4.21}$

temos, portanto

 $\sigma_{0R} \ge \sigma_R / K_t \tag{4.22}$

Para quantificar a tensão nominal, na ruptura com plastificação, é definido o fator de ruptura K $_{\rm R}$, como sendo.

$$K_{R} = \sigma_{R} / \sigma_{0R}$$
(4.23)

$$K_{R} \leq K_{t} \tag{4.24}$$

onde a igualdade vale para o caso de um material elástico, ou seja, um material perfeitamente frágil.



Figura 4.14 - Redistribuição de tensões devida ao escoamento do material.

O fator de ruptura é função tanto da geometria como do material, o que leva a uma necessidade da determinação de um grande número de resultados experimentais, para várias geometrias de peças, em um mesmo material. Isto pode ser contornado pelo uso da relação entre os acréscimos de tensão no ponto crítico em relação a σ_0 , ou seja, entre o aumento de tensões verificado na realidade sobre o ponto crítico e o previsto para o material elástico, considerando o instante da ruptura. Os acréscimos assim definidos serão:

Material Real

 $\Delta \sigma_1 = K_R \sigma_0 - \sigma_0$

Material Elástico

 $\Delta \sigma_2 = K_t \sigma_0 - \sigma_0$

e logo a relação é

 $q_R = \Delta \sigma_1 / \Delta \sigma_2 = (K_R \sigma_0 - \sigma_0) / (K_t \sigma_0 - \sigma_0)$

$$q_{R} = (K_{R} - 1) / (K_{t} - 1)$$
 (4.25)

sendo q_R denominado de fator estático de sensibilidade ao entalhe. Podemos considerar o valor de q_R aproximadamente constante para um dado tipo de materiai, podendo-se adotar, como uma primeira aproximação, os valores da Tabela 4.2, [91].

TABELA 4.2

Valores do fator estático de sensibilidade ao entalhe [91].

Carregamento lento	q _R
Aço temperado e revenido	0,15
Aço só temperado	0,25
Ferro fundido	0,00
Carregamento de impacto	q _R
Materiais dúteis	0,4 a 0,6
Materiais duros e frágeis	1.0
Ferro fundido	0,5

O fator de sensibilidade ao entalhe depende da diferença existente entre o diagrama tensão-deformação do material e o diagrama de um material elástico, considerados no ponto correspondente à falha. Como critério de falha podemos adotar que a tensão no ponto crítico seja igual à tensão limite de resistência, válida para materiais frágeis. No caso dos materiais dúteis o critério de falha mais indicado é o da deformação plástica crítica, que fornece o ponto a partir do qual inicia o processo de ruptura por crescimento e coalescimento de vazios, como discutido no Capítulo 2. Deste modo, o valor de q_R depende da forma da curva tensão-deformação do material considerado.

Assim, dependendo da deformação onde ocorre a ruptura, teremos diferentes valores de q_R, ou seja, se o material for frágil, a ruptura ocorre no ponto de máxima carga, e corresponde à tensão σ_R e não existe grande diferença entre $\sigma_{máx} e \sigma_R$ quando da ruptura. No caso de um material dútil, o ponto de ruptura ocorre com deformações significativamente maiores do que a correspondente ao máximo de carga no ensaio de tração. Assim a tensão máxima, elasticamente calculada, é muito maior que σ_R , fazendo com que q_R seja próximo de zero. Nas duas situações limites de comportamento do material temos:

Material	perfeitamente	frágil	$q_R = 1$
Material	perfeitamente	dútil	$q_R = 0$

Os materiais reais normalmente possuem q_R situado entre os dois extremos, evidenciando um comportamento intermediário entre um material perfeitamente dútil e um frágil, como mostra a Tabela 4.2.



Figura 4.15 - Curvas tensão-deformação para materiais frágeis e dúteis.

EXEMPLO 4.5

A peça esquematizada na figura 4.16 é contruida com um aço SAE-ABNT 4340, laminado a quente, com as seguintes propriedades:

$\sigma_{\rm F}$ = 635 MPa

 σ_R = 825 MPa

$$\epsilon_{f} = 0.57$$

Determinar:

- a) A tensão máxima para uma carga de tração de 100 kN.
- b) Idem, porém para uma carga de flexão de 1,5 kNm.
- c) As cargas de início de escoamento para tração e flexão.
- d) A carga de ruptura, por impacto, sob tração.

SOLUÇÃO:

a) A barra com uma carga de tração de 100 kN está esquematizada na figura 4.16. A tensão máxima é dada por

 $\sigma_{max} = \sigma_0 \cdot K_t$

onde o fator K_t é obtido em função do tipo do carregamento e da geometria da peça, nos gráficos de anexos, no Apêndice 3. Quanto à σ_0 , é a tensão nominal determinada de acordo com a especificação do gráfico de K_t. O gráfico 1.1 do Apêndice 3 se adapta perfeitamente para este caso. As grandezas necessárias para o uso deste são:

r / d = 0,05

D / d = 1,5



Figura 4.16 - Barra sob tração para o exemplo 4.4.

A tensão nominal na seção líquida, de dimensões 100 x 20, será dada por:

 $\sigma_0 = F / 2000$

 σ_0 = 50 MPa

Com as duas relações geométricas podemos obter do gráfico

$$K_{t} = 2,7$$

Com o valor de σ_{0} e o fator K $_{t}$, temos o valor da tensão máxima como

σ_{máx} = 2,7**·**50 = 135 MPa

Como o valor da tensão máxima é bem menor que $\sigma_{\rm E}$, significa dizer que o material está trabalhando dentro da faixa elástica, logo o uso de K_t é válido.

b) O modelo, com carga de flexão de 1,5 kNm, está esquematizado na figura 4.17.

A tensão máxima é dada novamente por:

 $\sigma_{max} = \sigma_0 \cdot K_t$

Usando as relações anteriores, e através do gráfico 1.2, obtemos o valor K $_{\rm t}$ = 2,2. A tensão nominal, segundo o gráfico, é calculada por:

$$\sigma_0 = 6 \cdot M / b \cdot d^2$$

logo

 $\sigma_0 = 45 \text{ MPa}$

σ_{máx} = 2,2**·**45 = 99 MPa

A tensão $\sigma_{\text{máx}}$ é menor do que a de escoamento, logo, K $_{t}$ pode ser aplicado no cálculo, sem problemas.



Figura 4.17 - Tensões na barra do exemplo 4.4.

c) Carga de início de escoamento para tração e flexão.

i - Tração: Para o início de escoamento temos que a tensão máxima que pode ocorrer é igual à tensão de escoamento, ou seja:

$$\sigma_{\rm E} = \sigma_{\rm máx} = K_{\rm t} \sigma_0$$
 e
 $\sigma_0 = \sigma_{\rm E} / K_{\rm t}$



Figura 4.18 - Distribuição de tensões na flexão.

O fator de concentração de tensões K $_{\rm t}$, não muda com a intensidade da carga, logo é igual ao levantado no ítem a. Assim:

 σ_0 = 635 / 2,7 = 235,19 MPa

Como F = σ_0 b d , logo F _E= 235,19-20-100

F _E = 470 370 N

 $F_{F} = 470,4 \text{ kN}$

A força acima é a necessária para o início de escoamento, chamada assim de F_E.

ii - Flexão: Para o início de escoamento a tensão máxima é igual a de escoamento, logo:

$$\sigma_{\rm E} = \sigma_{\rm máx} = K_{\rm t} \cdot \sigma_0$$

onde K t é agora o fator de concentração de tensão para flexão. Sendo a tensão nominal

$$\sigma_0 = 6 \cdot M / b \cdot d^2$$
, logo: M _E = $\sigma_E \cdot b \cdot d^2 / 6 \cdot K_t$, ou

M _E = 9 621 212 N mm

 $M_{F} = 9,62 \text{ kN m}$

Este momento é o necessário para início de escoamento.

d) A carga de ruptura, por impacto, implica que as tensões máximas serão maiores do que a de escoamento e ocorrerá plastificação. Assim, a definição de K_t para o regime elástico não se aplica, sendo necessário, então, aplicar a definição de q_s para o cálculo de K_R.

$$q_{R} = (K_{R} - 1) / (K_{t} - 1)$$

 $K_{R} = 1 + q_{R} \cdot (K_{t} - 1)$

Da Tabela 4.2, temos para carregamentos de impacto e materiais dúteis, 0,4 < q $_{\rm R}$ < 0,6. Adotando q $_{\rm R}$ = 0,5, resulta:

 $K_{R} = 1 + 0.5 \cdot (2.7 - 1) e \text{ portanto},$ $K_{R} = 1.85$

A tensão nominal de ruptura da peça é dada por:

 $\sigma_{0R} = \sigma_R / K_R$ $\sigma_{0R} = 445,95 \text{ MPa}$

A força de ruptura é assim

 $F_{R} = \sigma_{0R}$ -b-d $F_{R} = 891\ 900\ N$ $F_{R} = 892\ kN$

Esta força é que causa a ruptura da peça por uma solicitação de impacto, de acordo com o calculado.

EXEMPLO 4.6

A peça ilustrada na figura 4.19 é solicitada por uma carga de impacto, conforme mostrado. Para determinar a sensibilidade estática do material, sob o efeito de concentração de tensão, foi ensaiado um corpo de prova sob tração, figura 4.20, com carga de impacto. A carga de ruptura do corpo de prova foi de 13,2 kN. Determinar a carga de ruptura para a peça.

Material: Aço SAE-ABNT 4130 com dureza 365 HBN.

 σ_{R} = 1427 MPa

 $\sigma_{\rm E}$ = 1358 MPa

SOLUÇÃO:

a) Determinação de q_s pela análise do ensaio com o corpo de prova, figura 4.20.

 σ_{0R} = F / A

 $\sigma_{
m OR}$ = 672 MPa



Figura 4.19 - Geometria da peça do exemplo 4.5.

 $K_{R} = \sigma_{R} / \sigma_{0R},$ $K_{R} = 2,12$ $K_{t} = f(D/d ; r/d);$ $K_{t} = 2,64$ $q_{R} = (K_{R} - 1) / (K_{t} - 1)$ $q_{R} = 0,68$



Figura 4.20 - Corpo de prova do exemplo 4.5.

b) Discussão da seção crítica.

Temos as seções 1 e 2 da figura 4.19 como candidatas à seção crítica, pela existência de pontos com concentração de tensão. A seção 2 não será a crítica, pois o ponto com concentração está sob a ação de tensões compressivas, logo não comprometendo a resistência estática da peça, isto porque o material, sendo dútil, sob compressão vai escoar, mas não romper. Se o modo de falha for de início de escoamento, esta seção 2 passa a ser a crítica, pois será a primeira a escoar, mesmo sob compressão. Assim, na seção 1, na posição x = 80 mm, temos que

M = F 80 / 2 = F.40 N mm



Figura 4.21 - Idealização da peça do exemplo 4.5.

c) Carga de ruptura

Como foi comentado anteriormente, a seção crítica está localizada em x = 80 mm, e o entalhe que existe neste local é um orifício, como detalhado na figura 4.22. O fator de concentração de tensão, para esta geometria e carregamento, é fornecido pelo gráfico 2.2 do Apêndice 3, onde, para obtermos os valores do fator de concentração de tensão são necessárias as seguintes relações:

r / c = 0,4

 $K_{t} = 1,05$

Como a carga é de impacto e existe plastificação, devemos determinar o fator de ruptura usando o fator estático de sensibilidade ao entalhe.

 $K_{R} = 1 + q_{R} (K_{t} - 1)$

onde q $_{R}$ é o fator de sensibilidade ao entalhe determinado pelo ensaio com o corpo de prova, ou seja, q $_{R}$ = 0,68.

 $K_R = 1 + 0,68 (1,05 - 1)$

 $K_{R} = 1,03$





Com isto a tensão nominal de ruptura será dada por:

 $\sigma_{0R} = \sigma_R / K_t$

 $\sigma_{0R} = 1427 / 1,034$

 σ_{0R} = 1380 MPa

O momento que causa a ruptura da peça é obtido a partir da fórmula da flexão

 $M_R = \sigma_{0R} W_f$

M = 368 000 Nmm

A partir da equação do momento fletor, em função da força F, conseguimos determinar o seu valor para a ruptura da peça.

 $F_{R} = M_{R} / 40 = 368 \ 000 / 40$

F _R = 9200 N

A análise completa desta peça deverá ainda incluir os outros modos de falha prováveis de ocorrer, tais como:

- Escoamento por contato no orifício de aplicação de carga;
- Escoamento generalizado na área líquida da seção 1;
- Escoamento generalizado na seção 2.

Resumindo, neste Capítulo vimos o conceito e o uso do fator de concentração de tensão, ressaltando que este uso fica restrito ao campo elástico do material, ou seja, desde que a tensão $\sigma_{máx}$ calculada seja menor do que a tensão limite de escoamento. Outro conceito importante é o de carga de início de escoamento, Q_E, F_E, M_E, definida como a carga onde pela primeira vez é atingida a tensão limite de escoamento do material, fazendo com que $\sigma_{máx} = \sigma_E$.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE PLÁSTICA

Quando uma dada peça ou um componente estrutural vem a falhar, por algum modo de falha que dependa da resistência e não da estabilidade, podemos dizer que o início da falha vai ocorrer nos pontos mais solicitados do material e nestes pontos a solicitação atuante muito provavelmente ultrapassa o limite elástico do material. Assim sendo, para que possamos analisar em maiores detalhes o comportamento de uma dada peça quando nas suas condições críticas, na eminência de falha, torna-se necessário o estudo do que ocorre com o material quando este penetra dentro da região elasto-plástica. Este Capítulo preocupa-se em detalhar alguns aspectos relacionados com a análise do comportamento de uma peça ou componente estrutural, quando solicitado acima da tensão limite de escoamento, guanto à sua resistência mecânica, ou quanto à formação de tensões e deformações residuais no material, de importância fundamental para o estudo da fadiga, ou da ruptura frágil. Conforme discutido no Capítulo três, o comportamento elástico do material fica limitado pela tensão limite de elasticidade, porém, pela dificuldade de sua obtenção, na prática usamos a tensão limite de escoamento. Agindo desta forma o material já tem alguma deformação plástica quando o critério de início de escoamento é satisfeito. Para aplicações práticas de um modo geral este fato não chega a apresentar problemas ou dificuldades, mas é necessário que o tenhamos sempre em mente, de modo a interpretar adequadamente os resultados obtidos, quanto à capacidade de carga da peça, por exemplo.

5.1 - TEORIAS DE FALHA

Dentre os mais variados modos de falha que podem ocorrer em componentes estruturais de um produto, ou equipamento, um dos que primeiro despertou interesse, e que foi exaustivamente estudado, é o de início de escoamento. Uma falha por escoamento é provocada por mecanismos de deformação plástica, como o movimento de discordâncias ao longo de um plano atômico. Em um enfoque macroscópico, o início do escoamento deve ser caracterizado pelo nível de esforço que atua sobre o material, que habitualmente é dado pelo estado de tensões e de deformações que existe no ponto crítico, ou seja, o ponto mais solicitado. Assim, para o estudo de uma falha por início de escoamento, é necessário conhecermos o estado de tensões no ponto de interesse.

Devido aos carregamentos impostos, qualquer peça mecânica, ou elemento estrutural, está sujeita a um complexo estado de tensões. A partir deste estado de tensões podemos determinar, por exemplo, as tensões principais e a máxima tensão cisalhante. As equações de transformação de tensões estão colocadas a seguir, para o caso em que o ponto do material sob análise se encontre em um estado plano de tensões, que é uma situação bastante comum. A tensão σ_i é uma das tensões principais e $\tau_{máx}$ é a tensão cisalhante máxima no plano. Devemos lembrar a convenção a respeito das tensões principais, de que sempre $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$. As variáveis envolvidas nas equações de transformação de tensões estão indicadas, com a correspondente convenção positiva, na figura 5.1.



Figura 5.1 - Estado plano de tensões considerado no plano xy.

$$\sigma_{i} = 0.5 (\sigma_{x} + \sigma_{y}) \pm [(\sigma_{x} - \sigma_{y})/2)^{2} + \tau_{xy}^{2}]^{0.5}$$
(5.1)

$$\tau_{max} = [(\sigma_x - \sigma_y) / 2)^2 + \tau_{xy}^2]^{0.5}$$
(5.2)

A energia de distorção, para o estado de tensões indicado na figura 5.1 é calculada a partir das tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . A equação que fornece a densidade de energia de distorção para um estado triaxial de tensões, em função das tensões principais, é:

$$U_{d} = ((\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2}) / 12 G$$
 (5.3)

Todos os critérios de falha, desenvolvidos para prever o início de escoamento, tomam como referência os resultados obtidos a partir de ensaios de corpos de prova por tração simples. Do ensaio de tração podemos, por exemplo, calcular as tensões principais para o ponto de início de escoamento, a tensão cisalhante máxima e a energia de distorção, cujos resultados são listados a seguir. Os índices ET e EC indicam escoamento na tração e compressão respectivamente, caso obtenhamos dados também de um ensaio de compressão.

$$\sigma_{1} = \sigma_{ET}$$

$$\sigma_{2} = 0$$

$$\sigma_{3} = \sigma_{EC}$$

$$\tau_{máx} = \sigma_{E} / 2$$

$$U_{d} = 2 \sigma_{1} / 12 G$$
(5.4)

Convém ressaltar que os resultados acima são obtidos a partir dos dados fornecidos pelo diagrama tensão-deformação. No caso de uma peça de uma estrutura, os carregamentos normalmente impõem um estado de tensões complexo no material, o qual não se assemelha com o que se desenvolve no interior do material em um corpo de prova do ensaio de tração. A partir do estado de tensões existente na peça podemos determinar as tensões principais, a tensão cisalhante máxima e a energia de distorção. Os diferentes critérios de falha procuram relacionar o que acontece na peça em estudo, com o que acontece em um corpo de prova do mesmo material. Este relacionamento é feito com grandezas de mesmo tipo, que ocorrem na peça e no corpo de prova, as quais dependem do modo de falha que o material pode apresentar. A tensão normal máxima, a tensão cisalhante máxima ou então a energia de distorção, que ocorrem quando da falha do corpo de prova, comparadas com as mesmas grandezas, que ocorrem na peça, no seu ponto crítico, estabelecem os critérios de falha. Estas grandezas, obtidas a partir do estado de tensões existente na peça, permitem definir o conceito de tensão equivalente, que é a tensão que, atuando no corpo de prova do ensaio de tração, leva o material ao mesmo valor limite que o estado de tensões existente na peça, para a grandeza adotada como a que caracteriza o estado limite do material. A Tabela 5.1 mostra para cada um das teorias de falha a expressão da tensão equivalente, no ensaio de tração e na peça, considerando um estado plano de tensões nesta. Igualando as colunas da tabela fica definido o critério de falha para cada uma das teorias, respectivamente a Teoria da Máxima Tensão Normal, a Teoria da Máxima Tensão Cisalhante e a Teoria da Máxima Energia de Distorção.

TABELA 5.1

Expressões da tensão equivalente segundo as teorias de falha por início de escoamento mais usuais.

TEORIA	ENSAIO	PEÇA
TMTN (Rankine)	$\sigma_{eq} = \sigma_{ET}; \sigma_{EC}$	$\sigma_{eq} = \sigma_1; \sigma_3$
TMTC (Tresca)	$\tau_{eq} = \sigma_E / 2$	τ_{eq} = (σ_1 - σ_3) / 2
TMED (von Mises)	$\sigma_{eq} = \sigma_E$	σ_{eq} = (6 U $_{d}$ G) $^{1/2}$

Exemplificando para uma situação particular, onde o estado de tensões é o indicado na figura 5.2, podemos calcular a tensão normal que, atuando isoladamente, ou seja, considerando um estado uniaxial de tensões, leva ao mesmo valor para a grandeza considerada como relevante pela teoria que está sendo usada. Essa tensão normal é a tensão equivalente, segundo a teoria adotada. As equações abaixo mostram as tensões equivalentes para as teorias indicadas.

TEORIA DA MÁXIMA TENSÃO NORMAL

$$\sigma_{eq,t} = \sigma_x / 2 + [(\sigma_x^2 / 2) + \tau_{xy}^2]^{1/2}$$

$$\sigma_{eq,c} = \sigma_x / 2 - [(\sigma_x^2 / 2) + \tau_{xy}^2]^{1/2}$$
(5.5)

TEORIA DA MÁXIMA TENSÃO CISALHANTE $\sigma_{eq} = [\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2]^{1/2} \qquad \sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 \qquad (5.6)$

TEORIA DA MÁXIMA ENERGIA DE DISTORÇÃO

$$\sigma_{eq} = [\sigma_x^2 + 3\tau_{yy}^2]^{1/2}$$
(5.7)





Para o desenvolvimento das teorias de colapso foram feitas hipóteses sobre o material, as quais devem também ser satisfeitas quando do uso das teorias, para uma aplicação correta. Estas hipóteses são normalmente colocadas como:

- O material é homôgeneo;
- O material é isento de defeitos.

Para o caso de carregamentos uniaxiais, quando da falha, temos valores bem definidos para

- Tensão normal máxima (tensão principal);
- Deformação axial;
- Tensão cisalhante máxima;
- Energia de deformação,

sendo que cada uma destas grandezas pode ser usada como parâmetro crítico de um critério de falha. No caso de uma solicitação uniaxial, para o instante de falha, todas as grandezas anteriores atingem o correspondente valor limite ao mesmo tempo, não havendo, assim, diferença entre os critérios usados para definir a falha. Para componentes estruturais submetidos a esforços que causam estados bi ou triaxiais de tensões, a situação é bastante diversa, já que as quatro grandezas discutidas anteriormente não atingem os seus valores críticos simultaneamente, como ocorre para o caso do estado uniaxial de tensões. Com isto, podemos falar que a causa da falha não é conhecida exatamente. Os critérios de falhas mais comuns, desenvolvidos a partir das grandezas listadas anteriormente são discutidos a seguir.

TEORIA DA MÁXIMA TENSÃO CISALHANTE.

A teoria da máxima tensão cisalhante prevê que a falha do material ocorre quando a máxima tensão cisalhante que atua, no material da peça, atingir o valor correspondente ao obtido em um ensaio de tração simples, para este mesmo material. Esta teoria foi originalmente apresentada por Tresca. Para o ensaio de tração a tensão cisalhante se relaciona com a tensão limite de escoamento através da fórmula

 $\tau_{\rm F} = \sigma_{\rm F}/2$

Para a peça, considerando a tensão de escoamento como critério para definir o início de falha, temos, para qualquer estado de tensão, com $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$, que devemos ter a desigualdade da equação (5.8) satisfeita para que o material não venha a deformar-se plasticamente.



$$\sigma_{\mathsf{E}} \ge \sigma_1 - \sigma_3 \tag{5.8}$$

Figura 5.3 - Região de segurança no plano σ_{χ} - σ_{γ} , para a teoria de Tresca.

TEORIA DA MÁXIMA TENSÃO NORMAL

A teoria da máxima tensão normal, conhecida também como teoria de Rankine, prevê que a falha do material ocorre quando a maior tensão principal, em módulo, atingir o limite correspondente ao do material obtido em um ensaio de tração ou compressão uniaxial. Este limite pode ser a tensão limite de escoamento ou a tensão limite de resistência, sob tração, ou sob compressão, conforme o caso. Para esta teoria o critério de falha, em função das tensões principais, é: $\sigma_1 < \sigma_{ET}; \sigma_{RT}$

(5.9)





Figura 5.4 - Diagrama tensão-deformação sob tração e compressão.



Figura 5.5 - Região de segurança para a teoria da máxima tensão normal.

TEORIA DA MÁXIMA ENERGIA DE DISTORÇÃO

A teoria da máxima energia de distorção, também conhecida como critério de von Mises, ou de Henky, prevê que a falha ocorre quando, em qualquer ponto do material, a energia de distorção, por unidade de volume, for maior que o valor limite obtido no ensaio de tração do material. Este critério, para um estado triaxial de tensões, está representado por:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 < 2\sigma_E^2$$
 (5.10)

onde a desigualdade indica a região de segurança. Para um estado bidimensional de tensões, a equação anterior fica



$$(\sigma_{x}^{2} + \sigma_{y}^{2} - \sigma_{x}\sigma_{y} + 3\tau_{xy}^{2}) < \sigma_{E}^{2}$$
(5.11)



A figura 5.6 mostra a representação do critério de von Mises, equação (5.10), sendo a região de segurança definida pelo interior da região eliptica. Como uma particularização, para o caso de torção pura, temos $\sigma_1 = \tau e \sigma_3 = -\tau e \log o$,

$$\tau^{2} + \tau^{2} + \tau^{2} < \sigma_{E}^{2}$$
$$3 \tau^{2} < \sigma_{E}^{2}$$

e na condição de escoamento iminente resulta:

$$\tau = \sigma_{\rm F} / \sqrt{3} = 0,577 \,\sigma_{\rm F}$$
 (5.12)

5.2 - CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PRINCIPAIS TEORIAS

A seguir são apresentados alguns casos clássicos de problemas da Mecânica dos Sólidos e as respectivas tensões principais e cisalhante máxima, com os resultados apresentados na Tabela 5.2, comparativa entre cada um dos critérios de falha. Os casos considerados são os quatro abaixo, onde $\sigma \in \tau$ são as tensões nominais, para o tipo de problema e carregamento. Em uma análise mais rigorosa para os casos 3 e 4, com pressões elevadas, é necessário considerar $\sigma_3 = -p$.

1 - Tração uniaxial.

 $\sigma_1 = \sigma;$ $\sigma_2 = 0;$ $\sigma_3 = 0$

2 - Torção pura.

 $\sigma_1 = \tau;$ $\sigma_2 = 0;$ $\sigma_3 = -\tau$

3 - Reservatório esférico com pressão interna.

 $\sigma_1 = \sigma;$ $\sigma_2 = \sigma;$ $\sigma_3 = 0$

4 - Reservatório cilíndrico com pressão interna.

 $\sigma_1 = \sigma;$ $\sigma_2 = \sigma/2;$ $\sigma_3 = 0$

Para selecionarmos qual a teoria de colapso a ser empregada em uma dada situação devemos saber distinguir os prováveis modos de falha, independentes do tempo, para esta situação. Estes modos de falha vão estar ligados com o tipo de comportamento que o material apresenta. Para a maioria dos materiais usados na prática, podemos enquadrá-los em dois grupos principais, cujos mecanismos de falha são comentados a seguir. Ver o capítulo 2 para mais detalhes.

MATERIAIS FRÁGEIS

A falha nestes materiais é em geral por ruptura, ocorrendo um crescimento instável de pequenos defeitos, como porosidades e inclusões, através de uma fratura por clivagem. Este crescimento instável leva à ruptura final.

MATERIAIS DÚTEIS

A falha por deformações plásticas ocorre por escorregamento dos planos atômicos, com movimento intenso das discordâncias. A fratura dútil por sua vez ocorre por um crescimento e coalescimento de vazios que são formados em torno de impurezas do material e um cisalhamento final leva à ruptura.

Desta forma, os modos de falha mais comuns são:

- Ruptura Frágil;
- Escoamento ou colapso plástico;
- Ruptura Dútil.

O uso das teorias de falha apresentadas adapta-se aos dois primeiros modos. Para ruptura frágil, em peças isentas de defeitos, a Teoria da Máxima Tensão Normal é suficientemente exata, embora a teoria de Mohr seja mais precisa em certas situações, [98]. No caso da existência de defeitos é obrigatório o uso da teoria da Mecânica da Fratura, objeto de estudo dos capítulos 6 e 7.

Para falha devida ao início de escoamento, a teoria mais exata é a da Máxima Energia de Distorção, porém a Teoria da Máxima Tensão Cisalhante apresenta resultados não muito diversos, sendo de uso mais simples que a primeira. Para a falha por escoamento, tratada de uma forma genérica, o uso da Teoria da Máxima Energia de Distorção ou da Máxima Tensão Cisalhante é uma questão pessoal, já que os resultados práticos não são muito diferentes, quando é usada uma ou outra teoria.

Quando desejamos um maior aprofundamento sobre 0 comportamento mecânico do material, devemos dividir a falha por escoamento em duas partes, uma de início do processo de deformação plástica e outra de continuidade da deformação. Para o início do escoamento, o movimento das discordâncias inicia guando é atingido um estado crítico no material, que é melhor representado, de acordo com resultados experimentais, pela energia de distorção. Assim, como orientação, podemos considerar que a Teoria da Máxima Energia de Distorção é recomendada para uma análise de início de escoamento, enquanto que a Teoria da Máxima Tensão Cisalhante é recomendada para a análise de deformação plástica, após o início do escoamento, já que modela melhor o mecanismo de deformação plástica pelo escorregamento dos planos atômicos, o qual está diretamente relacionado com a tensão cisalhante que age. Para a ruptura dútil, estas teorias baseadas em modelos mais simples não se adaptam, e assim é necessário um desenvolvimento teórico mais adequado, baseado no nível de deformação plástica que ocorre no ponto crítico e na triaxialidade do estado de tensões neste ponto, [25, 37, 60].

TABELA 5.2

Comparação das teorias de falha para os quatro casos apresentados.

PROBLEMA	TMTN	TMTC	TMED
Tração	$\sigma = \sigma_{E}$	$\sigma = \sigma_{E}$	$\sigma = \sigma_{E}$
Torção	$\sigma = \sigma_{E}$	τ = 0,5 σ _E	τ = 0,577 σ_{E}
Resevatório esférico	$\sigma = \sigma_{E}$	$\sigma = \sigma_{E}$	$\sigma = \sigma_{E}$
Reservatório cilindrico	$\sigma = \sigma_{E}$	$\sigma = \sigma_{E}$	σ = 1,1547 σ _E

5.3 - FLEXÃO PLÁSTICA

O estudo da flexão pura de peças prismáticas, para um material com comportamento elástico ideal, é assunto dos primeiros contatos com a teoria da Mecânica dos Sólidos.

Para que possamos estender agora o nosso campo de interesse para a região do comportamento do material com deformações plásticas, é conveniente recordar alguns pontos básicos da teoria da flexão elástica.

A equação de flexão, deduzida na Mecânica dos Sólidos, fornece a tensão na fibra que fica a uma distância y da linha neutra, como:

 $\sigma_x = -My/I$

onde o sinal negativo vem da convenção adotada para o sistema de coordenadas.

Esta teoria possui como premissas básicas duas hipóteses:

- Hipótese das seções planas. Diz que as seções, planas antes da deformação do material, permanecem planas após a deformação. Assim, para duas seções planas e paralelas, com a flexão elas permanecem planas, mas não mais paralelas. Esta hipótese tem como conseqüência uma distribuição linear de deformações na seção.

- Hipótese de material elástico linear. Acoplada com a anterior leva a uma distribuição de tensões linear ao longo da seção.

Assim, a equação da flexão elástica está baseada em distribuições lineares de deformação e tensão, o que implica que a sua abrangência está limitada pelo campo de validade da lei de Hooke, conseqüência da segunda hipótese. Considera-se na flexão plástica a mesma hipótese cinemática das seções planas, ou seja, a distribuição de deformações varia direta e linearmente com a distância ao eixo neutro.



Figura 5.7 - Seção transversal de elemento sob flexão.



Figura 5.8 - Distribuição de tensões e deformações, para o caso de flexão plástica, bem como definição das demais variáveis.

Vamos considerar uma viga submetida a um momento fletor, segundo uma direção principal de inércia, para desenvolver a formulação que segue. Como a variação de deformações na seção transversal da barra é fixada pela premissa cinemática, a distribuição de tensões pode ser obtida pela curva tensão-deformação. Por exemplo, a uma deformação de tração ε_1 , que ocorre em um ponto a uma distância y ₁ da linha neutra, corresponde, no diagrama da figura 5.8, a uma tensão σ_1 . De modo similar temos que para um ponto a uma distância y ₂ ocorre uma deformação ε_2 e uma tensão σ_2 . Tal é feito sucessivamente para todos os outros pontos da seção.

Como no caso de flexão elástica, as equações da estática também são usadas para a formulação da flexão plástica, estabelecendo as condições de equilíbrio:

 $\Sigma F = 0$ ou $\int_A \sigma dA = 0$ $\Sigma M = 0$ ou $\int_A \sigma y dA = M$ onde:

σ - Tensão normal, atuando na área dA;

y - Distância do eixo z à área dA.

Para uma seção qualquer, para resolver as equações anteriores é necessário um procedimento iterativo de tentativas e erros, já que a posição da linha neutra não é conhecida a priori. Devemos observar que o eixo neutro contém o centro de gravidade da seção apenas quando a seção transversal tem dois eixos de simetria e o diagrama tensão-deformação tem um comportamento simétrico na tração e na compressão.



Figura 5.9 - Binário de forças internas na flexão.

Outra maneira de resolver o problema consiste em admitir uma distribuição de deformações, localizando assim um eixo provisório, resultando na distribuição de tensões da figura 5.8. Iterativamente a determinação das forças, para as tensões de tração (acima da linha neutra), e para as de compressão (abaixo da linha neutra), é feita até que a condição de equilíbrio seja satisfeita, isto é, $\Sigma F = 0$. Com a distribuição de tensões consegue-se determinar as forças resultantes T e C, localizadas por a e b, a partir da linha neutra, como mostra a figura 5.9. O momento resistente é calculado por T (a + b) ou C (a + b). Este processo é equivalente à integração da equação de equilíbrio de momentos e a convergência é alcançada quando T = C e T (a + b) = M. Este modo de cálculo é bastante trabalhoso e métodos mais rápidos para solução do problema foram desenvolvidos, porém o processo é interessante do ponto de vista didático, pois permite uma visualização do comportamento da viga em flexão, além do limite elástico.

O caso particular de uma viga de seção transversal retangular, formada por um material com diagrama tensão-deformação de mesmo comportamento na tração e na compressão, serve para fixar o mecanismo do comportamento plástico de uma barra sob flexão. Se a tensão σ_R corresponder à resistência de ruptura do material, conforme determinada no ensaio de tração, o momento fletor de ruptura pode ser determinado já que está associado à distribuição de tensões na viga. Para materiais que apresentem um comportamento quase linear até a ruptura, a distribuição de tensões apresenta poucas diferenças daquela prevista pela teoria da flexão elástica, porém se o diagrama tensão-deformação apresentar curvatura pronunciada, tal como o da figura anterior, a distribuição é bastante discrepante.




Outro exemplo clássico de flexão plástica é mostrado na figura 5.11. para uma barra de material elastoplástico ideal. Nesta figura temos ilustrado como a distribuição de tensões se altera conforme o carregamento externo de flexão é aumentado. Até o momento M_E, de início de escoamento, a distribuição é linear e logo todo o material está no regime elástico. Quando M_F é atingido pela primeira vez, a tensão limite de escoamento é atingida na seção crítica. Para qualquer aumento no esforço de flexão ocorre agora, necessariamente, uma plastificação que inicia nas fibras externas do material, penetrando para o seu interior a medida que a carga aplicada cresce. Como o material é considerado elasto-plástico ideal, a distribuição de tensões é constante na zona plastificada e logo qualquer aumento de carga só pode ser equilibrado por um aumento da zona plastificada, fazendo portanto com que esta penetre mais no material. A situação limite ocorre quando toda a seção atingir a tensão limite de escoamento e logo a viga não possuir mais capacidade de suportar qualquer aumento de carga. Nesta situação temos que o momento aplicado atinge o chamado momento de plastificação, que é a máxima carga possível de ser suportada pela peça, pois todos os pontos da seção transversal já atingiram a tensão limite de escoamento e portanto não existe mais material elástico que possa ter a sua tensão elevada, para equilibrar um aumento de carga.





5.4 - FATOR DE FORMA

No estudo do comportamento plástico de peças e componentes estruturais, uma hipótese normalmente feita quanto à relação constitutiva do material (relação tensão-deformação) é de que o material possui um comportamento elasto-plástico ideal, portanto sem encruamento, ficando a tensão igual à $\sigma_{\rm E}$ durante toda a região de comportamento plástico, como mostra a figura 5.11. Para ilustrar o procedimento vamos considerar uma viga de seção retangular submetida à flexão pura. O momento resistente é dado por

$$M = \int_{A} \sigma y \, dA \tag{5.13}$$

Esta expressão será particularizada para o ponto de início de escoamento e para o ponto de plastificação total da seção.

COMPORTAMENTO ELÁSTICO, NO PONTO DE INÍCIO DE ESCOAMENTO

Aqui vamos considerar que o material tem um comportamento perfeitamente elástico e que a tensão na fibra mais solicitada é igual à tensão limite de escoamento do material, obtida no ensaio de tração.

Da geometria da distribuição de tensões temos

 $\sigma / y = \sigma_E / (h / 2) e \log o$,

 $\sigma = \sigma_E y / (h / 2).$

Assim, M = 4 b $\sigma_{\rm E}$ / h $\int_0^{\rm h/2}$ y 2 dy = $\sigma_{\rm E}$ b h 2 / 6 ou,

$$M_{E} = \sigma_{E} b h^{2} / 6$$
 (5.14)

ou ainda, $M_E = \sigma_E W_f$ onde W_f é o módulo de resistência à flexão da seção da viga e M_E é o momento de início de escoamento, que é produzido pela carga para a qual pela primeira vez é atingida a tensão limite de escoamento.

PLASTIFICAÇÃO TOTAL DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR

Agora vejamos o caso limite de plastificação total da seção transversal, quando todos os pontos escoaram, levando a uma distribuição de tensões como a ilustrada na figura 5.13. Esta situação corresponde à máxima carga que pode ser suportada pela viga, pois não existe maneira de um aumento do momento interno, dado pela

distribuição de tensões ao longo da seção transversal. Para o caso de um material sem encruamento, e usando a equação (5.13), vem

$$M_P = 2 \int_0^{h/2} \sigma_E b y dy$$



Figura 5.12 - Tensões de flexão no início da plastificação.



Figura 5.13 - Distribuição de tensões na plastificação total da seção.

O momento M_P é a carga de plastificação, ou colapso plástico que corresponde ao momento para a qual todos os pontos da seção estão dentro do regime plástico. É teoricamente a carga máxima que a seção pode suportar, num material sem encruamento. No início de escoamento temos M_E = σ_E W_f, logo a relação entre a carga de início de escoamento e a de plastificação é:

$$M_{P} = k M_{E}$$
(5.16)

onde k é denominado de fator de forma, já que depende única e exclusivamente da forma da seção transversal considerada, dentro da hipótese de um material elastoplástico ideal. Para o caso da seção retangular analisada, temos

k = 1,5

ou seja, o momento necessário para plastificar toda a seção é 50% maior do que para o requerido para o início de escoamento. É conveniente salientar que, para que a viga possa suportar todo o momento M_P , é necessário que o material possua dutilidade suficiente, de modo a permitir a plastificação de toda a seção, pois caso contrário podemos ter o início da ruptura com uma carga inferior à carga de plastificação. O fator de forma depende do tipo de seção transversal, e a tabela abaixo apresenta os valores para algumas das seções mais empregadas em problemas estruturais.

TABELA 5.3

Fator de forma para algumas seções, para flexão e torção.

Tipo de seção	Flexão	Torção
Seção retangular	1,5	-
Seção circular	1,7	1,33
Seção em losango	2,0	-
Seção tipo I	1,06 a 1,18	-

Basicamente o fator de forma cresce quando aumenta a fração de material próximo à linha neutra, fazendo com que M_P seja muito maior que M_E , como no caso de uma seção de forma losângular. O inverso ocorre com uma seção do tipo I, onde o material está concentrado longe da linha neutra. Neste caso, mal iniciado o escoamento, já temos plastificada uma grande parcela da seção transversal, restando pouco material, ainda elástico, no interior da seção para suportar novos acréscimos de carga. Isto tem como resultado um baixo fator de forma, com M_P apenas ligeiramente superior a M_F .

Por outro lado, é lógico que, quanto à flexão elástica, uma seção do tipo I é muito mais resistente, por apresentar um momento de inércia maior, porém uma vez iniciado o escoamento neste tipo de seção, rapidamente atingimos a carga de plastificação, devido ao baixo valor de k. Para uma seção tubular a figura 5.14 mostra o fator de forma em função do tipo de carregamento. É importante salientar que a equação (5.16) é válida apenas para situações em que a seção transversal é constante, sem efeitos de concentração de tensões, pois estes afetam a carga de início de escoamento, conforme deduzido acima, na obtenção do valor de 1,5 para a seção retangular. Assim, para o cálculo da carga de início de escoamento o efeito de concentração de tensões é importante e deve ser usado, mas para a determinação da carga de plastificação este não tem efeito, não sendo considerado. O fator de forma, como definido, pela relação entre carga de plastificação e a carga de início de escoamento, seria afetado pelo fator de concentração de tensão. Assim, o fator de forma na realidade vale somente para o caso em que K, é unitário, ficando a relação entre a carga de plastificação e a de início de escoamento, no caso com concentração de tensão, dada pelo produto k·K₊.



Figura 5.14 - Fator de forma para seções circulares vazadas.

5.5 - FLEXÃO COM PLASTIFICAÇÃO PARCIAL DA SEÇÃO

Para uma plastificação parcial da seção transversal, em uma viga de seção retangular constituída de um material elastoplástico ideal, o momento aplicado pode ser obtido como segue. A figura 5.15 mostra a distribuição de tensões para uma seção parcialmente plastificada, quando o material é elastoplástico ideal. A região plastificada da seção

penetra uma profundidade c no material, onde a tensão é constante e igual à tensão de escoamento. No núcleo, ainda elástico, a tensão possui uma distribuição linear, desde zero sobre a linha neutra, até a tensão de escoamento na interface elastoplástica. Podemos decompor o momento externo aplicado em duas partes, uma equilibrada pela distribuição de tensões da região que escoou, e outra equilibrada pela distribuição elástica, na parte interna. M_1 é o momento da parte plástica da distribuição de tensões.

 $M = M_{1} + M_{2}$ $M_{1} = (\sigma_{E} b c) (h - c)$ $M_{2} = \sigma_{E} b (h - 2c)^{2} / 6$



Figura 5.15 - Seção parcialmente plastificada.

Executando a soma dos momentos chega-se a:

$$M = \sigma_{E} W_{f} [1 + 2 (c/h) - 2 (c/h)^{2}]$$

Denominando a relação c / h de ξ , ou seja, é a razão entre a altura do material plastificado e a altura total da seção, figura 5.15, portanto variável desde 0 até 0,5, correspondendo respectivamente desde um comportamento elástico até um comportamento plástico total, tem-se logo M = $\sigma_E W_f (1 + 2\xi - 2\xi^2)$ e como M_E = $\sigma_E W_f$, resulta

$$M / M_{E} = (1 + 2\xi - 2\xi^{2})$$
(5.17)

com a condição de que $M > M_E$.

Quando é conhecido o momento M aplicado e se deseja saber a profundidade plastificada, o resultado pode ser obtido pela solução da equação do segundo grau, derivada da equação anterior,

$$\xi^{\,2}$$
 - ξ + 0,5 (M / M $_{\rm E}$ - 1) = 0

cuja solução fornece

$$\xi = [1 - (1 - 2(M/M_{\rm F} - 1))^{1/2}]/2$$
(5.18)

com a condição de que ξ esteja no intervalo (0; 0,5), já que só uma raiz satisfaz o limite físico de plastificação total.



Figura 5.16 - Determinação da deformação máxima.

Conhecendo a profundidade plastificada, é possível obter a deformação na fibra externa, pois a deformação na profundidade c é igual a $\varepsilon_{\rm E}$, desde que permaneça válida a hipótese de uma distribuição linear de deformações ao longo da seção. Sendo assim, as equações,

desenvolvidas a seguir, permitem determinar a deformação máxima na fibra mais externa. Por semelhança de triângulos, da distribuição de deformações, $\varepsilon_{máx} / (h/2) = \varepsilon_E / (h/2 - c)$ ou $\varepsilon_{máx} / \varepsilon_E = [1 - 2\xi]^{-1}$ onde $\xi = c / h$. Substituindo na equação anterior resulta

$$\frac{\varepsilon_{\text{max}}}{\varepsilon_{\text{E}}} = \left\{ 1 - 2 \left(\frac{M}{M_{\text{E}}} - 1 \right) \right\}^{-1/2}$$
(5.19)

A tabela 5.4 mostra a evolução de ξ e de $\epsilon_{máx}$ / ϵ_{E} à medida que a relação M / M _E cresce, desde 1 até 1,5, para uma seção retangular, ou seja, do início de escoamento até a plastificação total da seção.

TABELA 5.4

Evolução da profundidade plastificada relativa e da deformação máxima.

				-	
M/M _E	ξ	ε _{máx} /ε _Ε	M/M _E	ξ	ε _{máx} /ε _Ε
1,000	0,000	1,000	1,450	0,342	3,162
1,100	0,053	1,118	1,460	0,359	3,536
1,200	0,113	1,291	1,470	0,378	4,082
1,250	0,146	1,414	1,480	0,400	5,000
1,300	0,184	1,581	1,490	0,429	7,071
1,350	0,226	1,826	1,495	0,450	10,000
1,400	0,276	2,236	1,498	0,468	15,811
1,420	0,300	2,500	1,499	0,478	22,361
1,440	0,327	2,887	1,500	0,500	$\Rightarrow \infty$



Figura 5.17 - Variação de M / M _E em relação a variação de $\epsilon_{máx}$ / ϵ_{E} e ξ , para uma viga com seção retangular.

A figura 5.17 ilustra que quando M ultrapassa M_E, e se aproxima de M_P, as deformações e deslocamentos passam a aumentar mais rapidamente do que no caso elástico, conforme mostra a curva M / M_E $\epsilon_{máx}$ / ϵ_{E} . Para M = M_P, temos o limite $\epsilon_{máx} \Rightarrow \infty$, e a seção não tem mais condições de suportar qualquer acréscimo de carga e a curvatura tende a infinito. Assim, a viga age como uma rótula na seção escoada, dobrando sob a ação do momento M_P, como a figura 5.18 ilustra.



Figura 5.18 - Representação da rótula plástica de uma barra submetida a flexão, sob ação do momento M_P.

5.6 - DESENVOLVIMENTO DE TENSÕES RESIDUAIS

Quando a carga de flexão é aliviada, o material se comporta linearmente, ou seja, é elástico durante a descarga e devido às deformações plásticas, previamente existentes, fica uma curvatura residual. Esta situação final corresponde a um estado deformado da viga e dentro do material fica um estado de tensões e deformações residuais. Como a viga está descarregada e em equilíbrio, a distribuição de tensões deve também estar em equilíbrio, tanto de forças como de momentos, pois caso contrário teríamos uma resultante não nula agindo, o que violaria o equilíbrio.

O estado de tensões residuais pode ser determinado considerando que, após o material ter escoado, quando do carregamento, durante a descarga o material passa a ter um comportamento perfeitamente elástico, como pode ser visto nas figuras 3.4 e 3.5. Esta descarga é elástica, desde que a tensão de descarga não ultrapasse a duas vezes a tensão limite de escoamento, pois caso contrário o material escoará agora sob compressão, quando do fim da descarga. Assim, a distribuição de tensões resultante da descarga, imaginada agindo isoladamente, pode ser considerada como uma distribuição de tensões de um material com uma tensão limite de escoamento igual a duas vezes a tensão limite de escoamento do material real. De um modo geral, a descarga pode ser imaginada como um carregamento simétrico ao aplicado, assumindo, agora, um material com comportamento elástico.

No caso da flexão plástica a descarga pode ser pensada como a soma de um momento, de igual magnitude, mas de sinal oposto ao do carregamento. A distribuição de tensões do primeiro momento, o de carregamento, é a distribuição de um material elastoplástico ideal e a do segundo é a distribuição linear correspondente à descarga elástica que o material sofre. Desta forma é possível obtermos as tensões e deformações residuais na seção da viga. Vamos considerar que M₁ seja o momento que plastifica parte da seção, com a condição de que

$$M_{E} < M_{1} < M_{P} \tag{5.20}$$

sendo M $_{\rm E}$ o momento de início de escoamento, M $_{\rm 1}$ o momento externo aplicado e M $_{\rm P}$ o momento de plastificação total da seção.



Figura 5.19 - Tensões da flexão em carga e descarga.

Para determinar o estado de tensões e deformações residuais, devemos sobrepor os campos de tensões e de deformações devidos ao carregamento, com comportamento elastoplástico, com os devidos à descarga, de comportamento elástico. O campo de tensões e de deformações quando da descarga é obtido adotando um carregamento de sinal oposto ao que atua na peça, presumindo um comportamento puramente elástico do material. Sendo **E** o estado de tensões e deformações, esquematicamente é possível escrever:

E_{ESTADO RESIDUAL} = **E**_{ESTADO ELASTOPLÁSTICO} - **E**_{ESTADO NA DESCARGA ELÁSTICA}

ou seja, o estado de tensões e deformações residuais, obtido após a descarga completa, é igual ao estado devido ao comportamento real que o material apresenta (elastoplástico), sobreposto ao estado de tensões e deformações devido à descarga, considerada elástica.

Assim, no caso da flexão plástica, a descarga é caracterizada por um momento M₁, de igual intensidade ao aplicado, porém de sinal oposto, agindo sobre um material elástico. Isto implica que a tensão máxima do momento de descarga é maior que a tensão máxima que ocorre no momento de início de plastificação, como é ilustrado no diagrama da figura 5.19. A superposição dos dois campos de tensão está representada na figura 5.20, mostrando a distribuição resultante de tensões residuais.





A tensão residual que fica na fibra externa, designada $\sigma_{\rm r}$, que é a máxima da seção, vale:

$$\sigma_{\rm r} = \sigma_{\rm E} - \sigma \tag{5.21}$$

sendo σ a tensão da descarga elástica, calculada como σ = M₁ / W_f, e logo,

$$\sigma_r = \sigma_F - M_1 / W_f$$

Desta forma, como M $_1$ < M $_P$, a tensão residual máxima, em módulo, na seção fica limitada a

$$|\sigma_{\rm r}| < (k-1)\sigma_{\rm E} \tag{5.22}$$

onde k é o fator de forma. A deformação residual, ε_r , é de igual sinal ao do carregamento imposto, como a figura 5.21 ilustra.



Figura 5.21 - Descarga do material, com o estado residual $\sigma_r e \epsilon_r$.

Em uma nova aplicação de carga, o material vai ter uma solicitação que é agora a superposição do campo de tensões residuais com o provocado pelo momento atuante, digamos M_2 . Se $M_2 < M_1$, o material se comportará elasticamente. Se $M_2 > M_1$, então ocorre uma nova plastificação, reduzindo a quantidade de material elástico na seção. Esta nova plastificação leva a um aumento nas deformações residuais no material, bem como nas tensões residuais que se desenvolvem.



Figura 5.22 - Efeito de uma nova carga, maior que a anterior, sobre $\sigma_r e \varepsilon_r$.

5.7 - ESCOAMENTO COM CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

O mesmo raciocínio descrito na seção anterior pode ser usado para determinar o estado de tensões e deformações residuais em qualquer peça mecânica, independente do tipo de carregamento. Mantendo a hipótese de um comportamento elastoplástico ideal, a tensão no ponto crítico mantém-se igual ao valor da tensão limite de escoamento. A tensão residual será obtida somando à tensão limite de escoamento a tensão calculada elasticamente, aplicada pela descarga. Para o caso de peças com pontos de concentração de tensão, a tensão no ponto crítico é obtida usando o fator de concentração de tensão, caso estejamos no regime elástico, e portanto a tensão residual será nula, já que não ocorre escoamento. Mas, se σ_0 for a tensão nominal devida ao carregamento aplicado, ocorrendo escoamento no fundo do entalhe, a tensão residual quando da descarga será

$$\sigma_{\rm r} = \sigma_{\rm E} - \sigma_0 \,\rm K_t \tag{5.23}$$

Se o campo de tensões fornecer no ponto crítico uma tensão elasticamente calculada, σ_{el} , tal que $\sigma_{el} = \sigma_0 K_t < 2 \sigma_E$, quando da descarga não ocorre nova plastificação, sob compressão. No caso de $\sigma_{el} = \sigma_0 K_t > 2 \sigma_E$, ocorre uma nova plastificação na descarga, com alteração no campo de tensões quando da descarga. Neste caso o escoamento é sob compressão e vem que

 $\sigma_r = -\sigma_E$

(5.24)



como ilustra a figura 5.24,que mostra a distribuição de tensões durante a carga e a descarga, bem como a distribuição de tensões residuais.

Figura 5.23 - Tensões residuais em uma região de concentração de tensão.



Figura 5.24 - Distribuição de tensões residuais com escoamento na descarga.

EXEMPLO 5.1

Determinar a tensão e deformação residuais na fibra mais externa para uma viga de seção retangular submetida a um momento fletor que plastifique 50% da altura da seção, bem como M_E e M_P. As características da seção transversal e do carregamento são dados a seguir. O material é um aço SAE-ABNT 1018 com as seguintes propriedades:

E = 210 000 MPa

 σ_{F} = 220 MPa

SOLUÇÃO:

Conforme visto anteriormente, para uma seção retangular as cargas sob flexão para início de escoamento e de plastificação são:

 $M_E = \sigma_E b h / 6$ $M_E = 73,3 kNm$

 $M_P = \sigma_E b h / 4$ $M_P = 110 kNm$

Para a plastificação de parte da altura da seção, o momento aplicado, segundo (5.17),

 $M = M_{E} (1 + 2\xi - 2\xi^{2})$

e para plastificação de 50% da seção tem-se c = 50 mm. Assim, ξ = 1/4 e logo, substituindo,

 $M = M_{F} (1 + 2 (1/4) - 2 (1/4)^{2})$

M = 100,83 kNm



Figura 5.25 - Geometria do exemplo 5.1 e distribuição de deformações com plastificação parcial.

A tensão residual é

 $\sigma_r = \sigma_E - M / W_f$ onde $W_f = 333333 \text{ mm}$ logo

σ_r = - 82,5 MPa

A deformação residual é calculada a partir da deformação na fibra externa, quando do carregamento, que no caso vale 2 $\epsilon_{\rm E}$, menos a deformação elástica da descarga.

$$\varepsilon_{\mathsf{E}} = 0,00105$$

 $2 \epsilon_{\rm E} = 0,00210$

 $\varepsilon_r = \varepsilon - \varepsilon_{elástico}$

 $\varepsilon_r = 0,00066$



Figura 5.26 - Carga e descarga da peça do exemplo 5.1.

A carga de plastificação da seção, anteriormente determinada, não representa ainda, em muitos casos, o limite máximo da capacidade da peça suportar carga, mesmo sem considerar qualquer encruamento que o material venha a apresentar. Esta capacidade de suportar carga além de F_P, ou M_P, ocorre em componentes que possuem pontos com concentração de tensão, onde justamente nas seções onde estão estes pontos temos uma redistribuição de tensões, que pode levar ao surgimento de um estado triaxial de tensões. Nesta situação, passa a existir uma restrição à deformação plástica do material, ou seja, é necessária uma tensão maior do que a tensão limite de escoamento

para que o material venha a escoar efetivamente. Este aumento de tensão, para atingir a condição de plastificação completa da seção, tem como conseqüência um aumento na carga de colapso plástico, acima de F_P ou M_P . Esta nova carga limite de colapso plástico é chamada simplesmente de carga limite e é denotada por F_1 ou M_1 .

5.8 - TENSÕES PRIMÁRIAS, SECUNDÁRIAS E DE PICO

Com o desenvolvimento de técnicas de análise de tensões mais refinadas, tanto analíticas como experimentais, é possível determinar as tensões que ocorrem no material com bastante precisão. Quando o campo de tensões é plenamente conhecido, podemos usar uma tensão admissível mais elevada que quando apenas uma tensão nominal é conhecida. Por outro lado a tensão máxima na seção considerada não é um critério adequado para uma análise de segurança. Um valor pontual de tensão tem pouco significado, a menos que esteja definida também a sua localização, distribuição ao longo da seção e tipo de carga que solicita o material. Diferentes tipos de tensões possuem significados diversos e logo os valores admissíveis serão também diferentes. Assim, a tensão que age em uma barra de seção uniforme tracionada deve ser mantida, comparativamente, abaixo da tensão que atua no fundo do entalhe em uma outra barra. Para uma tensão de origem térmica podemos admitir que venha a atingir um valor bem maior do que uma tensão que é provocada por peso próprio ou pela pressão interna em um reservatório.

Alguns dos possíveis modos de falha de um componente estrutural, como discutidos no Capítulo 2, são:

- Deformação elástica excessiva (flambagem);
- Deformação plástica excessiva (distorção);
- Ruptura frágil;
- Fluência;
- Deformação plástica progressiva (incremental);
- Fadiga;
- Corrosão;
- Corrosão sob tensão;
- Fadiga sob corrosão.

Tratando com estes modos de falha, partimos da hipótese de que é conhecido o campo de tensões no componente. Isto pode ser obtido, seja analítica, seja experimentalmente. Uma pergunta cuja resposta é fundamental é o que fazer com estes números calculados de tensão, e como estão relacionados com a adequacidade, ou não, do projeto. Eles asseguram uma operação sem riscos e satisfatória do componente? É para cada um daqueles modos de falha que o projetista compara e interpreta seus valores de tensão.

Exemplificando, o problema de flambagem não pode ser analisado com base nas tensões atuantes apenas, mas é fundamental a geometria. A falha por deformação plástica pode ser controlada limitando as tensões, mas ao contrário do que ocorre com fadiga e corrosão sob tensão, a tensão máxima na seção não possui toda a informação necessária. Devemos considerar atentamente as consegüências do escoamento e logo, devem ser analisados o tipo de carregamento e a distribuição de tensões, por ele provocada. A classificação de tensões segundo o tipo de carregamento e a influência destas sobre a capacidade de carga passa a ser fundamental, como veremos a seguir. Esta classificação de tensões segue as recomendações contidas nas normas da ASME para o projeto de vasos e reservatórios sob a pressão [1].



Figura 5.27 - Tensões primárias de membrana e flexão.

TENSÕES PRIMÁRIAS ($P_m e P_h$)

São tensões que surgem pelo carregamento imposto, necessárias para satisfazer as condições de equilíbrio entre as forças e momentos externos e os internos. A característica básica é que elas não são autolimitantes, ou seja, se uma tensão primária excede σ_E sobre toda uma seção, a capacidade de carga do componente passa a depender exclusivamente da capacidade de encruamento do material. Uma tensão primária pode ser ainda dividida em uma tensão primária de membrana (ou de tração) e uma tensão primária de flexão, como exemplificado na figura 5.27. Na figura 5.27, tanto as tensões de flexão como as de tração são tensões primárias, que equilibram a ação da força externa.

TENSÕES SECUNDÁRIAS (Q)

São as tensões desenvolvidas pela autovinculação da estrutura. Devem satisfazer a um campo de deformações imposto, e não ficar em equilíbrio com cargas externas. A característica básica de uma tensão secundária é que ela é autolimitante, ou seja, um escoamento local e pequenas distorções na peça podem satisfazer as condições de descontinuidade ou expansões térmicas que provocam o surgimento das tensões secundárias. A figura 5.28 exemplifica um caso de uma barra fixa nas duas extremidades sob a ação de tensões térmicas.



Figura 5.28 - Tensões térmicas numa barra fixa nas duas extremidades.

TENSÃO DE PICO (F)

É a tensão a ser adicionada à soma das tensões primárias de membrana e de flexão com a tensão secundária, ou seja, $P_m + P_b + Q$, de modo a fornecer a máxima tensão na seção, elasticamente calculada. A tensão de pico em materiais dúteis não é relevante para falha estática, pois caso exceda a tensão limite de escoamento não provoca distorções no componente. A tensão de pico é importante para análise de fadiga ou quando o material está sujeito a corrosão sob tensão ou ainda é muito frágil. A decomposição de uma distribuição de tensões está na figura 5.30. A tensão máxima na seção mostrada na figura 5.30 é obtida pela soma de todas as classes de tensão, ou seja,

$$\sigma_{max} = P_m + P_b + F$$

(5.25)







Figura 5.30 - Decomposição de tensões.

Conforme comentado, a importância da divisão é que diferentes classes possuem diferentes limites que levam à falha. Assim, quanto às tensões primárias, temos:

Tensão Primária de Membrana:

Não pode ultrapassar $\sigma_{\rm E}$, para um material elastoplástico ideal, caso contrário a deformação plástica não é limitada.

Tensão Primária de Flexão:

Não pode ultrapassar k $\sigma_{\rm E}$, calculada elasticamente, também para um material elastoplástico ideal, sendo k o fator de forma da seção.



Figura 5.31 - Região de falha por colapso plástico para uma seção retangular, sob cargas de tração e de flexão. A região interior define as tensões admissíveis adotadas pela norma da ASME.

Para uma seção retangular sob flexão pura, a falha ocorre quando $P_b = 1.5 \sigma_E$. Sob tração axial a falha ocorre para $P_m = \sigma_E$. O código ASME para reservatórios sob pressão (Seção III e Seção VIII, divisão 2) estabelece um coeficiente de segurança de 1,5, limitando assim

$P_{m} < \sigma_{E} / 1,5$	
$P_m + P_b < \sigma_E e$	
$P_m + P_b + Q < 2 \cdot \sigma_E$	

(5.26)

CAPÍTULO 6

MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR

O desenvolvimento dos estudos a respeito da Mecânica da Fratura iniciou quando os processos usuais de cálculo estrutural se tornaram insuficientes para explicar falhas de estruturas solicitadas por níveis de tensões bastante abaixo dos admissíveis. O modo de falha habitual nestes casos era a propagação instável de uma trinca, sem que tivessem ocorrido apreciáveis deformações plásticas. Assim, a energia que era absorvida no processo de fratura era pequena. O principal ponto de estudo da Mecânica da Fratura é o comportamento do material quando contém uma fissura, ou seja, uma trinca. O processo de ruptura do material ocorre pelo crescimento de uma fissura. Esta fissura pode ser um defeito inerente ao material, decorrente do processo de fabricação, como trincas de tratamento térmico, defeitos de soldagem, falhas internas em componentes fundidos, etc. Em outros casos a fissura pode se desenvolver devido a uma solicitação dinâmica, como na nucleação de trincas de fadiga.

O uso cada vez mais generalizado da Mecânica da Fratura se deve ao fato de que esta permite quantificar de uma forma bastante precisa os níveis admissíveis em que um componente com trincas pode operar, sem que venha a falhar. Este aspecto é extremamente importante em peças de elevado custo de fabricação, que estão sujeitas à ocorrência de defeitos, como, por exemplo, grandes rotores fundidos ou soldados, reservatórios soldados e oleodutos. Devido aos processos de fabricação, utilizados normalmente, é quase impossível assegurar que não ocorram defeitos internos no material. Quando o controle de qualidade detecta um defeito de tamanho significativo, a decisão de rejeitar, ou não, o componente, passa a ser uma decisão com um peso econômico bastante elevado, devido ao custo do componente. Por outro lado, quando o controle de qualidade não detecta qualquer defeito isto não significa que o componente esteja isento de defeitos, pois estes podem passar desapercebidos. Testes de sobrecarga podem ser utilizados para fornecer uma idéia de qual o tamanho máximo de defeitos que o componente pode eventualmente conter. Nestas situações é que a Mecânica da Fratura encontra plena aplicação, tornando possível uma decisão conscienciosa sobre o procedimento a adotar, para refugar ou não uma peça, por exemplo.

Outra situação igualmente importante surge quando a estrutura deve ter o seu peso reduzido a um mínimo, elevando, portanto, as tensões de operação. Sob uma carga dinâmica é certo que este nível de tensão provoca o desenvolvimento de trincas de fadiga, que vão crescendo até levar à falha final. A Mecânica da Fratura pode ser utilizada de uma forma vantajosa neste caso, pois permite prever a velocidade de crescimento das fissuras. Deste modo é possível estabelecer uma política de inspeção e de manutenção, com intervalos de inspeção obtidos de forma que uma trinca eventual não atinja o tamanho crítico, sem que antes seja detectada em uma inspeção. Assim, a programação de inspeções é estabelecida como ponto de partida para o projeto, formando um conjunto consistente.

A fratura, de um modo geral, podemos dizer que consiste na separação ou fragmentação de um corpo sólido em duas ou mais partes, pela ação de tensões. Sem dúvida, o assunto de fratura é bem vasto e envolve áreas tão diversas como a física do estado sólido, a ciência dos materiais e a mecânica do contínuo, ou seja, a fratura deve ser tratada no todo como um fenômeno envolvendo as mais diferentes áreas do conhecimento humano. A fratura pela propagação de trincas pode ser induzida de várias maneiras, como pela aplicação de cargas lentas, de impacto, por fadiga, devido a gradientes de temperatura ou ainda por deformações dependentes do tempo. Neste Capítulo será feita uma apresentação do comportamento do material na presença de uma trinca, com uma introdução à Mecânica da Fratura Elástica Linear.

6.1 - PROPAGAÇÃO DA TRINCA

Uma trinca, para se propagar, exige que a tensão no seu extremo ultrapasse a tensão coesiva do material, que é a tensão que mantém os átomos unidos. Esta tensão pode ser determinada teoricamente como sendo da ordem de E / 10, onde E é o módulo de elasticidade do material. Este critério não é muito útil em aplicações práticas porque é impossível medir a tensão que realmente atua na ponta de uma trinca. Um critério para materiais frágeis, denominado de critério de Griffith, baseado em um balanço de energias, prevê a força que deve ser aplicada em um corpo para propagar a fissura ou trinca, é mais adequado para iniciar o estudo da fratura. Como mencionado, a tensão teórica de fratura de um sólido é da ordem de E / 10, mas a resistência real, que observamos nos materiais de uso corrente, é bem menor, da ordem de E / 100 ou até E / 1000. A primeira tentativa de obter uma explicação para esta discrepância foi de A. A. Griffith, baseada no modelo analítico da solução elástica da distribuição de tensões em torno de um orifício elíptico, em uma placa infinita. Griffith propôs que a queda de resistência é provocada por defeitos internos ao material, sejam estes macroscópicos ou não. Considerando inicialmente, para este caso, o efeito de concentração de tensão, o correspondente fator é o apresentado pela equação (4.7). A tensão máxima ocorre na extremidade do eixo maior da elipse, conforme apresentado na figura 6.1 e pode ser calculada pela equação

$$\sigma_{máx} = \sigma_0 (1 + 2 a / b)$$
 (6.1)

onde:

σ_{máx} - tensão nominal
2a - eixo maior da elípse

2b - eixo menor da elípse



Figura 6.1 - Placa com orifício elíptico, que no limite tende a uma trinca.

Na equação (6.1) o semi eixo b da elipse é paralelo à direção da carga aplicada. Para a análise de um defeito interno ao material, este pode ser idealizado como uma trinca que apresenta espessura zero. Assim, esta situação pode ser pensada como um processo de limite,

onde a elipse vai se tornando mais e mais achatada e logo b tende a zero e a elipse tende a uma trinca de comprimento 2a. Para uma elipse qualquer, o menor raio de curvatura é fornecido por:

$$\rho = b^2 / a$$

Substituindo na equação (6.1), esta pode ser escrita como:

$$\sigma_{max} = \sigma_0 \left(1 + 2 \sqrt{a/\rho} \right) \tag{6.2}$$

Nota-se que se $\rho \Rightarrow 0$, temos $\sigma_{máx} \Rightarrow \infty$. Este entalhe elíptico, além de produzir uma concentração de tensão também induz uma condição não uniaxial de tensões. Nos casos reais em que a geometria é diferente da analisada, as fórmulas exatas para o cálculo de $\sigma_{máx}$ variam, mas em todos os casos o efeito de concentração de tensão aumenta com o aumento da profundidade do entalhe e com a diminuição do raio de curvatura da ponta do entalhe. Apesar do avanço na análise dos problemas de peças com trincas, permitido por esta solução, ainda não se explicava porque as trincas maiores se propagam com maior facilidade que as pequenas.

6.2 - CRITÉRIO DE GRIFFITH

Griffith idealizou uma base teórica para prever a tensão nominal de fratura de corpos sólidos que contenham trincas, a partir de um critério termodinâmico. Este critério relaciona a variação total na energia de um corpo trincado com a variação do tamanho da trinca, e diz que, somente se a energia total decrescer, a trinca poderá crescer espontaneamente pela ação da tensão aplicada. A figura 6.2 mostra uma trinca de comprimento 2a, situada em uma placa infinita, serve para iniciar a abordagem do critério de Griffith. Esta é a chamada geometria de Griffith. O modelo considera um material elástico linear.

Vamos considerar a variação da energia do sistema quando a trinca sofre um aumento infinitesimal, da. A energia necessária para provocar a propagação da trinca, consumida pelo material ao romper as ligações atômicas, deve ser fornecida de alguma forma. Esta energia, dissipada pela ruptura do material, chamada de energia de superfície, é consumida para criar novas superfícies livres no material e é o produto da energia de superfície, por unidade de área, γ , pelo acréscimo da área da trinca, dA. As outras parcelas de energia são determinadas a partir da consideração de que é possível obter-se as curvas de carga versus deslocamento para o corpo trincado, para as condições de trincas de comprimento a e (a + da). As curvas resultantes deste ensaio estão esquematizadas na figura 6.3.



Figura 6.2 - Trinca em uma placa infinita, sob carga uniaxial.



Figura 6.3 - Ensaio hipotético de tração em uma placa com trinca.

Se para os dois tamanhos de trinca o deslocamento for fixado e mantido constante, por exemplo em u₁, com o aumento da trinca de a para a + da, haverá uma redução da energia elástica de deformação, de 1/2 P₁ u₁, para 1/2 P₂ u₁, já que o corpo, com a trinca maior, se comporta como fosse uma mola mais flexível em relação ao corpo com a trinca menor, ou seja, o aumento da trinca diminui a rigidez da placa

fazendo com que a força exercida sobre a placa se reduza de P₁ para P₂. Sob estas condições, o aumento da trinca libera a energia elástica 1/2 (P₁ - P₂) u₁, que pode ser transformada em energia de superfície, absorvida pelas novas faces geradas pelo avanço da trinca.

Agora, para os dois tamanhos de trinca, ao considerarmos a condição de carregamento constante, o corpo com a trinca maior, funcionando como uma mola mais fraca, sofre um deslocamento maior que quando tinha a trinca menor e a energia elástica de deformação armazenada é maior. Desta forma a variação da energia potencial é dada pela variação da energia complementar, como segue:

$$P_{1}(u_{2} - u_{1}) - 0.5 P_{1}(u_{2} - u_{1}) = 0.5 P_{1}(u_{2} - u_{1})$$
(6.3)

Resumindo, temos que:

• Com deslocamentos iguais a energia de deformação decresce de:

$$0,5 (P_1 - P_2) u_1$$
(6.4)

• Com cargas iguais a energia potencial total decresce de:

$$0,5 P_1 (u_2 - u_1)$$
 (6.5)

Chamando

$$dP = P_1 - P_2 e du = u_2 - u_1$$
(6.6)

podemos escrever que:

• Variação de energia de deformação:

$$dU = -0.5 u dP$$
 (6.7)

• Variação de energia potencial:

$$dV = -0.5 P du$$
 (6.8)

A relação entre u e P é dada por: u = C P (6.9) onde C é uma constante para um dado comprimento de trinca, denominada de flexibilidade do sistema, o inverso da rigidez. Como a variação do comprimento da trinca tende a zero, da \Rightarrow 0, o valor de C é igual para as trincas de comprimento a e (a + da), logo

$$du = C dP \tag{6.10}$$

Com estas duas últimas expressões, as equações da variação da energia podem ser reescritas como:

$$-0,5 \text{ u dP} = -0,5 \text{ C P dP}$$
 (6.11)

-0.5 P du = -0.5 P C dP(6.12)

o que prova que os dois conceitos são equivalentes quando o acréscimo da trinca é pequeno. Assim, para um aumento infinitesimal do comprimento da trinca, a redução da energia elástica de deformação de um corpo trincado, com condições de deslocamento constante, é igual à redução da energia potencial sob condições de carga constante.

A partir disto, Griffith propôs que a força crítica, necessária para propagar uma trinca, é relacionada com o equilíbrio entre a energia liberada, com o aumento da trinca, e a energia necessária para criar novas superfícies. Assim, podemos dizer que a energia dU, que é liberada pelo material, na forma de energia de deformação, quando ocorre o crescimento da trinca, pode ser consumida, no todo ou em parte, pela energia de superfície dS, necessária para provocar a ruptura do material. Na condição de propagação com o deslocamento mantido constante, portanto com o trabalho das forças externas nulo, tem-se que, se

 $dU < dS \tag{6.13}$

a trinca tem um comportamento estável, já que a energia liberada é menor que a necessária para propagação, e se

 $dU > dS \tag{6.14}$

a condição de instabilidade é atingida e ocorre a propagação da trinca. Na condição de igualdade entre dU e dS ocorre um equilíbrio instável para a trinca. Do critério dU = dS, para uma dada dimensão da trinca, Griffith determinou a tensão nominal de falha, ou tensão crítica, para o estado plano de tensões, como sendo

$$\sigma_{\rm cr}^2 = 2 \, \mathrm{E} \, \gamma \, / \, \pi \, \mathrm{a}$$

(6.15)

onde

 σ_{cr} - Tensão crítica

- E Módulo de elasticidade
- γ Densidade de energia de superfície
- a Dimensão característica da trinca.

A densidade de energia de superfície representa o consumo de energia pelo material para romper as ligações atômicas, por unidade de área exposta, sendo considerada uma propriedade do material. Esta é uma energia que deve ser entregue ao material, para conseguir quebrar as forças de coesão atômica. É portanto uma parcela dissipativa, ao contrário da energia de deformação. A energia de superfície é dada pela equação a seguir, onde A é toda a área de material exposto pela presença da trinca.

$S = \int_A \gamma dA$

A equação de Griffith mostrou boa concordância com resultados experimentais, especialmente para materiais frágeis, como vidros e cerâmicas. Em termos de uma aplicação prática, a equação (6.15) mostra a dependência entre a tensão crítica e o tamanho da trinca, o que é verificado experimentalmente. O uso dos conceitos, como expostos, não é usual, sendo o uso da Mecânica da Fratura feito com novas definições, como a do fator de intensidade de tensão. Para tal, inicialmente a equação (6.15) deve ser reescrita como:

 $\sigma_{\rm cr}^2 \pi a = 2 \mathsf{E} \gamma \tag{6.16}$

onde o termo da esquerda contém informações relacionadas com a geometria e a carga, enquanto que o termo da direita representa as propriedades do material.



Figura 6.4 - Esquema da variação da energia de um corpo em função do acréscimo da trinca.

6.3 - FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO

O efeito de uma trinca na concentração de tensão pode ser visualizado a partir da solução analítica para um orifício elíptico, considerando a trinca como condição limite para uma elípse achatada, em que a tensão máxima é dada por (6.1). Neste caso o fator de concentração de tensão é dado por (6.17), sendo denominado de K te justamente para caracterizar o fato de que se trata de uma elipse.

$$K_{te} = 1 + 2 (a/b)$$
 (6.17)

Considerando agora o menor raio de curvatura, ρ , o fator de concentração de tensão pode ser escrito, a partir de (6.2), como

$$K_{te} = 1 + 2\sqrt{a/\rho}$$
 (6.18)

Em uma trinca, como $\rho \Rightarrow 0$, temos K_{te} $\Rightarrow \infty$ e logo $\sigma_{máx} \Rightarrow \infty$. Desta forma o conceito do fator de concentração de tensão não é útil na resolução de problemas com singularidades, pois com qualquer tensão nominal, $\sigma_0 \neq 0$, temos sempre $\sigma_{máx} \Rightarrow \infty$, o que não contribui para a solução do problema. Daí surgiu a necessidade de definir o fator de intensidade de tensão, o que pode ser feito, para melhor entendimento, pelo limite do produto da tensão $\sigma_{máx}$ e a raiz de ρ , como

$$K_{I} = \lim_{\rho \to 0} \sigma_{max} \cdot \sqrt{\rho} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$
(6.19)

onde a constante $\sqrt{\pi}$ / 2 é adotada por conveniência. Nesta definição a tensão $\sigma_{máx}$ tende a infinito, mas o produto possui um limite, que é então definido como o fator de intensidade de tensão. Deve ser salientada a diferença entre K_I e K_t, pois este último é adimensional, enquanto que K_I tem como unidades MPa \sqrt{m} no sistema internacional.



Figura 6.5 - Solução do problema de um furo elíptico e de uma trinca.

No caso particular da geometria de um orifício elíptico em uma placa infinita, $K_t = 1 + 2\sqrt{a/\rho}$. Logo temos $\sigma_{max} = \sigma_0 (1 + 2\sqrt{a/\rho})$. Substituindo na equação (6.19), resulta

$$K_{I} = \lim_{\rho \to 0} \sigma_{0} \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \sqrt{\rho} \frac{\sqrt{\pi}}{2}; K_{I} = \lim_{\rho \to 0} \sigma_{0} \sqrt{\rho} \frac{\sqrt{\pi}}{2} + \lim_{\rho \to 0} \sigma_{0} \sqrt{a} \sqrt{\pi}$$
(6.20)
$$K_{I} = \sigma_{0} \sqrt{\pi \cdot a}$$
(6.21)

Esta equação permite calcular um valor numérico, que é o valor do fator de intensidade de tensão, K_I. Este valor fornece uma maneira de quantificar o nível de solicitação que ocorre dentro do material situado à frente do extremo da trinca, unindo, em um único parâmetro, o efeito do

carregamento e do tamanho do defeito. Este relacionamento entre o nível de carga e o tamanho da trinca também surge na teoria de Griffith, através do seu critério para definir a condição crítica, para a instabilidade da trinca. Pelo critério de Griffith a falha ocorre quando

$$\sigma_{cr}^{2} \pi a = 2 E \gamma$$
,

ou seja, depende de uma constante que é característica do material, no caso, função do módulo de elasticidade e da densidade de energia de superfície. Comparando a expressão de Griffith com a equação (6.21), verificamos a semelhança que existe entre a expressão de K_I e a de Griffith, quando da condição crítica, de instabilidade da trinca. Isto nos leva à suposição, lógica, de que, no instante de instabilidade da trinca, o fator de intensidade de tensão atinge um valor limite, crítico para o material, denominado de tenacidade à fratura, K_{IC}, que, de acordo com a teoria de Griffith, é igual a raiz quadrada de 2 E γ ,

 $K_{IC} = \sqrt{2 \cdot E \cdot \gamma}$, segundo Griffith.

EXEMPLO 6.1

Para a geometria de Griffith, a solução exata do fator de concentração de tensão é a da expressão da figura 6.5, o que leva que o fator de intensidade de tensão é calculado a partir de

$$K_{I} = \lim_{\rho \to 0} \sigma_{0} (1 + 2\sqrt{a/\rho}) \sqrt{\rho} \sqrt{\pi} / 2$$

Neste exemplo vamos calcular um valor aproximado para o fator de intensidade de tensão, ou seja, sem levar a expressão acima ao limite, trabalhando com ρ pequeno, mas finito. Desta forma a tabela a seguir ilustra os valores numéricos para o caso em que 2a = 100 mm e σ_0 = 100 MPa. O valor exato para o fator de intensidade de tensão é 39,633 MPa \sqrt{m} . A última linha mostra a razão entre o valor aproximado e o exato. Com os valores numéricos torna-se evidente o que se está fazendo durante o proceso de limite, onde o valor calculado tende assintoticamente para o valor exato.

a/ρ	10	20	50	100	1000
K _t	7,325	9,944	15,142	21	64,246
ρ [m]	0,005	0,0025	0,001	0,0005	0,00005
$K_t \sqrt{\rho}$	0,518	0,497	0,479	0,470	0,454
K _I aproximado	45,907	44,045	42,450	41,653	40,235
Razão	1,158	1,111	1,071	1,051	1,015

O campo de tensões nas proximidades do extremo de uma trinca fica definido univocamente por K_I, equação (6.22) a seguir, desde que r << a, com a, r e θ definidos de acordo com a figura 6.6, sendo r e θ as coordenadas polares de um ponto próximo ao extremo da trinca, em relação a um sistema com origem no extremo da trinca.



Figura 6.6 - Estado de tensões em um ponto próximo da trinca.

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \begin{cases} 1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \end{cases}$$
(6.22)

Estas expressões são exatas apenas para r \Rightarrow 0, sendo uma boa aproximação com r << a, já que correspondem ao termo predominante de uma expansão em série da solução exata do problema. Na prática é aceitável usar as equações (6.22) para o cálculo das tensões para valores de r até 10% do tamanho da trinca, sem comprometer o resultado. O exemplo 6.2 ilustra de forma clara estes aspectos.



Figura 6.7 - Distribuição da tensão σ_v próxima à frente de uma trinca.

Como o campo de tensões à frente da trinca fica univocamente definido pelo valor do fator de intensidade de tensão, conforme evidenciado pelas equações (6.22), se considerarmos que o início da propagação da trinca, rompendo o material à sua frente, depende de um particular estado de tensões, no caso da ruptura por clivagem, ou de um particular estado de deformações plásticas, no caso de uma ruptura por crescimento de vazios, é lógico então supor que o início da propagação da trinca depende diretamente do fator de intensidade de tensão. Deve ser observado de que a introdução do conceito do fator de intensidade de tensão é uma nova maneira de atacar o problema, porém os aspectos físicos deste continuam idênticos, ou seja, as tensões continuam tendo um ponto de singularidade junto ao extremo da trinca, com r \Rightarrow 0, visto que este fato é uma característica do problema físico, não sendo eliminada com a definição de K₁. A grande diferença entre o fator de concentração de tensão e o fator de intensidade de tensão é de que este último define o estado de tensões em uma região próxima ao ponto de singularidade, que é o extremo da trinca, e não apenas a tensão no ponto mais solicitado, que neste caso não é relevante, como faz o fator de concentração de tensão.

EXEMPLO 6.2

Para a geometria de Griffith, a solução exata para a distribuição de tensões à frente da trinca, é fornecida pela expressão abaixo, com θ = 0, obtida a partir da teoria da elasticidade. Nesta equação z é a soma a + r.

$$\sigma_{y} = \frac{\sigma_{0}}{\sqrt{1 - a^{2}/z^{2}}}$$

A solução aproximada, conforme (6.22), é σ_v ', que pode ser escrita como:

$$\sigma_y' = \sigma_0 \sqrt{a/2r}$$

A relação entre as duas equações, σ_y' / σ_y , depende da posição relativa do ponto considerado, à frente da trinca, representada por r / a. A tabela abaixo mostra os valores, onde fica evidente a convergência de resultados, conforme o ponto se aproxima do extremo da trinca, e como o erro cresce rapidamente para r maior do que 10% de a.

r/a	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,50	1,00	2,00
σ _y '/σ	0,9926	0,9853	0,9642	0,9315	0,8740	0,7454	0,6124	0,2357

A solução aproximada apresenta valores cada vez menores da tensão porque no limite a tensão cai a zero, para pontos muito afastados da trinca, o que não corresponde às condições de contorno do problema, ou seja, σ_y deve tender ao valor da tensão nominal, σ_0 , como ocorre com a solução exata do problema.

A partir da equação de σ_y , para θ = 0, segundo a equação (6.22), é possível obter uma outra definição para K₁, como sendo

$$K_{I} = \lim_{r \to 0} \sigma_{y} \sqrt{2\pi r}$$
(6.23)

sendo esta a definição mais usual para o fator de intensidade de tensão, adotada pela ASTM [12]. Deve ser salientado que todas as equações vistas estão baseadas em um comportamento elástico linear do material. A tensão σ_{z} , depende do estado de tensões no ponto.

$\sigma_{z} = 0$	estado plano de tensões	
-		(6.24)
$\sigma_z = v (\sigma_x + \sigma_y)$	estado plano de deformações	. ,

Das equações (6.22) o campo de tensões no extremo da trinca fica univocamente definido por K_I fortalecendo a justificativa de que K_{IC} é uma propriedade do material. Assim, se a ruptura inicia com um estado crítico de tensões à frente da trinca, este estado é caracterizado por K_I e logo a ruptura inicia com um valor crítico de K_I, denominado K_{IC}.
EXEMPLO 6.3

Vamos considerar um aço de alta resistência, que apresenta um comportamento macroscopicamente frágil quando da ruptura. Para um aço assim, valores típicos do módulo de elasticidade e da tenacidade à fratura, são: E = 200 000 MPa e K_{IC} = 40 MPa \sqrt{m} .

Desejamos saber qual o valor da sua densidade de energia de superfície. Para tal, vamos considerar a igualdade entre K_{IC} e $2 \cdot E \cdot \gamma$, como pode ser deduzido. Assim,

 $\gamma = \frac{K_{IC}^2}{2E}$

Substituindo os valores, resulta portanto,

$\gamma = 4,0 \text{ kJ} / \text{m}^2$

Este valor, para a densidade de energia de superfície, na realidade não é correto, tendo em vista que o mecanismo de fratura não é por clivagem, ou seja, a energia consumida no processo de fratura não é usada exclusivamente para a ruptura das ligações atômicas. Uma grande parte desta energia é usada para deformar plasticamente o material à frente da trinca, formando uma camada de material plastificado sobre a superfície rompida. Assim, quando da aplicação do critério de Griffith para materiais metálicos foi proposta uma modificação, onde é incluida uma parcela de energia consumida pelo trabalho de deformação plástica, junto à energia de superfície. Assim, para um acréscimo em da no tamanho da trinca, a energia consumida passa a ser

 $\gamma + \gamma_p$

sendo γ_p a energia correspondente à deformação plástica. O valor calculado de 4 kJ / m² é assim a soma da energia de superfície, elástica, com a energia plástica. No caso de materiais metálicos, com mecanismos dúteis de fratura, a parcela γ_p é predominante, enquanto que nos materiais com comportamento mais frágil, a energia de superfície γ é que predomina.

6.4 - FATOR GEOMÉTRICO E O PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

As expressões (6.19) e (6.23) consideram situações totalmente diversas para definir K_I, já que a primeira expressão parte de uma geometria onde a trinca, na realidade, é uma elipse e o processo de limite transforma a geometria para uma trinca. Já a equação (6.23) trata a geometria de uma trinca no material e faz o limite sobre o campo de tensões que se desenvolve próximo ao extremo da trinca, convergindo para este ponto. Por outro lado, o fator de intensidade de tensão calculado por K_I = $\sigma_0 \sqrt{(\pi a)}$ é válido apenas para a geometria de uma placa infinita com um carregamento ortogonal à fissura, ou seja, para a chamada geometria de Griffith. Para outras configurações geométricas, distintas desta, como as mostradas na figura 6.8, a formulação apresentada não é válida. Desta forma, o cálculo de K_I deve partir da definição geral, conforme a equação (6.19). A sua aplicação para outras geometrias é bastante facilitada com a definição do fator geométrico Y, como

$$Y = \lim_{t \to 0} (K_t / K_{te})$$
(6.25)

Na expressão (6.25) temos que K_t é o fator de concentração de tensão para a geometria de interesse e K_{te} é o fator de concentração de tensão para um orifício elíptico, equações (6.17) e (6.18).



Figura 6.8 - Limitações da aplicação da fórmula de K_I. Em todos os casos ilustrados o fator de intensidade de tensão não pode ser calculado como indicado pela equação (6.21).

O fator geométrico representa o quanto mais severa é a concentração de tensão da geometria de interesse, em relação à geometria de referência, ou seja, a de uma elipse em uma placa infinita, sob tração. Usando a definição do fator de intensidade de tensão conforme a equação (6.23), o fator geométrico pode ser interpretado como a maior ou menor severidade do campo de tensões, também de forma relativa.

A equação (6.19) pode ser reescrita como:

$$K_{I} = \lim_{\rho \to 0} \frac{K_{t}}{K_{te}} \sigma_{0} \sqrt{\rho} \sqrt{\pi} \frac{K_{te}}{2}$$

$$K_{I} = \lim_{\rho \to 0} \frac{K_{t}}{K_{te}} \cdot \lim_{\rho \to 0} \sigma_{0} \sqrt{\rho} \sqrt{\pi} \frac{K_{te}}{2}$$

O primeiro termo da equação acima está definido pela equação (6.25), e o segundo termo está definido pela equação (6.21). Com as devidas substituições,

$$K_{I} = Y \sigma_{0} \sqrt{\pi a}$$
(6.26)

- K₁ Fator de intensidade de tensão para a geometria;
- Y Fator geométrico;
- a Tamanho característico da trinca;
- σ_0 Tensão nominal na peça.

Assim, uma vez conhecido o fator geométrico para a configuração da peça, localização do defeito e tipo de carregamento, o uso da expressão (6.26) torna imediato o cálculo do fator de intensidade de tensão. Um resumo das geometrias, com seus correspondentes fatores geométricos, está colocado logo abaixo, nas tabelas 6.1 a 6.9. Para alguns outros casos o fator geométrico pode ser obtido do Apêndice 4, permitindo assim a determinação direta de K_I. O fator geométrico tem um valor normalmente próximo à unidade, sendo uma correção aplicada para calcular K_I para a geometria específica, em relação à geometria de Griffith, onde Y é unitário.

A tensão nominal a ser usada na equação (6.26) é geralmente calculada na área plena, sem considerar a existência da trinca, como indicado. Esta convenção é oposta ao que normalmente é feito na definição do fator de concentração de tensão, em que a tensão nominal é definida para a área líquida.

É importante salientar que para o caso de trincas internas o comprimento total é 2a, enquanto que para trincas superficiais o comprimento é apenas a, como nos casos das tabelas 6.1 e 6.2. Nas tabelas 6.5 e 6.6 deve ser observado que a força concentrada F_0 , é por unidade de espessura da placa, em unidades coerentes com as usadas para o tamanho da trinca e a tensão.

TABELA 6.1

Fator geométrico para placa de largura finita, com trinca central.

a/w	Y
0,1	1,01
0,2	1,03
0,3	1,06
0,4	1,11
0,5	1,19
0,6	1,30



TABELA 6.2

Fator geométrico para placa de largura finita, com trinca na borda.

a/w	Y
0,0	1,12
0,1	1,19
0,2	1,37
0,3	1,67
0,4	2,11
0,5	2,83



TABELA 6.3

Fator geométrico para placa com trinca na borda, sob flexão.

a/w	Y
0,1	1,02
0,2	1,06
0,3	1,16
0,4	1,32
0,5	1,62
0,6	2.10



TABELA 6.4

Fator geométrico para placa com trinca nas duas bordas, sob tração.

a/w	Y	
0,0	1,12	2 w
0,2	1,12	
0,3	1,13	
0,4	1,14	aa
0,5	1,15	
0,6	1,22	σ_0

TABELA 6.5

Fator geométrico para placa com força concentrada na trinca. A força F_0 é a força por unidade de espessura.





TABELA 6.6

Fator geométrico para placa com força concentrada, equilibrada pela tensão nominal no outro extremo. A força F_0 é a força por unidade de espessura.



TABELA 6.7

Fator geométrico para placa com duas trincas. a partir de um furo.

L/r	Y	
0,1	0,82	
0,2	0,98	
0,4	1,05	
0,6	1,05	2 a
1,0	1,02	
2,0	1,00	$] \sigma_0 $

TABELA 6.8

Fator geométrico para placa com trinca excêntrica.



TABELA 6.9

Fator geométrico para barra circular com trinca concêntrica.

a/D	Y
0,0	1,12
0,1	1,15
0,2	1,48
0,3	2,38
0,4	6,13
0,45	16,55



A figura 6.9 apresenta os modos de abertura da trinca, onde Y é o fator geométrico para cada tipo de carregamento. Estes modos de abertura da trinca são os modos básicos, de forma que uma situação geral de carregamento sobre um corpo trincado sempre pode ser decomposta nestes três modos. Para os casos usuais, podemos dizer que o modo I de solicitação é o mais perigoso, pois pode excitar o mecanismo de ruptura por clivagem, logo levando a uma ruptura frágil, com pequena absorção de energia no processo de fratura. Assim, em termos práticos, a grande maioria dos problemas e soluções apresentadas são para o modo I, daí surgindo a notação, universal, de K para o fator de intensidade de tensão no modo I de abertura da trinca. Para os outros modos o fator de intensidade de tensão correspondente é denominado de K II e K III.



Figura 6.9 - Modos de abertura da trinca, função da solicitação aplicada.

EXEMPLO 6.4

Uma situação bastante comum é a formação de trincas a partir de pontos de concentração de tensão, como por exemplo a nucleação nas bordas de um furo. A solução exata deste tipo de problema depende da geometria particular que se está analisando, o que muitas vezes dificulta obtermos uma solução na literatura. Uma maneira aproximada para o cálculo do fator de intensidade de tensão pode ser usada, considerando dois casos limites. No primeiro caso a trinca é muito pequena, quando comparada com as dimensões do detalhe que gera a concentração de tensão. Neste caso a trinca está totalmente imersa no campo de

tensões dominado por $\sigma_{máx}$, ou seja, para o tamanho da trinca o gradiente de tensões é muito suave. Para esta condição limite podemos usar o modelo onde a trinca é considerada como sendo uma trinca externa em uma placa sob tração, conforme Tabela 6.2.



Figura 6.10 - Modelos da geometria do exemplo 6.3.

A tensão nominal que atua sobre a trinca será a própria tensão $\sigma_{máx}$ devida à concentração de tensão. Assim, usando a nomeclatura da figura 6.10, o fator de intensidade de tensão será

K
$$_{\rm I}$$
 = 1,12 K $_{\rm t}\,\sigma_{0}\,\sqrt{\pi}$ a

e para uma concentração de tensão provocada por um furo circular, como K t = 3,0, vem:

$$K_I = 3,36 \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

Para comparar esta solução com os dados da Tabela 6.7, devemos usar uma nova definição para o tamanho da trinca, ou seja,

 $K_{I} = 3,36 \sigma_{0} \sqrt{\pi L}$

e como L = a - r, definindo a constante α = L / r, o fator de intensidade de tensão será

$$K_{I} = 3,36 \sqrt{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

Esta expressão é exata para L tendendo a zero, ou, o que é equivalente, α tendendo a zero. A tabela abaixo fornece os valores do fator geométrico correspondente a esta expressão aproximada e os valores da solução exata, conforme Tabela 6.7.

No caso de trincas longas, com L > r ou α > 1, a existência do furo é irrelevante, ou seja, é como se houvesse apenas a trinca na chapa. Neste caso o fator de intensidade de tensão é calculado como

$$K_{I} = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

ou seja, Y é unitário, pois recaimos na geometria de Griffith. Este valor constante é portanto independente de α .

α	0,01	0,05	0,10	0,20	0,40	0,60	1,00	2,00
Y _{APROX}	0,334	0,733	1,01	1,37	1,79	2,05	2,37	2,74
Y _{EXATO}	0,326	0,646	0,82	0,98	1,05	1,05	1,02	1,00



Figura 6.11 - Soluções para o fator geométrico do exemplo 6.3.

Das curvas da figura 6.11 fica evidente que a aproximação para trincas curtas deve realmente ser limitada para $\alpha < 0,1$, e que a solução para trincas longas apresenta bons resultados já para $\alpha > 0,2$. Estes valores particulares de α são, no entanto, específicos para a geometria tratada.

EXEMPLO 6.5

Uma geometria de defeito que se apresenta com bastante frequência em problemas práticos tridimensionais é o de uma trinca com projeção elíptica, ou semi elíptica. Neste caso o fator de intensidade de tensão varia ao longo da frente da trinca, como este exemplo mostra.



Figura 6.12 - Situações de geometria para uma trinca elíptica. Modo I.

A solução para o fator geométrico para trincas de projeção elíptica, em um plano perpendicular à direção de carregamento, modo I, figura 6.12, é fornecida pelas expressões:

Trinca elíptica interna:	$Y = \frac{1}{\phi} f(\beta)$
Trinca circular interna:	$Y = \frac{2}{\pi}$
Trinca semi elíptica na face:	$Y = 1,12 \frac{1}{\phi} f(\beta)$
Trinca um quarto de elípse, na aresta:	$Y = 1,12^{2} \frac{1}{\phi} f(\beta)$

Estas expressões fazem uso da integral elíptica do segundo tipo, ϕ , que depende da relação entre os semi-eixos da elípse, conforme a tabela abaixo.

a/c	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
¢	1,00	1,02	1,05	1,10	1,15	1,21	1,28	1,35	1,42	1,49	1,57

 $f(\beta) = [\sin^2 \beta + (a/c)^2 \cos^2 \beta]^{1/4}$

Quanto à função $f(\beta)$, esta caracteriza a variação do fator geométrico, e logo do fator de intensidade de tensão, ao longo da borda da trinca, ou seja, a solicitação na frente da trinca é variável ponto a ponto, ao contrário dos casos vistos até agora, onde a solicitação na borda da trinca era independente do ponto considerado.



O cálculo da função depende do ângulo β , que é obtido com o uso de uma circunferência auxíliar, circunscrita à elipse, conforme indicado pelo esquema ao lado. Pela expressão da função f(β), vemos que esta assume um máximo, igual à unidade, para pontos sobre o semi eixo menor da elipse, ou seja, $\beta = 90^{\circ}$, atingindo um mínimo para os pontos sobre o semi eixo maior, $\beta = 0^{\circ}$. Desta forma os pontos mais propensos a iniciar a propagação da trinca são os pontos próximos aos extremos do semieixo menor, aumentando este, fazendo com que a trinca elíptica tenda assim a uma trinca

circular, onde $f(\beta)$ é constante ao longo de todo o perímetro da trinca, como pode ser visto, fazendo a = c na expressão de $f(\beta)$. Uma geometria de trinca semi elíptica é bastante comum em peças onde a trinca tem origem a partir de um defeito superficial, que nucleia a trinca e esta vai penetrando no material.



Figura 6.13 - Geometria do exemplo 6.5.

EXEMPLO 6.6

Calcular o fator de intensidade de tensão, K $_{\rm I}$, para a geometria e o carregamento que estão indicados na figura 6.13.

SOLUÇÃO:

O fator de intensidade de tensão para esta geometria é dado pela equação (6.26), onde Y é obtido conforme o exemplo 6.5 acima, no caso para uma trinca semi elítica.

 $Y = 1,12 \frac{1}{\phi} f(\beta)$

onde

$$a = 2,5 \cdot 10^{-3} m$$

 $2c = 15 \cdot 10^{-3} m$

e ϕ é uma integral elíptica do segundo tipo, que é função de a/c, conforme a tabela do exemplo 6.5. Para a/c = 0,33 e interpolando os valores da tabela obtemos ϕ de 1,1150. Para esta mesma geometria, vem que

$$f(\beta) = [sen^2 \beta + (a/c)^2 cos^2 \beta]^{1/4}$$

e calculando para $\beta = \pi / 2$, no fundo do entalhe, onde ocorrerá o máximo valor de Y, resulta f(β) = 1. Logo Y = 1,003 e assim

$$K_{I} = 1,003 \cdot \sigma_{0} \sqrt{\pi} \cdot a$$

A tensão nominal é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{M_f}{W_f}$$

$$W_{f} = \frac{R_{e}^{4} - R_{i}^{4}}{4R_{e}}$$

 $W_{f} = 89 289 \text{ mm}^{3}$

$$\sigma_{f} = \frac{1}{8} \frac{(20000) \cdot (1500)}{89289}$$

$$\sigma_{f} = 42 \text{ MPa}$$

$$K_{I} = 1,003 \cdot 42\sqrt{\pi \cdot 0,0025}$$

$$K_{I} = 3,73 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$$

PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

Como a solução de K_I é baseada no comportamento elástico linear do material, é possível o uso do princípio da superposição de efeitos. O seu uso permite a solução de muitos problemas pela combinação de soluções já conhecidas, sejam soluções de uma mesma geometria, submetida a diferentes carregamentos, ou diferentes geometrias, com uma superposição de condições de contorno. Os exemplos que seguem permitem que se tenha uma visão da metodologia e da potencialidade da aplicação do princípio da superposição.



Figura 6.14 - Geometria da trinca do exemplo 6.7 e sua decomposição em soluções conhecidas.

EXEMPLO 6.7

Determinar o fator de intensidade de tensão para uma trinca central com carregamento de pressão interna atuando nas suas faces, conforme figura 6.14.

SOLUÇÃO:

Este problema pode ser resolvido pelo princípio da superposição, considerando as três geometrias ilustradas na figura 6.14. O caso número 3 é de uma placa sem trinca, logo o fator de intensidade de tensão é nulo. As duas outras situações são para uma placa com trinca central, onde a presença da trinca, no caso 2, está sendo compensada pelas tensões atuantes nas faces desta trinca, na geometria 1, fazendo o papel que o material deveria realizar, na transferência de carga da parte superior para a parte inferior, na região trincada. Deste modo a superposição das geometrias 1 e 2, com as correspondentes condições de carregamento, equivale a uma placa sem trinca. Assim é possível escrever, como K $_3 = 0$,

$$K_3 = K_1 + K_2$$
$$K_1 = -K_2$$
$$K_2 = -\sigma_0 \sqrt{\pi \cdot a}$$

E logo,

$$K_{I} = \sigma_{0} \sqrt{\pi \cdot a}$$



Figura 6.15 - Geometria do exemplo 6.8, obtida como a superposição de três casos.

EXEMPLO 6.8

Determinar o fator de intensidade de tensão para uma trinca que inicia em um orifício de rebite, onde este suporta a carga transmitida pelo painel, conforme figura 6.15.

SOLUÇÃO:

Vamos novamente decompor a situação sob análise em outras situações já conhecidas, como mostra a figura 6.15. Os casos 2 e 3 estão colocados nas tabelas 6.1 e 6.5, tendo assim soluções conhecidas. Colocando a solicitação do material em termos do fator de intensidade de tensão, podemos escrever

$$K_1 = K_2 + K_3 - K_4$$

Porém, em termos da solicitação no extremo da trinca a quarta situação é idêntica à primeira, ou seja, $K_1 = K_4$, e assim

$$K_1 + K_4 = K_2 + K_3$$

2 · K₁ = K₂ + K₃

Porém,

$$K_{2} = \sigma_{0} \sqrt{\pi} a$$

$$K_{3} = \frac{F_{0}}{\sqrt{\pi} a}$$

$$K_{1} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} a \left(\sigma_{0} + \frac{F_{0}}{\pi} a\right)$$

$$K_{1} = \sigma_{0} \sqrt{\pi} a \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\overline{\sigma}}{\pi \sigma_{0}}\right)$$

Usando a definição do fator geométrico, é possível escrever

$$Y = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\overline{\sigma}}{\pi \sigma_0} \right)$$

onde a tensão $\overline{\sigma}$ é dada abaixo, lembrando que F₀ é força por unidade de espessura da placa que forma o painel considerado.

$$\overline{\sigma} = \frac{F_0}{a}$$

EXEMPLO 6.9

Determinar K_I para a geometria e carregamento ilustrados na figura 6.16. Adotar um valor $\sigma_{\rm E}$ = 560 MPa. Considerar, para a força F que está atuando, o valor da força de plastificação da seção, reduzida por um coeficiente de segurança n = 2,5.

SOLUÇÃO:

A força de trabalho será a força de plastificação da seção líquida dividida por n.

 $F = F_P / n$

onde:

F = força de trabalho.

F_P = força de plastificação.

n = coeficiente de segurança.

Desta forma a força de plastificação, na seção líquida, é

 $F_P = 70 \cdot 12,7 \cdot 560 = 498 \text{ kN}$

e a força de trabalho, F = 498 / 2,5 = 199 kN. Deste modo a tensão nominal vale

 $\sigma_0 = 131 \text{ MPa}$

O problema a ser resolvido é esquematizado no diagrama de corpo livre da figura 6.17. O fator geométrico Y deste problema pode ser aproximado pelo esquema da geometria da tabela 6.6, desde que consideremos a trinca como longa, como discutido no exemplo 6.4.

$$K_{I} = \sigma_{0} \sqrt{\pi a} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\overline{\sigma}}{\pi \sigma_{0}} \right)$$

com

 $2a = 50 + 2 \cdot 7 = 64 \text{ mm}$

$$\sigma_0 = 131 \text{ MPa}$$

F = 15,57 kN / mm

Assim, temos

K _I = 45,5 MPa√m



Figura 6.16 - Geometria do exemplo 6.8.



Figura 6.17 - Diagrama do corpo livre do exemplo 6.7.

6.5 - EFEITO DE DEFORMAÇÕES PLÁSTICAS.

Conforme visto quando estudamos a distribuição de tensões na região próxima ao extremo da trinca, dada pelas equações (6.22), se a distância r \rightarrow 0, então a tensão σ_y tende a infinito. Deste modo, para um material elastoplástico, ocorre um escoamento na região próxima à ponta da trinca, levando assim a uma redistribuição de tensões no local. A formação desta região plastificada contribui para aumentar a tenacidade do material, pois corresponde a um maior consumo de energia antes da ruptura, embora comprometa uma análise elástica do problema da fratura.



Figura 6.18 - Comportamento elastoplástico ideal para o material.

Para um comportamento elastoplástico ideal, como o esquematizado na figura 6.18, é possível estimar o comprimento da zona plastificada, usando um critério de escoamento. Para isto partimos da equação de σ_y , equação (6.22), com $\theta = 0$. Considerando que o material esteja em um estado plano de tensões e adotando a teoria da máxima tensão cisalhante como critério de escoamento, este ocorre quando $\sigma_y = \sigma_E e$ podemos ter assim, para o ponto onde ocorre a igualdade,

$$\sigma_{\rm E} = \frac{K_{\rm I}}{\sqrt{2\,\pi\,r_{\rm p}}} \tag{6.27}$$

sendo r_p a distância do extremo da trinca até o ponto considerado.

A distribuição de σ_v , para o comportamento elástico, está mostrado na figura 6.19, abaixo. Porém é possível, neste caso, termos ou um estado plano de tensões ou um estado plano de deformações, logo o raio de plastificação para cada uma destas condições tem valores diferentes, como será mostrado a seguir. Esta diferença é decorrência da restrição à deformação plástica, que ocorre em um estado plano de deformação, pelo surgimento da tensão transversal, provocada por este estado de tensões. Esta restrição à deformação plástica faz com que a tensão necessária para provocar o escoamento seja maior, o que ocorre mais próximo ao extremo da trinca. Desta forma, em um estado plano de deformações a tensão σ_v é aproximadamente $\sqrt{3}$ σ_E e, assim, a região em que ocorre o escoamento fica mais próxima ao extremo da trinca, o que se traduz em um menor raio de plastificação. Para os dois estados de tensão, os raios de plastificação são dados pelas equações (6.28) e (6.29). O raio de plastificação no estado plano de deformações é da ordem de três vezes menor do que o correspondente raio para um estado plano de tensões.



Figura 6.19 - Distribuição das tensões σ_v na extremidade da trinca.

- Raio de plastificação com um estado plano de tensões (EPT)

$$r_{p} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{I}}{\sigma_{E}}\right)^{2}$$
(6.28)

- Raio de plastificação num estado plano de deformações (EPD)

$$r_{p} = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_{I}}{\sigma_{E}}\right)^{2}$$
(6.29)

A espessura da peça pode ser usada para definir, de modo aproximado, o estado de tensões, de acordo com a discussão que segue. Se a peça for de grande espessura, ou seja, tiver uma espessura maior que um valor mínimo, B mín, então o material à frente da trinca está num estado plano de deformações, o que corresponde a um raio de plastificação obtido pela equação (6.29). A espessura mínima para garantir um EPD está justamente definida em função do raio de plastificação, pois o tamanho da zona plastificada, relativamente à espessura da peça, indica o grau de restrição à deformação plástica no sentido transversal à direção de propagação da trinca. Assim, um pequeno raio de plastificação dificulta a contração transversal, enquanto que um grande raio facilita a contração plástica, relaxando as eventuais tensões transversais que tenham se formado. A espessura mínima para garantir um estado plano de deformação é da ordem de 50 vezes o raio de plastificação em um EPD, equação (6.30). Se a espessura for menor que o valor mínimo, podemos estar em um estado misto, ou então em um estado plano de tensões. Este último ocorrerá sempre nas superfícies livres do material, mas para que os pontos internos também estejam em um estado plano de tensões, ou seja, σ_7 = 0, a espessura deve ser pequena, comparada com a zona plástica, de modo que o material possa escoar transversalmente também, desenvolvendo a deformação ε_7 , necessária para uma tensão transversal nula. Para garantir um estado plano de tensões a peca deve ser suficientemente fina, ou seja, ter uma espessura menor que uma espessura máxima, B máx, da ordem de duas vezes o raio de plastificação em um EPT, resultando assim na equação (6.31). Para os casos onde a espessura é maior que B máx, mas menor que B mín, o estado de tensões dentro do material será um estado misto, intermediário entre as duas situações.

$$B_{min} = 2.5 (K_I / \sigma_E)^2 \quad (minimo \text{ para garantir EPD}) \tag{6.30}$$

$$B_{max} = 0.3 (K_I / \sigma_E)^2$$
 (máximo para garantir EPT) (6.31)



Figura 6.20 - Efeito da espessura sobre a zona plastificada na frente da trinca.

A redistribuição de tensões, na região próxima ao extremo da trinca, provocada pelo escoamento do material, faz com que tenhamos um deslocamento para a direita da curva de σ_y , como está mostrado na figura 6.21. Pode-se mostrar que este deslocamento é igual a r_p, para que a condição de equilíbrio seja satisfeita entre a distribuição de tensões com escoamento e o carregamento externo aplicado, ao menos para a geometria de Griffith. Assim a distribuição de tensões σ_y será assintótica a um eixo transladado de r_p, ou seja, é como a distribuição elástica de uma trinca com comprimento igual a a + r_p. A soma (a + r_p) é denominada comprimento de trinca equivalente, segundo Irwin, ou seja,

$$a_{eq} = a + r_{p}$$

(6.32)

onde r_p é dado pela equação (6.28), ou (6.29), dependendo do estado de tensões. A idéia ao definir o comprimento da trinca equivalente é de permitir uma análise elástica em uma geometria com uma trinca levemente maior, que forneça a mesma distribuição de tensões que o caso real, com a trinca física, porém com escoamento. A figura 6.21 esquematiza o comentado. Com o deslocamento para a direita da curva de σ_y , o comprimento real da zona plastificada passa a ser de duas vezes o raio de plastificação, gerando assim uma região plastificada de forma aproximadamente circular, com raio igual a r_p, como mostra a figura 6.21.



Figura 6.21 - Redistribuição de tensões devido ao escoamento.

Com a correção da zona plástica, definindo a trinca equivalente, é possível estender um pouco o campo de validade da MFEL (Mecânica da Fratura Elástica Linear), desde que r _p seja pequeno em relação ao tamanho da trinca, a, ou ao ligamento, b, que corresponde a parte não rompida, (b = W - a), indicados na figura 6.22. Assim, para que possamos usar a MFEL em condições com plastificação, é necessário que tenhamos um volume suficiente de material elástico à frente da trinca, ou seja, que r_p seja pequeno quando comparado com o ligamento. Uma orientação neste sentido pode ser de considerar um raio de plastificação de no máximo 5% da dimensão do ligamento, e assim a zona plastificada, de extensão 2r _p, ocupa no máximo 10% do material à frente da trinca. Esta restrição se impõe pela necessidade de termos um volume suficiente de material elástico à frente da trinca, de modo a validar o cálculo elástico. Por outro lado, a restrição de que o raio não pode ser grande, guando comparado com o tamanho da trinca, está diretamente ligada às equações (6.22), das guais as expressões para o cálculo do raio de plastificação foram obtidas. Assim, se aquelas equações são válidas apenas para pontos próximos ao extremo da trinca, o mesmo se aplica para qualquer outra equação deduzida a partir daquelas. Estes aspectos são de fundamental importância na determinação experimental da tenacidade à fratura do material, de modo a controlar as condições em que os ensaios são realizados. Estes pontos serão discutidos na seção 6.7 que segue.



Figura 6.22 - Dimensões características da trinca e da placa.

Com o conceito de trinca equivalente é possível analisar um problema onde temos uma trinca, com comprimento físico a, em um material elastoplástico, usando as equações da MFEL, através do uso de um problema similar, onde agora a trinca tem um tamanho um pouco maior, igual a a_{eq} , mas em um material elástico. Sendo assim, o cálculo do fator de intensidade de tensões K_I, usando o conceito da trinca equivalente a_{eq} , fica:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{I}} = \mathbf{Y}(\mathbf{a}_{\mathrm{eq}}) \cdot \boldsymbol{\sigma}_{0} \cdot \sqrt{\boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{a}_{\mathrm{eq}}}$$
(6.33)

Nesta equação o fator geométrico deve também ser obtido para o tamanho corrigido da trinca, e não para o seu tamanho físico.

EXEMPLO 6.10

2a = 200 mm 2W = 400 mm

 σ_0 = 100 MPa

Determinar r $_{\rm p}$ e K $_{\rm I}$ para a placa ilustrada na figura 6.23, onde temos os dados abaixo. Considerar um material com espessura igual a 2 mm e com uma tensão limite de escoamento de 300 MPa.



Figura 6.23 - Exemplo 6.10.

SOLUÇÃO:

Considerando o material como elastoplástico ideal podemos prever que a zona na ponta da trinca vai escoar, logo a determinação do K₁ deve levar em conta este fato.

A verificação do estado de tensões é feita comparando a espessura com os valores limites, $B_{máx}$ e $B_{mín}$,

$$B_{min} = 2.5 (K_I / \sigma_E)^2$$

 $B_{max} = 0.3 (K_I / \sigma_E)^2$

sendo que K₁ é dado por:

 $K_{I} = Y(a_{eq}) \cdot \sigma_{0} \cdot \sqrt{\pi \cdot a_{eq}}$

Para a / W = 0,5 vem Y = 1,19, tabela 6.1, e logo,

$$K_{I} = (1,19) \cdot (100) \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,1}$$

 $K_I = 66,7 \text{ MPa}\sqrt{m}$

Substituindo este valor nas equações acima, tem-se:

 $B_{min} = 123,6 \text{ mm}$

 $B_{max} = 14.8 \text{ mm}$

Uma vez que t = 2 mm, temos que t << $B_{máx}$, logo ocorre um estado plano de tensões no material. A partir deste dado, a equação para a determinação do raio de plastificação será dada por:

$$r_{p} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{I}}{\sigma_{E}} \right)^{2}$$

 $r_{p} = 7,9 \text{ mm}$

Com este resultado, o comprimento equivalente da trinca será

a _{eq} = 100 + 7,9

a _{eq} = 107,9 mm

A partir de a _{eq} calculamos o fator de intensidade de tensão, usando a trinca equivalente:

 $a_{eq} / W = 0,54$

Interpolando os dados da tabela 6.1, Y = 1,234, e logo,

$$K_{I} = 1,234 \cdot 100 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,1079}$$

 $K_1 = 71,54 \text{ MPa}\sqrt{m}$

Recalculando r _p , temos

r _p = 9,1 mm

onde o processo de iteração é realizado até que haja convergência dos resultados.

6.6 - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TENACIDADE

A determinação experimental do valor crítico do fator de intensidade de tensão, K_{IC}, que leva à condição de instabilidade da trinca, que de acordo com a teoria de Griffith vale $(2 \ge \gamma)^2$, deve ser feita pelo ensaio de um corpo de prova no qual exista uma trinca. Assim, medindo a carga no instante da instabilidade podemos calcular K IC para esta combinação de carga e de geometria, usando por exemplo a equação (6.26), o que corresponde a uma estimativa do valor de K ₁₀. No entanto, a determinação experimental da tenacidade à fratura não é tão imediata assim, havendo uma série de requisitos e condições para realizar um ensaio válido. A especificação E-399 da ASTM, [1], detalha todo o procedimento do ensaio, bem como a análise dos resultados para ao final chegarmos ao valor de K_{IC}. De forma resumida, o ensaio consiste na aplicação de uma carga, com baixa velocidade de carregamento, registrando-se ao mesmo tempo a intensidade da carga e a abertura da trinca junto à superfície do corpo de prova. Esta carga é aplicada até a ruptura do material ou instabilidade da trinca. O corpo de prova, anteriormente ao ensaio, deve ter sofrido uma solicitação de fadiga para provocar uma trinca aguda no fundo do entalhe usinado. Para que o ensaio seja considerado válido, uma série de verificações sobre como transcorreu o ensaio devem ser feitas, conforme discutido no texto a seguir.

ETAPAS DE VERIFICAÇÃO DO ENSAIO DE K_{IC}.

- Pré-fissuramento por fadiga. A carga cíclica deve satisfazer a condição $K_{máx} < 0.6 K_{IC}$ de forma a limitar o volume de material com deformação plástica e logo com tensões residuais compressivas no extremo da trinca. Estas tensões, se não forem eliminadas com a deformação plástica do ensaio de ruptura, levam a valores de tenacidade superiores ao real, para o material isento de tensões. O

comprimento da parte rompida por fadiga deve ser ao menos 2,5% de W ou então 1,3 mm, o que for maior.

- Realização do ensaio: São úteis apenas os ensaios que resultarem num diagrama F x V quase linear, onde V é o deslocamento medido, na boca da trinca, ou próximo a ela, e F é a carga aplicada.

- É necessária ainda uma boa linearidade da frente do extremo da trinca, ou seja, um desvio máximo de 10% em relação à linha média da frente da trinca. Trincas muito curvas invalidam o ensaio, pois as expressões para o cálculo do fator de intensidade de tensão consideram uma trinca com frente retilínea. O mesmo se aplica no caso de uma trinca com a frente inclinada.

- Cálculo de K_Q , uma tentativa do valor de K_{IC} , usando as expressões adequadas à geometria do corpo de prova usado, conforme as geometrias padrão, detalhadas no Apêndice 4.

- Verificação de dimensões mínimas. As três dimensões básicas da seção que contêm a trinca devem satisfazer

 $(B; a; W - a) > 2,5 (K_Q / \sigma_E)^2$

- Se forem satisfeitas todas estas condições então K_{Q} , como calculado acima, é a tenacidade à fratura do material, ou seja, é K_{IC} .

No caso de B < 2,5 (K $_{\rm IC}$ / $\sigma_{\rm E}$) , não estamos em um estado plano de deformações e aqui o valor de K_Q calculado é denominado de K_C e não K_{IC}. Para esta situação, verifica-se que K_C é uma função da espessura B do corpo de prova, como ilustrado na figura 6.24. Esta dependência é função do estado de tensões à frente da trinca. Para espessuras de peça, maiores que B_{mín}, temos um estado plano de deformações que faz com que a ruptura seja plana, no plano que contém a trinca, desenvolvendo-se os modos de ruptura por clivagem, no caso de uma ruptura microscopicamente frágil ou por coalescimento de vazios, no caso de uma ruptura dútil. Este tipo de ruptura plana ocorre com pequeno deslocamento do corpo de prova, levando a um baixo consumo de energia quando da ruptura. Conforme a peça passe a ter uma espessura menor, saímos de um estado plano de deformações e nos aproximamos de um estado plano de tensões. Neste caso, com espessuras menores que a espessura limite para assegurar um EPT, chamada de B_{máx}, a fratura normalmente ocorre em um plano que forma um ângulo de 45°, com um grande trabalho de deformação plástica, por um mecanismo de cisalhamento, o que leva a um grande consumo de energia para levar o material à ruptura. Assim, para pequenas espessuras, a tenacidade à fratura é elevada, fazendo com que K_c, em um EPT, seja significativamente maior do que o valor de K_{IC}. Em situações onde a espessura está entre as duas condições limites, temos que a fratura é do tipo misto, sendo chanfrada na região próxima às superfícies livres, onde predomina um EPT, e plana na região central, onde a situação tende a um EPD.

O tamanho da trinca deve ser também maior que B_{min} , de forma a garantir que a região plastificada, onde ocorre o processo de fratura, esteja dentro do domínio do campo da singularidade, caracterizado por K_I , segundo (6.22). O ligamento deve também ser maior que B_{min} , para assegurar um volume de material elástico a frente da trinca suficiente de modo a validar a análise com base em um comportamento elástico.



Figura 6.24 - Variação de K_C com a espessura do corpo de prova.



Figura 6.25 - Corpo de prova CT com o tamanho admissível da zona plástica.

EXEMPLO 6.11

Verifique se o ensaio com o corpo de prova do tipo CT como o ilustrado na figura 6.26 é válido, sabendo que $\sigma_{\rm E}$ = 750 MPa.

SOLUÇÃO:

As características do fator geométrico deste corpo de prova são dadas na geometria 18, Apêndice 4, sendo válidas para

H = 1,2 W

0,3 < a/W < 0,7

$$K_Q = \frac{F}{B \sqrt{W}} Y$$



Figura 6.27 - Curva F x V obtida no exemplo 6.11.

Preferencialmente as dimensões são escolhidas tais que a / W \approx 0,5, ou seja, a \approx W - a. Para este tipo de corpo de prova, o fator geométrico é dado por:

a/W	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
Y	5,85	6,50	7,32	8,34	9,60	11,26	13,54	16,78	21,54

As dimensões do corpo de prova são a = 26,3 mm, W = 50,0 mm e B = 25,0 mm. Usando a tabela acima e interpolando resulta Y = 10,4.

Do diagrama F x V obtido temos a força máxima F = 38,3 kN. Então

$$K_Q = \frac{38,3}{0,025 \sqrt{0,050}}$$
 10,4 = 71253 = 71,2 MPa \sqrt{m}

 $B_{min} = 2.5 (K_Q / \sigma_E)^2 = 0.0226m = 22.6 mm$

Logo as dimensões satisfazem o critério da ASTM, de serem maiores que B $_{mín}$ e assim, K $_{\rm IC}\,$ = 71,2 MPa $\sqrt{m}.$

Quando o material é muito tenaz, ou seja, possui um elevado K_{IC}, a restrição de espessura da ASTM pode levar a um corpo de prova muito grande, inviabilizando o ensaio. No caso de aços de baixo e médio carbono chegamos facilmente a um B_{mín} de 500 mm ou mais. Assim,

desenvolveram-se outras técnicas de medida da tenacidade, com base em estudos mais aprofundados do comportamento elastoplástico do material nas proximidades do extremo da trinca. Um destes desenvolvimentos é a denominada integral J, derivada a partir de conceitos de energia de deformação. No caso particular de um corpo de prova de flexão em três pontos, o valor da integral J é dado por

$$J = \frac{A}{2 \cdot B \cdot b}$$
(6.36)

sendo A a área sob a curva carga-deslocamento, que representa o trabalho realizado, e B \cdot b é a área não rompida à frente da trinca. Para o corpo de prova do tipo CT, a expressão é igual, à exceção do valor numérico no denominador, que varia entre 2,2896 e 2,1042, conforme a tabela a seguir.

a/W	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
f	2,2896	2,2650	2,2392	2,2126	2,1858	2,1586	2,1314	2,1042

Dentro da Mecânica da Fratura Elástica Linear, a integral J está relacionada com K_I para um estado plano de deformações, na forma

$$J_{I} = \frac{K_{IC}^{2}}{E \cdot (1 - v^{2})}$$

Se existe um valor de K_{IC}, verifica-se assim que existe um J_{IC} correspondente. O principal uso da integral J é na determinação de J_{IC}, a partir de corpos de prova de tamanho reduzido, pois pela ASTM E-813 a espessura mínima para o ensaio de J_{IC} ser válido é,

$$B_{J} = 25 J_{IC} / \sigma_{E}$$
(6.37)

sendo recomendada a relação

$$\kappa_{\rm I}^{\,2} = J \, \mathsf{E} \tag{6.38}$$

Assim, para as restrições da ASTM, a relação entre as espessuras mínimas de um ensaio de K $_{\rm IC}$ e J $_{\rm IC}$ é

$$\frac{\mathsf{B}_{\mathsf{K}}}{\mathsf{B}_{\mathsf{J}}} = 0, 1 \cdot \frac{\mathsf{E}}{\sigma_{\mathsf{E}}} \tag{6.39}$$

Exemplificando para um aço de $\sigma_{\rm E}$ = 500 MPa, B_K/B_J = 40, uma sensível redução de tamanho no corpo de prova requerido.



Figura 6.28 - Determinação experimental de J_{IC}, valor crítico da integral J.

O ensaio para medir J _{IC} deve ser feito com o uso de vários corpos de prova, onde cada corpo de prova ensaiado não precisa ser levado à ruptura, ou seja, a carga aplicada é suficiente apenas para uma pequena propagação estável da trinca. Assim, cada corpo de prova tem o valor de J, calculado pelo trabalho realizado pelo sistema de aplicação de carga, bem como um valor do crescimento da trinca, Δa . O conjunto de resultados é registrado em um gráfico e uma reta é ajustada ao pontos experimentais. A interseção desta reta com a reta da equação (6.40), que fornece o valor de J em função do crescimento da trinca, sem que ocorra portanto ruptura do material, fornece agora o valor de J _{IC}, conforme mostra a figura 6.28.

$$J = 2 \Delta a \sigma_{E}$$
(6.40)

Além dos testes padronizados para a determinação de K $_{IC}$ e de J $_{IC}$, a ASTM desenvolveu outras especificações, como a E 1737, de 1996,

para o ensaio de J_{IC}, a especificação E 1290, de 1989, para o ensaio de COD, e finalmente a E 1820, que é uma especificação para a determinação simultânea, usando apenas um corpo de prova, de K_{IC}, J_{IC} e COD, de forma unificada. No caso da determinação da tenacidade à fratura de materiais plásticos a norma aplicável é a D 5045 de 1999.

Uma maneira muito útil de estimar a curva K _{IC} versus temperatura, sem recorrer a ensaios de custo elevado, é a partir da curva de energia absorvida no ensaio Charpy, juntamente com os dados do ensaio de tração, para diversos níveis de temperatura. Os passos abaixo ilustram o método.

1 - Na maior temperatura com 100% de ruptura frágil, adotar

 $K_{IC} = 0,45 \sigma_E$ unidades ksi $\cdot \sqrt{in}$; ksi

2 - Na menor temperatura 100% dútil, usar a correlação K $_{\rm IC}$ - CVN no patamar superior de tenacidade, pondo

 $\left[\frac{K_{IC}}{\sigma_{E}}\right]^{2} = 5 \cdot \left[\frac{CVN}{\sigma_{E}} - 0,05\right] \qquad \text{ com unidades ksi} \cdot \sqrt{\text{in, ksi, lb-ft}}$

3 - Na temperatura de transição da aparência da fratura (FATT) considerar K $_{\rm IC}$ como a média aritmética entre os dois valores acima.

4 - Na temperatura de -320° F adotar K _{IC} = 25 ksi \sqrt{in} .

5 - Unir os pontos obtidos por segmentos de retas e manter K $_{\rm IC}$ constante no patamar superior.

A figura 6.29 relaciona a previsão acima com dados experimentais, no caso para um aço Ni - Cr - Mo - V, típico para a construção de grandes rotores de turbinas.



Figura 6.29 - Estimativa de $K_{\rm IC}$ pelo ensaio Charpy.

CAPÍTULO 7

MECÂNICA DA FRATURA ELASTOPLÁSTICA

A aplicação da Mecânica da Fratura Elástica Linear, MFEL, está limitada a situações onde a plastificação é restrita, pequena quando comparada com as dimensões da trinca e do ligamento. Ocorre que em muitas situações práticas as limitações da MFEL não podem ser respeitadas, tendo em vista que grande parte dos materiais com que muitas peças e estruturas são fabricadas apresentam uma tenacidade de média a alta. Apenas nos casos de materais de alta dureza e grande resistência mecânica, em que um comportamento do tipo frágil se verifica, é que a MFEL pode ser diretamente aplicada. Em outros casos a sua aplicação pode ser um pouco extendida com o uso do conceito da trinca elástica equivalente.

7.1 - LIMITAÇÕES DA MFEL

As limitações da Mecânica da Fratura Elástica Linear podem ser visualizadas a partir da equação da tensão de falha, derivada da expressão (6.26), fazendo $K_{I} = K_{IC}$,

$$K_{\rm IC} = Y \cdot \sigma_{\rm c} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \tag{7.1}$$

ou seja,

$$\sigma_{\rm c} = \frac{{\sf K}_{\rm IC}}{{\sf Y} \cdot \sqrt{\pi \cdot {\sf a}}}$$
(7.2)

Esta é a tensão crítica que leva o material à falha, ou tensão de falha, conforme previsto pela Mecânica da Fratura Elástica Linear, MFEL. Observando o exemplo ilustrado na figura 7.1, para o tamanho da trinca tendendo a zero, o problema tende ao de uma peça sem trinca, logo a tensão crítica deve tender a σ_R ou σ_f do material, diferentemente do valor infinito como previsto pela expressão (7.2), da MFEL. No outro extremo, para (a - W) \Rightarrow 0, o problema tende ao de uma peça com ligamento nulo, já rompida, portanto com tensão crítica nula. Considerando a correção no extremo 3 da curva, esta é bem aproximada pela aplicação do fator geométrico Y, que para a geometria deste problema é dado por

$$Y = [\sec \pi \cdot a / (2 \cdot W)]^{1/2}$$
(7.3)

cuja função é justamente corrigir a solução para a largura finita, 2 · W, da placa. No extremo 1 da curva da figura 7.1, para materiais dúteis e bastante tenazes, a falha é precedida por uma plastificação generalizada da seção, o que contraria os pressupostos para a aplicação da Mecânica da Fratura Elástica Linear. Esta região será o interesse do presente Capítulo.



Figura 7.1 - Tensão de falha em função do tamanho de trinca. $\sigma_{\rm C} = K_{\rm IC} / \sqrt{\pi \cdot a}$.

7.2 - DESLOCAMENTO DE ABERTURA DA TRINCA

O deslocamento de um ponto, situado em uma região próxima ao extremo da trinca, de coordenadas (r, θ), na direção do eixo y, segundo a solução pela teoria da elasticidade, é dado por

$$v = \frac{K_{I}}{G} \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \frac{\sin \theta}{2} \cdot \left[\frac{2}{1+\nu} - \cos^{2} \theta / 2\right]$$
(7.4)

válido para um estado plano de tensões e r << a.

EXEMPLO 7.1

Para um material elastoplástico ideal, usando o conceito de trinca equivalente, determinar o deslocamento δ entre as faces, no extremo da trinca, devido ao escoamento.

SOLUÇÃO:

Usando a expressão para o deslocamento de um ponto em um material elástico, dada acima, vamos considerar este ponto como sendo o extremo da trinca física, porém calculando os deslocamentos através da trinca equivalente, vem

$$δ = 2 \cdot v (r_p; π)$$

v (r_p; π) = K_I/G · $\sqrt{r_p / 2π}$ (2/(1 + ν))

Para um estado plano de tensões,

$$r_{p} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{I}}{\sigma_{E}} \right)^{2}$$

e logo.

$$v = K_{I}^{2} / (G \cdot \sigma_{E} \cdot \pi \cdot (1 + v))$$

Como G = E / $2 \cdot (1 + v)$, o deslocamento v passa a ser portanto,

$$v = 2 \cdot K_I^2 / (\pi \cdot E \cdot \sigma_E)$$

Resulta assim

$$\delta = 4 \cdot K_{\rm I}^2 / (\pi \cdot E \cdot \sigma_{\rm E})$$

para um estado plano de tensões. Uma análise mais exata, para a geometria de Griffth, considerando um material elastoplástico ideal, levada a cabo por Dugdale, leva a uma expressão do tipo

$$\delta = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\sigma_{\mathsf{E}} \cdot \mathsf{a}}{\mathsf{E}} \ln \sec \frac{\pi \cdot \sigma}{2 \cdot \sigma_{\mathsf{E}}}$$
(7.5)



Figura 7.2 - Abertura da extremidade da trinca devida ao escoamento.

EXEMPLO 7.2.

Para um aço carbono estrutural temos as propriedades mecânicas abaixo listadas. Qual o valor de δ_{IC} , ou seja, do deslocamento de abertura da trinca na condição quando K_I = K_{IC}?

 $\begin{array}{rcl} \mathsf{K}_{IC} &=& 250 \; \mathsf{MPa} \cdot \sqrt{\mathsf{m}} \\ \mathsf{E} &=& 210 \; 000 \; \mathsf{MPa} \\ \sigma_{\mathsf{F}} &=& 450 \; \mathsf{MPa} \end{array}$

SOLUÇÃO:

Com as expressões anteriormente vistas calculamos:

- $\delta_{IC} = 0,000 84 \text{ m}$
- $\delta_{\rm IC}$ = 0,840 mm

 $r_p = 49 \text{ mm}$
No caso de um aço liga tratado termicamente, por exemplo, os valores são:

 $K_{IC} = 60 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$ E = 210 000 MPa $\sigma_{E} = 1370 \text{ MPa}$

que resultariam em

 δ_{IC} = 0,016 mm e r_p = 0,31 mm

EXEMPLO 7.3.

A peça ilustrada é parte de um escarificador, para preparo do campo para a aragem. Sendo constituido de um aço SAE-ABNT 4340, temperado e revenido, determine a força de plastificação e o máximo tamanho de uma trinca superficial que pode ser admitida, para uma força de trabalho igual à metade da força de plastificação da seção crítica. Usar ℓ = 600 mm, h = 60 mm, B = 20 mm, a = 3 mm, σ_F = 1370 MPa e K_{IC} = 60 MPa $\cdot \sqrt{m}$.



Figura 7.3 - Geometria do exemplo 7.3.

SOLUÇÃO:

Para a solução deste problema é necessário considerar que para o cálculo da carga de plastificação deve ser utilizada a altura efetiva da seção, ou seja, de 57 mm. Já para os cálculos da mecânica da fratura é convencional a tensão ser calculada na área plena e logo h = 60 mm.

a) Determinação da força de plastificação. Esta pode ser calculada considerando a distribuição de tensões da figura 7.3, onde a parte central, de altura $2 \cdot \alpha \cdot h$ equilibra a força de tração e as duas partes externas, de altura igual a (h / 2 - $\alpha \cdot h$), equilibram o momento fletor. Assim, vem

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{E}} \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{h}^2}{4} \left(1 - 4 \cdot \alpha^2 \right)$$

e quanto a força F,

 $F = 2 \cdot \alpha \cdot h \cdot B \cdot \sigma_E$

Considerando que M = F · ℓ e substituindo as equações acima de M e F, finalmente obtemos α^2 + 2· α · ℓ / h - 1/4 = 0. Resolvendo-se para α resulta

$$\alpha = \sqrt{\left(\ell / h\right)^2 + 1/4} - \ell / h$$

Para este exemplo, ℓ / h = 10,53, logo α = 0,01187. Neste caso então a força é calculada como $2 \cdot \alpha \cdot h \cdot B \cdot \sigma_E$, resultando um valor de 37,1 kN. Devemos assim usar uma força de trabalho de 18,5 kN.

b) Análise da fratura para uma força de 18,5 kN. Sobrepondo os efeitos de tração e flexão no cálculo de K_I, os correspondentes fatores geométricos são $Y_t = 1,12 \text{ e } Y_f = 1,02$.

$$\begin{split} &\mathsf{K}_{\mathrm{I}} = \mathsf{K}_{\mathrm{It}} + \mathsf{K}_{\mathrm{If}} \\ &\mathsf{K}\sqrt{\pi \cdot a} = \mathsf{Y}_{\mathrm{t}} \cdot \sigma_{\mathrm{t}} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} + \mathsf{Y}_{\mathrm{f}} \cdot \sigma_{\mathrm{f}} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \\ &\sigma_{\mathrm{t}} = 15,41 \; \mathrm{MPa} \\ &\sigma_{\mathrm{f}} = 925,0 \; \mathrm{MPa} \end{split}$$

Substituindo, K_I = (17,27 + 943,5) $\cdot \sqrt{\pi \cdot a}$. Fazendo K_I = K_{IC} obtemos o valor crítico para o tamanho da trinca, a = 1,24 mm.

c) Podemos ainda calcular, no ponto de ruptura, $r_p = 0.31$ mm, considerando um estado plano de tensão. Por outro lado, se existir uma trinca com a = 3 mm, qual a força máxima que pode ser aplicada para um valor da tenacidade à fratura K_{IC} = 60 MPa \sqrt{m} ?

$$\begin{split} &Y_{f} = f(\ 3 \ / \ 60 \) = f(\ 0,05 \) \\ &Y_{f} = 1,02 \\ &Y_{t} = 1,12 \\ &K_{I} = 1,12 \frac{F}{1200} \sqrt{\pi \cdot 0,003} + \frac{F \cdot 600}{12000} \sqrt{\pi \cdot 0,003} \end{split}$$

Igualando este valor de ${\rm K}_{\rm I}$ calculado com ${\rm K}_{\rm IC}$, obtemos a força crítica que leva a trinca de 3 mm à instabilidade. Deste modo,

F = 11,5 kN

Adotando agora um aço do tipo SAE-ABNT 1045, que possui σ_{E} = 700 MPa e K_{C} = 200 MPa \sqrt{m} temos:

d) Força de colapso plástico:

 $F = 2 \cdot \alpha \cdot h \cdot B \cdot \sigma_E = 18,9 \text{ kN}$

e) Para ruptura frágil, com uma trinca de a = 3 mm, a força máxima pode ser obtida da mesma forma que no item (c),

$$200 = \frac{1,12}{1200} \cdot F \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,003} + 1,06 \cdot \frac{F \cdot 0,6}{12} \sqrt{\pi \cdot 0,003}$$

F = 38 kN

que é superior à força de plastificação total obtida no item (d). O raio de plastificação calculado fornece r = 13 mm, e é, no caso, maior que o admitido pela Mecânica da Fratura Elástica Linear. Assim, para este material a ruptura é essencialmente dútil, não podendo ser prevista corretamente pelo uso dos procedimentos vistos até o momento.

7.3 - A TENSÃO CRÍTICA DE FALHA.

Uma forma de trabalhar no regime elastoplástico é pelo uso do valor de a_{eq} , ou seja, sendo K o fator de intensidade de tensão corrigido devido ao escoamento, o raio de plastificação é

$$r_{\rm p} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\rm K}{\sigma_{\rm E}}\right)^2 \tag{7.3}$$

e logo

$$\mathbf{K} = \mathbf{Y} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \sqrt{\pi \left(\mathbf{a} + \mathbf{r}_{p}\right)} \tag{7.4}$$

e substituindo r_p,

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \left[a + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{\sigma_E} \right)^2 \right]}$$

$$K^2 = Y^2 \cdot \sigma^2 \cdot \pi \cdot (a + 1/2\pi \cdot (K / \sigma_E)^2)$$

$$K^2 = Y^2 \cdot \sigma^2 \cdot K^2 \cdot / 2 \cdot \sigma^2_E + Y^2 \cdot \sigma^2 \cdot \pi \cdot a$$

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot [1 - 1/2 (Y \cdot \sigma / \sigma_E)^2]^{-1/2}$$
(7.5)

De um modo geral podemos escrever que o fator de intensidade de tensão é dado, mesmo dentro do regime plástico, por

$$K = Y \cdot Y_{p} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a}$$
(7.6)

onde $Y_{\rm p}$ é um fator de correção devido ao escoamento. Para materiais elásticos é lógico que

 $Y_{p} = 1$

Se for usada a correção da trinca equivalente,

$$Y_{p} = [1 - 1/2 (Y \cdot \sigma / \sigma_{E})^{2}]^{-1/2}$$
(7.7)

Adotando agora o conceito do deslocamento de abertura da trinca, devido a Dugdale, obtemos uma expressão como

$$Y_{p} = \sigma_{E} \cdot / \cdot \pi \cdot \sigma \cdot [8 \cdot \ln \sec(\pi \cdot \sigma / (2 \cdot \sigma_{E}))]^{1/2}$$
(7.8)

A falha ocorre quando $K_I = K_{IC}$ (ou K_C), e assim é possível obter a tensão nominal que leva à falha do componente, com o início da propagação da trinca. Pela trinca equivalente,

$$\sigma_{\rm C} = \frac{K_{\rm C}}{Y} \left[\pi \cdot \mathbf{a} + \frac{1}{2} \left(\frac{K_{\rm C}}{\sigma_{\rm E}} \right)^2 \right]^{-1/2}$$
(7.9)

e por Dugdale

$$\sigma_{\rm C} = \frac{2 \cdot \sigma_{\rm E}}{\pi} \cdot \arccos \exp \left[-\frac{\pi}{8 \cdot a} \left(\frac{{\rm K}_{\rm C}}{{\rm Y} \cdot \sigma_{\rm E}} \right)^2 \right]$$
(7.10)

Nas duas expressões, (7.9) e (7.10), estamos considerando que a falha ocorre quando $\sigma = \sigma_E$, com a \Rightarrow 0. Se o critério é a ruptura, devemos então substituir σ_E por σ_R nas duas expressões acima.

EXEMPLO 7.4

Vamos considerar uma placa metálica com uma trinca central (Center Cracked Panel), com as características abaixo. Considere $Y^2 = \sec \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot W}$.

W = 300 mm K_C = 200 MPa \sqrt{m} σ_R = 440 MPa



Figura 7.4 - Tensão crítica em função do tamanho da trinca para corpo de prova de trinca centrada (CCP) para o exemplo 7.4.

A figura 7.4 apresenta as curvas K_C versus o tamanho de tr<u>inca</u> a. A curva 1 é obtida para o caso como se a placa fosse infinita, calculando σ_C = K_C / Y $\sqrt{\pi \cdot a}$ com Y = 1. A curva 2

é obtida pela mesma equação, porém usando Y segundo a equação da secante, dada acima e a curva 3 é obtida por Dugdale, equação (7.10).

 $\sigma_{\rm C} = K_{\rm IC} / [Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}]$

EXEMPLO 7.5

Calcular a força crítica para a viga abaixo ilustrada e determine a carga de falha, sabendo que o material é um aço SAE-ABNT 4340 com dureza Brinell de 409 HBN e de características:

- σ_{E} = 1370 MPa
- σ_R = 1470 MPa
- $\sigma_{\rm f}$ = 1560 MPa
- $\varepsilon_{\rm f} = 0.38$
- $K_{IC} = 60 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

SOLUÇÃO:

A tensão nominal devida à flexão é

$$\sigma_0 = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2} = \frac{F \cdot 400}{1,5 \cdot 10^5}$$

Quanto ao fator geométrico, tabela 6.3, temos

A tensão nominal crítica, para a falha, será calculada como

 $K_{\rm I} = \sigma_{\rm C} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,005}$

Fazendo $K_I = K_{IC}$, resulta

 $\sigma_{\rm C}$ = 479 MPa F_C = 179,6 kN pela aplicação direta da Mecânica da Fratura Elástica Linear. Notamos que, para um estado plano de tensões, $r_p = 0.31$ mm.



Figura 7.5 - Geometria da peça do exemplo 7.5.

Usando agora a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica, da equação (7.10), substituindo os valores resulta

 $\sigma_{\rm C}$ = 464,5 MPa

logo

 $F_{C} = 174 \text{ kN}$

Não existe grande diferença entre as duas soluções porque o material é relativamente frágil, ou seja, grande σ_{E} e baixo K_{IC}, logo apresenta um raio de plastificação pequeno.

Uma solução mais exata para o problema de flexão, devida a Hayes e William [4], para esta geometria, fornece

 $\delta^* = 2 \cdot \pi \cdot G \cdot \delta / (1 + v) \cdot \sigma_F \cdot W$

sendo $\delta = K_{IC}^2 / (E \cdot \sigma_E)$ no instante de falha. Logo temos

$$\delta_{c}^{*} = \frac{2 \cdot \pi \cdot G}{(1+\nu) \cdot W} \frac{K_{IC}^{2}}{E \cdot \sigma_{E}^{2}}$$
(7.11)

e usando a equação (3.9), resulta

$$\delta_{c}^{*} = \frac{\pi}{\left(1+\nu\right)^{2}} \frac{K_{IC}^{2}}{W \cdot \sigma_{E}^{2}}$$

$$(7.12)$$

e substituindo os valores resulta $\delta^*_C = 0,0238$. Do gráfico da figura 12 da referência [4], temos $\sigma / \sigma_E = 0,34$ e logo $\sigma_C = 465$ MPa, não havendo quase diferença com a solução anterior porque o comportamento é quase elástico linear.

EXEMPLO 7.6

Na segunda parte do exemplo 7.3, ao adotarmos um aço mais tenaz, para uma trinca de 3 mm, a zona plástica na ruptura possuía um raio de 13 mm para um ligamento de 57 mm, invalidando a aplicação da Mecânica da Fratura Elástica Linear. Vamos aplicar agora a Mecânica da Fratura Elastoplástica na avaliação.

SOLUÇÃO:

Pelo uso das expressões da Mecânica da Fratura Elasto Plástica, usando apenas a tensão de flexão, pelo conceito da trinca equivalente,

$$\sigma_{\rm C} = \frac{{\rm K}_{\rm C}}{{\rm Y}} \cdot \left[\pi \cdot {\rm a} + \left(\frac{{\rm K}_{\rm C}}{{\rm Y} \cdot {\rm \sigma}_{\rm E}}\right)^2 \right]^{-1/2}$$

 $\sigma_{\rm C}$ = 674 MPa

Logo

$$F_{C} = 13,5 \text{ kN}$$

ou por Dugdale, equação (7.10)

$$\sigma_{\rm C} = \frac{2 \cdot \sigma_{\rm E}}{\pi} \cdot \arccos \, \exp \left[-\frac{\pi}{8 \cdot a} \cdot \left(\frac{{\sf K}_{\rm C}}{{\sf Y} \cdot \sigma_{\rm E}} \right)^2 \right]$$

 $\sigma_{\rm C}$ = 699 MPa

Logo

 $F_{C} = 14 \text{ kN}$

Usando a solução de Hayes e William,

$$\delta_{C}^{*} = \frac{\pi}{\left(1 - \nu\right)^{2}} \cdot \frac{{\kappa_{IC}}^{2}}{W \cdot \sigma_{E}^{2}}$$

$\delta_{C}^{*} = 2,529$

o que nos leva a uma plastificação completa da seção. Assim, é provável que não ocorra ruptura, mas sim uma deformação plástica acentuada, pois $\sigma_{\rm E}$ = 700 MPa.

EXEMPLO 7.7

Vamos fazer a análise da ruptura que ocorreu durante o reabastecimento de um reservatório de gás pressurizado (cilindro de oxigênio), conforme referência [1]. O material do cilindro é um aço carbono-manganês, temperado e revenido, com

 $\sigma_{\rm E}$ = 517 MPa

 $\sigma_{\rm R}$ = 687 MPa

 $K_{C} = 209 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

As dimensões do reservatório fornecem um diâmetro médio de 217 mm e uma espessura t = 6,5 mm. A ruptura ocorreu durante o abastecimento, com pressão de 17,25 MPa.



Figura 7.6 - Trinca longitudinal criada durante a conformação.

SOLUÇÃO:

Uma vez que a trinca é longitudinal a tensão que leva a sua abertura é a tensão tangencial σ_t . Em reservatórios cilíndricos sob pressão interna,

$\sigma_t = (p \cdot D) / (2 \cdot t)$

e neste caso, a tensão nominal que levou à falha foi

σ_t = 288 MPa.



Figura 7.7 - Detalhe da trinca.

A falha ocorreu pela propagação, inicialmente estável ao longo da espessura da parede (ruptura da faixa de 0,6 mm), com consequente vazamento. Após isto, ocorreu a propagação longitudinal da trinca, com ruptura total do cilindro. Vamos então verificar qual é a tensão de falha calculada pela Mecânica da Fratura Elastoplástica.

$$\sigma_{\rm C} = \frac{2 \cdot \sigma_{\rm E}}{\pi} \cdot \arccos \, \exp\left[-\frac{\pi}{8 \cdot a} \cdot \left(\frac{K_{\rm C}}{{\rm Y} \cdot \sigma_{\rm E}}\right)^2\right]$$
$$\sigma_{\rm C} = 517 \, \text{MPa}$$
$$K_{\rm C} = 209 \, \text{MPa}\sqrt{m}$$
$$a = 0.038 \, \text{m}$$

Para trincas longitudinais passantes, segundo Folias [3], em cilindros sob pressão interna, o fator geométrico é dado por

$$Y = \left(1 + 1,255 \cdot \frac{a^2}{R \cdot t} - 0,0135 \cdot \frac{a^4}{R^2 \cdot t^2}\right)^{1/2}$$

e para os dados do problema,

$$\frac{a^2}{R \cdot t} = 2,048$$

resultando assim

Y = 1,87

 $\sigma_{C} = 329 \cdot \operatorname{arc} \cos \left[\exp \left(-0.483 \right) \right]$ $\sigma_{C} = 329 \cdot \operatorname{arc} \cos \left[0.617 \right]$ $\sigma_{C} = 329 \cdot 0.906$ $\sigma_{C} = 298 \text{ MPa}$

Resumindo, os valores são:

Tensão crítica prevista:	$\sigma_{ m C}$ = 298 MPa
Tensão crítica verificada:	$\sigma_{\rm C}$ = 288 MPa

7.4 - O MÉTODO DE DOWLING E TOWNLEY.

Partindo do modelo de Dugdale para o deslocamento de abertura da trinca, Dowling e Townley, [2], desenvolveram um processo para análise de falha de componentes estruturais que abrange toda a gama de comportamento mecânico do material, ou seja, desde um material extremamente frágil, que é elástico linear até a ruptura, até um material elastoplástico ideal, que é falha por instabilidade plástica.

O fator de intensidade de tensão, usando o modelo de Dugdale, conforme já visto, é

$$K_{I} = Y \cdot \sigma_{E} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \left[8 \cdot \ell n \left[\sec \pi \cdot \sigma / (2 \cdot \sigma_{E}) \right] \right]^{1/2}$$
(7.13)

e Dowling e Townley consideram que no instante da falha, com início da propagação da trinca, ou seja, $\sigma = \sigma_c$, ocorre a igualdade K_I = K_{IC}. Deste modo, isolando σ_c ,

$$\sigma_{\rm C} = \frac{2 \cdot \sigma_{\rm E}}{\pi} \cdot \arccos \, \exp\left(-\frac{\pi \cdot {\rm K_{\rm IC}}^2}{8 \cdot a \cdot {\rm Y}^2 \cdot {\sigma_{\rm E}}^2}\right) \tag{7.14}$$

Usando a expressão elástica para o fator de intensidade de tensão, quando este atinge a tenacidade à fratura, sendo σ_{IC} a tensão nominal correspondente,

$$K_{IC} = Y \sigma_{IC} \sqrt{\pi a}$$

e substituindo,

$$\sigma_{\rm C} = \frac{2}{\pi} \cdot \sigma_{\rm E} \cdot \arccos\left\{ \exp\left[-\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{\sigma_{\rm IC}^2}{\sigma_{\rm E}^2} \right] \right\}$$
(7.15)

Dowling e Townley generalizaram esta expressão colocando ao invés das tensões, as cargas que correspondem às situações limites, ou seja, usando a nomenclatura dos Capítulos anteriores, chamando de Q a carga generalizada, que pode ser uma força, um momento, uma pressão, uma diferença de temperatura, etc, temos:

	Tensão	Carga Generalizada
Valor estimado de falha	σ_{c}	Q _f
Valor para colapso plástico	σ_{E}	QL
Valor para ruptura frágil	$\sigma_{ ext{IC}}$	Q _{IC}

Com esta nomenclatura, substituindo as correspondentes cargas generalizadas,

$$\frac{Q_{f}}{Q_{L}} = \frac{2}{\pi} \cdot \arccos\left\{ \exp\left[-\frac{\pi^{2}}{8} \cdot \frac{Q_{1C}^{2}}{Q_{L}^{2}} \right] \right\}$$
(7.16)

Esta equação pode ser posta em uma outra forma, que para a análise de segurança e dimensionamento é mais útil,

$$\frac{\mathbf{Q}_{f}}{\mathbf{Q}_{IC}} = \frac{\mathbf{Q}_{f}}{\mathbf{Q}_{L}} \cdot \left[\frac{\mathbf{8}}{\pi^{2}} \cdot \ell \mathsf{n} \sec \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\mathbf{Q}_{f}}{\mathbf{Q}_{L}}\right]^{-1/2}$$
(7.17)

pois em um gráfico de Q_f / Q_{IC} versus Q_f / Q_L , este fica linear quanto a Q_f , permitindo uma análise imediata sobre os efeitos de alterar a carga sobre a estrutura, conforme mostra a figura 7.8.



Figura 7.8 - Região de falha num diagrama Q / Q_{IC} versus Q / Q_L.



Figura 7.9 - Reta de carregamento no diagrama Q x $Q_{IC} x Q_{L}$.

Os valores Q_{IC} e Q_L são calculados com a geometria real do componente trincado, porém tomando os dois extremos do comportamento do material, ou seja, considerando o material perfeitamente elástico definimos Q_{IC} e considerando o material plástico ideal obtemos Q_L . A razão Q_{IC} / Q_L define o inverso da declividade da reta de carregamento, que pode estar em qualquer uma das três

regimes assinaladas na figura 7.8. Se $Q_{IC} / Q_L > 2$ é quase certo um comportamento dútil do componente. Por outro lado se $Q_{IC} / Q_L < 0.5$, uma ruptura frágil é esperada. No intervalo de 0.5 a 2 temos uma transição entre as duas formas de falha. Uma vez conhecida a reta de carregamento é possível definir qual a carga de falha para o componente em estudo e pelo uso de um coeficiente de segurança adequado, obtemos a carga admissível ou carga de trabalho.

EXEMPLO 7.8

Refaça o exemplo 7.5, calculando agora a carga de falha pelo método de Dowling e Townley. Qual a carga de trabalho para um coeficiente de segurança igual a 2 ?

SOLUÇÃO:

Aplicando diretamente a Mecânica da Fratura Elástica Linear, a carga de falha prevista será portanto Q_{IC}, e pela análise limite é determinada a carga de colapso plástico, Q_L,

Q_{IC} = 179,6 kN

 $Q_L = 1.5 \sigma_E \cdot W_f / 400$ $Q_L = 770.6 \text{ kN}$

onde foi considerado um fator de restrição da deformação plástica L = 1, pois a trinca é de baixa profundidade. Resulta assim,

 $Q_{IC} / Q_{I} = 0,233$

e como Q_{IC} / Q_L < 0,5, a falha é frágil, com Q_f / Q_L dado por

$$\frac{Q_{f}}{Q_{L}} = \frac{2}{\pi} \cdot \arccos \exp \left[-\frac{\pi^{2}}{8} \cdot \frac{Q_{IC}^{2}}{Q_{L}^{2}} \right]$$
$$\frac{Q_{f}}{Q_{I}} = 0,2304$$

logo

Q_f = 177,6 kN

7.5 - PROPAGAÇÃO ESTÁVEL DA TRINCA.

Em situações onde a espessura do material, na direção perpendicular ao avanço da trinca, não é suficiente para garantir um estado plano de deformações, e em que o material não apresenta um mecanismo de ruptura por clivagem, verificamos que pode ocorrer uma propagação estável da trinca. Esta propagação estável corresponde a um aumento da tamanho da trinca sem que isto leve ao colapso da peça, necessitando um acréscimo de carga para que ocorra um novo crescimento da trinca. Esta situação de uma propagação estável leva a existência de um valor crítico de K₁ que depende da geometria da peça em estudo, do sistema de aplicação de carga, bem como ainda do tamanho da trinca. Nesta situação é difícil caracterizar o valor de K como uma propriedade do material. Uma forma alternativa de avaliar a resistência do material à propagação da trinca é pelo levantamento das chamadas curvas de resistência à propagação da trinca, ou curvas R. Estas curvas caracterizam o crescimento da trinca em função da solicitação no material, a qual pode ser medida por K, pela taxa de liberação de energia, pelo deslocamento de abertura da trinca, ou mesmo pela integral J. A figura 7.10 mostra uma curva típica, onde o ensaio foi realizado com uma trinca inicial de 50 mm de comprimento. Quando a solicitação atinge o valor de 60 MPa \sqrt{m} inicia a propagação estável da trinca, conforme a curva crescente. No caso de um material que rompe de um modo frágil macroscopicamente, a curva passa a ser a com o patamar horizontal no nível de 60 MPa \sqrt{m} . Esta diferença no comportamento da curva passa a ser relevante guando agora juntarmos a curva de solicitação, função do tamanho da trinca, característica da geometria em estudo, usando por exemplo a equação (7.1), com a curva do material.

Trabalhando agora com as curvas, a situação fica como a ilustrada pela figura 7.11, onde a curva 1, para um dado nível de solicitação, intercepta a curva do material no seu trecho vertical. Isto significa que estamos em uma situação estável, sem que ocorra aumento no tamanho da trinca. Já para a curva 2, ocorre uma pequena propagação estável, com a trinca aumentando em 4mm. Para a curva 3, é atingida uma condição de instabilidade, já que esta tangencia a curva do material e, portanto, o material não consegue suportar qualquer aumento de solicitação. Este ponto de instabilidade, dado pela tangência entre as duas curvas, depende muito da forma da curva de solicitação, ou seja, depende da geometria da peça e do tamanho inicial do defeito. Já para o caso de um material com comportamento perfeitamente frágil, estes efeitos não são relevantes, pois o ponto de instabilidade (tangência) é sempre o mesmo, qualquer que seja a geometria e o tamanho da trinca. A curva do material, de resistência à propagação da trinca, deve ser obtida em laboratório, através de ensaios normalizados, como a especificação E 561 da ASTM.



Figura 7.10 - Curva característica de resistência à propagação estável da trinca.



Figura 7.11 - Condição de instabilidade para um material com propagação estável da trinca.

7.6 - RESUMO DO PROCEDIMENTO DE ANÁLISE.

A análise para determinar a capacidade de carga de um componente, sob solicitação estática, usa o esquema abaixo detalhado. Este esquema apresenta de uma forma geral a seguência de etapas que deve ser seguida, sendo que um maior detalhamento do procedimento de análise, incluindo a questão da propagação das trincas inclusive por fadiga está colocado na seção 12.6, ao final do capítulo 12.

GEOMETRIA COM TRINCA?

\Rightarrow Mecânica da Fratura.	Capítulos 6 e 7.
\Rightarrow Análise limite (falha dútil).	Capítulo 5.
\Rightarrow Sensibilidade estática (ruptura).	Capítulo 4.
	\Rightarrow Mecânica da Fratura. \Rightarrow Análise limite (falha dútil). \Rightarrow Sensibilidade estática (ruptura).

Na Mecânica da Fratura, deve-se seguir um procedimento passo a passo, conforme abaixo:

- Definir a geometria;
- Determinar o carregamento;
- Calcular $K_{I} = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi} \cdot a$;
- Calcular r_p para EPD e comparar com: a; (W a) e B;
- Decidir quanto ao estado de tensões existente, EPT, EPD ou misto;
- Decidir quanto a K_{IC} ou K_C, avaliando os valores relativos de B e r_p;
- Decidir quanto à MFEL ou MFEP comparando a e (W a) com r_p.
- Aplicar as expressões correspondentes para determinar a tensão crítica de falha e avaliar o grau de segurança existente.

PARTE 3

FALHA POR FADIGA

A parte 3 discute os vários aspectos relacionados com uma análise para prevenir e evitar uma falha por fadiga, iniciando no Capítulo 8 com uma discussão dos principais pontos do fenômeno da fadiga em materiais metálicos e das filosofias de projeto para fadiga. Busca-se caracterizar de uma forma qualitativa o comportamento cíclico do material. O Capítulo 9 preocupa-se em descrever como é possível caracterizar o material quanto à sua resistência à fadiga, a partir de ensaios com corpos de prova, realizados em laboratório, bem como sua estimativa, pela correlação com outras propriedades mecânicas. Os Capítulos 10 e 11 apresentam por sua vez como que a caracterização do material é usada para o cálculo de uma peça mecânica, de modo a garantir uma vida especificada. O Capítulo 12 estuda o comportamento de uma trinca de fadiga e como que o projeto pode considerar explicitamente a propagação de defeitos no interior do material. No Capítulo 13 é feito um apanhado geral das técnicas usadas para a análise de fadiga, visando consolidar uma visão integrada do problema de fadiga.

CAPÍTULO 8

O FENÔMENO DA FADIGA

A literatura especializada tem mostrado que, dentre as distintas causas de falha de componentes mecânicos, a mais comum é devida à fadiga do material, [7], [17]. Do número total de falhas, as provocadas por fadiga perfazem de 50% a 90%, sendo na maioria das vezes falhas que ocorrem de forma inesperada, repentinamente, portanto bastante perigosas. A fadiga é uma redução gradual da capacidade de carga do componente, pela ruptura lenta do material, consequência do avanço quase infinitesimal das fissuras que se formam no seu interior. Este crescimento ocorre para cada flutuação do estado de tensões. As cargas variáveis, sejam cíclicas ou não, fazem com que, ao menos em alguns pontos, tenhamos deformações plásticas também variáveis com o tempo. Estas deformações levam o material a uma deterioração progressiva, dando origem à trinca, a qual cresce até atingir um tamanho crítico, suficiente para a ruptura final, em geral brusca, apresentando características macroscópicas de uma fratura frágil. Este Capítulo apresenta uma introdução do problema da falha por fadiga, destacando os principais pontos, como os mecanismos metalúrgicos envolvidos e o comportamento mecânico do material. São ainda discutidos os diferentes enfoques existentes para atacar o problema, na busca de uma solução.

8.1 - INTRODUÇÃO

A grande maioria das estruturas de engenharia está sujeita a cargas que são de um modo geral variáveis no tempo, embora muitas vezes sejamos levados a crer que o carregamento seja estático, em uma primeira observação. Uma falha por fadiga ocorre dentro de uma gama bastante ampla de ciclos de carga, desde valores da ordem de 10 ciclos até mais de 10⁷, 10⁸ ciclos. É lógico que o número de ciclos que o componente resiste depende do nível da solicitação, pois com uma maior carga dinâmica temos uma vida baixa, sensivelmente reduzida quando comparada com uma situação onde a solicitação cíclica é menor, o que leva a uma maior vida. Como situações práticas do número de ciclos esperados ao longo da vida do componente os exemplos que seguem são ilustrativos.

EXEMPLO 8.1

- Um reservatório pressurizado, usado para armazenar um fluido sob pressão, é um exemplo de carregamento estático, porém quando o fluido é drenado, a pressão baixa ao valor atmosférico. Com uma drenagem a cada 2 meses, ao longo da vida útil do reservatório, usualmente de 10 a 20 anos, o número de ciclos de pressurização e despressurização será de 60 a 120 ciclos. Estamos portanto na presença de um problema de fadiga, embora com um pequeno número de ciclos esperados ao longo da vida.

EXEMPLO 8.2

- Implemento agrícola. Com a operação de um implemento em condições adversas, temos uma sobrecarga ocorrendo na média de, por exemplo, duas vezes por dia. Sendo o implemento usado durante 50 dias por ano, na época do preparo do campo, resultam assim 1000 ciclos devidos à sobrecarga, para um período de vida útil de 10 anos.

EXEMPLO 8.3

- Mola de suspensão de automóvel. A vida de fadiga para uma mola de suspensão de um automóvel é considerada para projeto como sendo da ordem de 200 000 ciclos. Esta vida considera que a carga atuante seja a carga máxima esperada em serviço. Isto implica em aproximadamente 50 ciclos por dia para uma vida de 10 anos.

EXEMPLO 8.4

- Motor a reação. Um motor a jato possui uma velocidade de rotação do eixo bastante elevada e assim a flexão pelo peso próprio poderia provocar um efeito de fadiga. No entanto, devido à rigidez exigida para este eixo, isto não ocorre. Por outro lado, as pás das turbinas e os discos centrais destas sofrem um carregamento cíclico cada vez que o motor é acionado, pela ação das forças centrífugas e do gradiente de temperatura, que causa tensões térmicas. Neste caso cada ciclo é formado pela ação de liga-desliga do motor. Sendo acionado uma média de 4 vezes por dia, ao longo de 15 anos teremos acumulados 15000 ciclos de operação, considerando 250 dias de uso por ano.

EXEMPLO 8.5

- Mola de válvula de um motor de combustão interna de quatro tempos. Com uma rotação média do motor de 2 000 rpm, a válvula é acionada 1 000 vezes por minuto. Para uma vida de 200 000 km, temos, portanto, 2,4.10 ⁸ ciclos, a uma velocidade média de 50 km/h.

EXEMPLO 8.6

- O eixo de um motor elétrico, operando a 1 750 rpm, ao longo de 1 000 horas de uso, sofre 10 ⁸ ciclos, o que corresponde a uma utilização apenas esporádica do motor. No caso de um uso mais intenso, da ordem de 50 horas semanais, temos 2,7.10 ⁹ ciclos ao longo de 10 anos de vida.

Pela análise dos casos citados acima vemos que a possibilidade de uma falha por fadiga ocorre nas mais diferentes situações, com o número de ciclos que a estrutura deve resistir variando em uma ampla faixa. Esta vida deve assegurar uma operação segura, sem falhas, o que implica que as eventuais trincas que tenham se formado no material não comprometam a operação do equipamento.

Em componentes estruturais formados por materiais isentos de defeitos, no caso de existirem pontos com elevado nível de tensões, nestes irá desenvolver-se o processo de nucleação de trincas de fadiga, que pode levar à falha. Para que o processo de nucleação inicie é necessário (ao menos para os materiais dúteis) que ocorram deformações plásticas, quer sejam estas generalizadas, quer sejam confinadas a um pequeno volume de material. Nas estruturas e máquinas bem projetadas, as tensões nominais devidas ao carregamento externo ficam dentro do regime elástico. No entanto, quer devido a descontinuidades geométricas, descontinuidades metalúrgicas ou ainda devido a sobrecargas quando em operação, o material não estará necessariamente respondendo, como um todo, de uma maneira elástica. Assim, uma análise plástica no estudo de fadiga torna-se necessária, ao menos para regiões do material próximas aos pontos onde temos concentração de tensão, pois nestes se desenvolve uma plastificação localizada, com o restante do material tendo ainda uma resposta elástica. Nestes pontos com escoamento é que inicia o processo de nucleação das trincas de fadiga.

Em muitos casos a trinca, que leva à falha, não passa pelo período de nucleação, pois a peça possui trincas previamente existentes, na forma de defeitos oriundos do processo de fabricação, ou mesmo pelo uso do equipamento. Estes defeitos podem ser, por exemplo, provenientes do processo fabricação, como soldagem, fundição, forjamento, retífica, ou devidos a um tratamento térmico inadequado, muito severo, ou ainda devido um ataque do meio ambiente agressivo, que leva a uma corrosão na superfície do material.



Figura 8.1 - Diferentes tipos de carregamento de fadiga possíveis, conforme os exemplos citados no texto ilustram.

8.2 - NUCLEAÇÃO DE TRINCAS

A falha por fadiga está geralmente ligada a deformações plásticas e, estas, associadas com tensões cisalhantes. Em um material cristalino a deformação plástica ocorre pelo movimento de discordâncias, sob a ação de tensões cisalhantes. Este movimento tem como resultado final o deslocamento relativo entre dois planos atômicos. Este deslizamento é mais acentuado guando a tensão cisalhante é maior, e, para um dado carregamento, a deformação plástica é preponderante na direção da máxima tensão de cisalhamento. Para um material policristalino, onde os grãos possuem uma orientação aleatória dos planos atômicos, a deformação plástica inicia nos grãos mais desfavoravelmente orientados, ou seja, com os seus planos de deslizamento próximos da direção da tensão cisalhante máxima. Assim pode ocorrer que tenhamos um deslizamento em uns poucos grãos apenas, ficando o restante do material perfeitamente elástico. Neste caso é bastante difícil detectar a deformação plástica, pois esta é de magnitude muito pequena, ou seja, para um material real, não é possível afirmar que, mesmo para tensões abaixo da tensão limite de proporcionalidade, ou do limite elástico, tenhamos apenas deformações elásticas.

No caso dos materiais dúteis, a nucleação de fissuras ocorre pela formação de planos de deslizamento, provenientes da deformação plástica no grão mais desfavoravelmente orientado. Estes planos de deslizamento surgem já nos primeiros ciclos do carregamento, e com o prosseguimento da solicitação, novos planos vão se formando, para acomodar as novas deformações plásticas, pois, devido ao encruamento do material, cada plano atua uma única vez, apenas durante meio ciclo. Deste modo o conjunto de planos de deslizamento forma uma banda de deslizamento, cuja densidade de planos vai gradativamente aumentando. Após um número de ciclos da ordem de 1% da vida de fadiga as bandas de deslizamento já estão plenamente formadas na superfície do material, [4], [6], [7], [13].



Figura 8.2 - Formação das bandas de deslizamento pela solicitação cíclica e seu aspecto. Estágios de propagação de uma trinca de fadiga.

Os deslizamentos cíclicos que formam as bandas de deslizamento, ocasionam na superfície da peça reentrâncias na forma de pequenas fendas superficiais, chamadas intrusões, e saliências de forma irregular, como minúsculas cadeias de montanhas, chamadas extrusões. O modelo representado na figura 8.2 mostra a seguência de movimentos de deslizamento responsáveis pela formação de uma intrusão e de uma extrusão. O surgimento desta topografia na superfície do material pode ser visualisada se fizermos uma analogia dos planos cristalinos com as cartas de um baralho, onde movimentos alternantes de cisalhamento, em um e em outro sentido, fazem com que as cartas, inicialmente emparelhadas, figuem totalmente fora de posição, umas mais a frente e outras mais para trás. Estas irregularidades formam pontos reentrantes, de concentração de tensão, que levam à formação de microtrincas. Estas microtrincas formam-se em geral nas intrusões, propagando-se paralelamente aos planos atômicos de deslizamento, coincidentes com um plano de máxima

tensão cisalhante. As microtrincas seguem crescendo até que atinjam um tamanho tal que passam a se propagar de forma perpendicular às tensões de tração que agem no material. No primeiro estágio de propagação as tensões cisalhantes é que são importantes, enquanto que no estágio II as tensões de tração é que controlam o crescimento. O tamanho da microtrinca em que ocorre a transição do estágio I para o estágio II de propagação depende do nível de solicitação, pois em um material altamente solicitado a microtrinca passa para o estágio II com um tamanho menor do que no caso da solicitação ser mais baixa. Em componentes lisos, sem entalhes, como para corpos de prova, mais de 70% da vida é usada para a nucleação e para a propagação no estágio I, ficando o restante da vida para a propagação no estágio II. A propagação da trinca no estágio I corresponde ao modo microscópico de propagação, tendo a trinca um comprimento da ordem do tamanho de grão, sendo muito sensível a diferenças locais de micrestrutura, presença de partículas de segunda fase, mudanças de direção dos planos cristalográficos, contornos de grão, etc.. Já a propagação no estágio II corresponde ao modo macroscópico de propagação, em que o material pode ser considerado homogêneo, sendo relevantes as propriedades médias do material, e as diferenças a nível metalúrgico são de menor importância.

A propagação no estágio II fica caracterizada pela formação de estrias microscópicas, que marcam o crescimento da fissura a cada ciclo de carregamento. Para a propagação no estágio II é necessário que existam tensões de tração no extremo da trinca, de forma a possibilitar a ruptura do material. Muitas vezes a propagação no estágio II produz uma superficie que fica marcada macroscopicamente pelas sucessivas posições da frente da trinca, dando origem às chamadas linhas de praia ou linhas de repouso. Estas são formadas por paradas no crescimento da trinca, seja por uma redução da carga ou por uma parada do equipamento, ou então por uma sobrecarga que imobiliza a trinca por algum tempo. Muitas vezes as linhas de repouso ficam mais evidenciadas pela ação da corrosão sobre as superfícies já rompidas. Quando a carga que provoca a falha por fadiga é de amplitude constante, as linhas de repouso praticamente não aparecem, como é o caso da falha em corpos de prova de fadiga.

Os estudos mais recentes sobre a formação e propagação das trincas de fadiga indicam que as trincas se formam já nos primeiros ciclos de carregamento, com a formação das bandas de delizamento, e depois propagando-se no estágio I para dentro do grão. Esta propagação se dá com velocidade decrescente, conforme a frente da trinca penetra dentro do material, devido aos obstáculos que encontra ao seu avanço, como inclusões e outros defeitos ou impurezas. Grande parte da vida de fadiga é dispendida nesta etapa do crescimento da trinca, dentro de um único grão. Dependendo do nível da solicitação de fadiga a trinca pode se imobilizar ao encontro de algum obstáculo um pouco mais resistente, como um contorno de grão. Neste caso a trinca não vai mais crescer e logo a peça não romperá, resultando assim uma vida infinita. No entanto tal pode não ocorrer, levando a uma

propagação da trinca agora no modo macroscópico, com uma velocidade de propagação crescente, comprometendo assim de forma irreversível a peça, levando dentro de um pequeno espaço de tempo a uma ruptura final. A propagação da trinca no modo microscópico, na escala metalúrgica, é extremamente sensível a diferenças locais de microestrutura, sendo afetada por diversos fatores, como a topografia da superfície, a existência de tensões residuais, a agressividade do meio ambiente e diversos outros fatores.



Figura 8.3 - Aspecto macroscópico de uma ruptura por fadiga, indicando o ponto de início da trinca e sua propagação.

No caso de materiais frágeis ou duros, como as ligas de alta resistência de alumínio e os aços tratados para uma alta dureza, a nucleação das trincas inicia na interface entre a matriz e as inclusões existentes, já que a matriz não chega a ser deformada plasticamente.

Desta forma não surgem as bandas de deslizamento na superfície livre, com a nucleação iniciando mais no interior do material.

No regime de baixo número de ciclos para a falha, a nucleação e a propagação da trinca de fadiga ocorrem acompanhadas por um escoamento generalizado na superfície da peça, resultando em geral numa superfície corrugada, pelo elevado grau de deformação plástica. Dependendo do material e do modo como ocorrem os planos de deslizamento, as microtrincas podem ser nucleadas a partir das bandas de deslizamento, ou mesmo a partir dos contornos de grão, quando o corrugamento superficial for excessivo, [11]. Neste caso formam-se degraus na superfície, devidos a um escorregamento intergranular, ao longo dos contornos de grão, sendo as microtrincas intergranulares logo na sua formação, podendo passar a transgranular com o crescimento. Inúmeros pontos de formação de microtrincas ocorrem, os quais se propagam inicialmente de modo cristalográfico, ou seja, estágio I, e após, normalmente à direção das tensões de tração aplicadas, estágio II. Com a propagação das trincas, algumas de pequeno tamanho são absorvidas pelas maiores, até que reste no material um pequeno número de trincas remanescentes. Este processo é referido como de nucleação múltipla. Em materiais mais duros, umas poucas trincas surgem de defeitos microestruturais, bastante comuns na forma de inclusões, formando em geral uma frente única de propagação. Este modo de nucleação é dito homogêneo. Em qualquer dos processos de nucleação as microtrincas surgem logo no início do carregamento, representando uma pequena parcela da vida de fadiga.

No regime a alto número de ciclos para a falha, a deformação elástica é predominante, sendo a nucleação de trincas um fenômeno muito raro, ocorrendo em zonas bastante localizadas. A maior parte da superfície permanece sem alteração, ocorrendo a formação de poucas microtrincas, e a propagação de uma delas é suficiente para provocar a ruptura. Neste regime de fadiga a alto ciclo a deformação plástica cíclica não é uma variável muito útil para correlacionar com a falha. Além de ser bastante pequena, inferior à deformação elástica, logo difícil de ser medida com precisão, varia de modo bastante aleatório no interior do corpo pelas diferenças locais da microestrutura. Assim, este regime de alto ciclo é mais bem representado pelas deformações elásticas cíclicas, ou, o que é equivalente, pelas tensões cíclicas. Enquanto a trinca é pequena, as diferenças de orientação de grãos. microestrutura, etc., são importantes, retardando ou acelerando a propagação da trinca. Após esta ter um certo tamanho, as alterações microestruturais no extremo da fissura são irrelevantes, podendo o material ser tratado como um contínuo, usando propriedades médias.

8.3 - COMPORTAMENTO MACROSCÓPICO

Entendemos como comportamento macroscópico do material, na fadiga, a sua resposta quanto às tensões e deformações provocadas pelo carregamento cíclico. Neste ponto, de igual forma ao comentado no Capítulo 3, é necessário levar em conta o tipo de controle usado no

ensaio, se controle de carga (tensão), ou se controle de deslocamento (deformação). No caso da fadiga, o efeito do tipo de controle no ensaio é muito mais importante do que no caso do ensaio estático de tração.

Para um corpo de prova sendo testado com controle de carga, assumindo que a área da seção transversal permaneça constante, a tensão cíclica varia entre os limites de σ_{min} e $\sigma_{máx}$, diretamente relacionados com os valores de F_{min} e $F_{máx}$ usados na regulagem da máquina de ensaio. A deformação do material é livre, controlada apenas pela sua resposta mecânica às tensões cíclicas aplicadas.



Figura 8.4 - Comportamento macroscópico de um corpo de prova solicitado por uma carga cíclica. Ensaio com controle de força e deslocamento.

No caso de um ensaio com controle de deslocamento a deformação oscila ciclicamente entre ε_{min} e $\varepsilon_{máx}$, enquanto que a tensão pode variar livremente, dependendo apenas da resposta cíclica do material. Nos ensaios com controle de deslocamento a forma da curva $\varepsilon(t)$ geralmente não é senoidal, sendo preferida uma onda triangular, o que

proporciona uma velocidade de deformação constante, figura 8.4. No caso de materiais que são sensíveis à taxa de deformação este cuidado é essencial, pois caso contrário o laço de histerese resultante se apresenta com os extermos arredondados.

Um sólido, elástico perfeito, pode ser solicitado ciclicamente sem que a sua rede cristalina apresente alterações, qualquer que seja o número de ciclos de carregamento aplicados. No entanto, existem indicações que nos materiais reais, mesmo quando solicitados abaixo do limite elástico, ocorrem alterações permanentes na estrutura cristalina. Estas indicações fornecem indícios de que não existe limite elástico verdadeiro, desde que existam instrumentos bastante sensíveis para registrar ínfimos desvios do comportamento elástico. Com a aplicação de tensões, ou deformações cíclicas, ocorrem pequenas deformações plásticas, embora quase imperceptíveis. Apesar de bastante reduzidas, com o carregamento sucessivo elas levam a um rearranjo da estrutura cristalina e a consequentes alterações nas propriedades mecânicas, que se refletem no diagrama tensãodeformação. Quanto maior a deformação plástica mais sensível e imediato este efeito de reorganização da estrutura cristalina. O tipo de teste mais conveniente para o estudo destes aspectos é o de solicitar o corpo de prova ciclicamente, entre valores fixos de deformação, ao invés de tensões. Durante a deformação cíclica desenvolve-se um laço de histerese provocado pela deformação plástica cíclica, figura 8.5, onde são mostrados os parâmetros usados para caracterizar este laço.

A faixa de deformação total, $\Delta \varepsilon$, é formada pelas componentes elástica e plástica. A componente plástica, $\Delta \varepsilon_{\rm p}$, figura 8.5, é a largura do laço de histerese, sendo que a altura do laço é ### $\sigma = 2\sigma_{\rm a}$, onde $\sigma_{\rm a}$ é a amplitude da tensão cíclica aplicada, ou seja, é a tensão alternante.

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_{\rm e} + \Delta \varepsilon_{\rm p} \tag{8.1}$$

 $\Delta \varepsilon_{\rm e} = \Delta \sigma \,/\, \mathsf{E} \tag{8.2}$

Em um ensaio medimos diretamente $\Delta \varepsilon$ e $\Delta \sigma$ e, assim, podemos calcular a faixa de variação da deformação plástica como:

$$\Delta \varepsilon_{\rm p} = \Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon_{\rm e} \tag{8.3}$$



Figura 8.5 - Esquema de um laço de histerese típico com os parâmetros envolvidos. Exemplo de laços com idênticos $\Delta \sigma$ e $\Delta \epsilon$.

Durante a solicitação cíclica o material pode tanto encruar como amolecer, tendo o seu limite elástico alterado, dependendo dos tratamentos termomecânicos a que foi submetido. É amplamente aceito que os materiais recozidos encruam no ensaio, enquanto que materiais trabalhados a frio tendem a amolecer. Materiais com um grau intermediário de trabalho a frio inicialmente encruam e após amolecem, dependendo da deformação e do número de ciclos. Estes efeitos parecem sugerir que cada metal ou liga possui uma faixa de resistência em potencial que pode ser atingida por um trabalho a frio, recozimento, etc. Se o metal está inicialmente no extremo inferior desta faixa, ele encrua ciclicamente e se, por outro lado, está no extremo superior, então ele amolece. Um estado intermediário parece ser a situação de equilíbrio para o metal, dependendo das condições de carregamento.

O mecanismo básico de alteração da curva tensão-deformação, devido às deformações plásticas cíclicas, está associado com a movimentação de discordâncias. Quando o material está altamente encruado, resultado de um elevado trabalho a frio, devido a um processo de trefilação ou laminação, por exemplo, apresenta uma alta densidade de discordâncias, algo da ordem de 10⁸ discordâncias por cm². Com as deformações plásticas cíclicas as discordâncias passam a se movimentar e passa a ocorrer o fenômeno de aniquilamento de discordâncias de sinais contrários, fazendo com que a densidade de discordâncias se reduza significativamente. Esta redução tem como



Figura 8.6 - Condições em que o ensaio é executado e representação esquemática da formação dos primeiros laços de histerese.

Para os materiais que endurecem ciclicamente a curva tensãodeformação cíclica situa-se acima da estática, ocorrendo a estabilização mais rapidamente do que quando o material amolece. Para os materiais que encruam, o período transitório consome aproximadamente 5% da vida e para os materiais que amolecem consome algo da ordem de 20%. Em um metal puro, recozido, o efeito de encruamento pode elevar o limite elástico a um valor até cinco vezes superior ao original. Se o material estiver inicialmente bastante encruado, a redução no limite elástico pode ser de um fator dois, devido ao amolecimento cíclico. No caso do cobre, se um corpo de prova recozido é submetido a uma série de ciclos de amplitude crescente, poucos ciclos são necessários para o material endurecer até o estado de equilíbrio, mas se for usada uma série de amplitudes decrescentes, é necessário um maior número de ciclos para o material amolecer até o regime permanente.



Figura 8.7 - Variação da tensão com o número de ciclos e comparação das curvas σ - ϵ estáticas e cíclicas para um material em duas condições.

Para a determinação experimental da curva cíclica o primeiro passo é a determinação do parâmetro a ser controlado, ou seja, definir se o ensaio deve ser feito com amplitude de tensão ou de deformação constante. Tomemos por exemplo o caso da figura 8.8, um teste com controle de deformação. No caso exemplificado, após um certo número de ciclos o material sofre progressivamente um endurecimento cíclico, até que o laço de histerese praticamente não se altere, alcançando a estabilização. Na figura 8.8 localizamos então o ponto A₁, de coordenadas (σ_1 ; ε_1). Este ponto, obtido pela estabilização a ε_1 , é um primeiro ponto do que será a curva tensão-deformação cíclica. Realizando outros ensaios a diferentes faixas $\Delta \varepsilon_i$, i = 1,2...n, obtemos dos laços de histerese estabilizados os pontos A₁ = (σ_i ; ε_i) que no conjunto permitem formar a curva tensão-deformação cíclica do material, que corresponde portanto à sua resposta estabilizada às solicitações cíclicas.



Figura 8.8 - Determinação da curva tensão-deformação cíclica.

Uma outra maneira de obter a curva tensão-deformação cíclica é solicitar um mesmo corpo de prova com blocos de solicitação cíclica, sendo a amplitude constante dentro de cada bloco. A duração de cada bloco deve ser tal que permita a estabilização. Uma vez atingido o nível estável de tensão, a deformação é aumentada e um novo bloco de solicitação inicia, até atingir o regime estável. Ao invés de uma série de blocos em que a deformação é alterada, de bloco para bloco, após atingido o equilíbrio, pode também ser usada uma mudança gradual, dentro do bloco, para obter a curva tensão-deformação. Neste teste a solicitação é formada por blocos onde a deformação varia linearmente de zero até um máximo, como ilustra a figura 8.8. Após a aplicação de uma série destes blocos o material passa a ter uma resposta tensãodeformação estabilizada. Com o registro dos laços de histerese de um bloco, com o material já em equilíbrio, a curva que une os extremos dos laços de histerese estabilizados é a curva tensão-deformação cíclica. Neste caso o processo é mais rápido, pois um único tipo de bloco de carregamento é usado.



Figura 8.9 - Controle de deformação imposto ao corpo de prova para obter a curva tensão-deformação cíclica.

Pelo acima exposto, a curva tensão-deformação cíclica é o meio mais apropriado de fornecer o comportamento mecânico do material, para um estudo dinâmico. Deve ser salientado que os pontos sobre a curva tensão-deformação estabilizada correspondem a diferentes números de ciclos, pois para altas deformações a vida é bastante curta, enquanto que para baixas deformações a vida é maior. Deste modo, para um componente estrutural em que a distribuição de tensões, na seção sob análise, não é uniforme, a curva tensão-deformação a ser usada deve ser a correspondente ao número de ciclos que já solicitou o material. Os pontos mais solicitados provavelmente já estarão respondendo de acordo com a curva tensão-deformação cíclica, pois ocorre uma estabilização mais rápida, enquanto que os pontos menos solicitados estarão ainda numa transição entre a curva estática e a curva cíclica. A figura 8.10 mostra um conjunto de laços de histerese estabilizados, com a correspondente curva tensão-deformação cíclica, definida pelo lugar geométrico dos extremos dos laços de histerese. É mostrada também a comparação entre as curvas tensão-deformação cíclica e estática, do aco AISI 4137H, com 350 HBN de dureza. A extensão do campo elástico da curva tensão-deformação cíclica fica definida através da tensão limite de escoamento cíclica, usualmente estabelecida por uma deformação plástica de 0.002, medida na curva cíclica. A curva tensão-deformação cíclica da maioria dos materiais usados em Engenharia pode ser descrita pelo modelo com encruamento potencial, ou seja,
$$\Delta \sigma / 2 = k' (######_p / 2)^{n'}$$
(8.4)

sendo k' o coeficiente de resistência cíclica e n' o expoente de encruamento cíclico, obtidos experimentalmente, que, para alguns materiais, estão disponíveis no Apêndice 1. A deformação plástica é obtida da equação (8.4),

$$(###\varepsilon_p / 2) = (###\sigma / 2 k')^{1/n''}$$
 (8.5)

onde temos

 $\Delta \varepsilon_{\rm e} / 2 = \Delta \sigma / (2E) \tag{8.6}$

e, pela equação (8.1),

$$\Delta \Box / 2 = \# \# \varepsilon_{e} / 2 + \# \# \# \# \#_{p} / 2$$
(8.7)

resulta

$$(###### / 2) = \Delta\sigma / (2E) + (\Delta\sigma / 2k')^{1/n'}$$
 (8.8)

sendo n' o expoente de encruamento cíclico do material. Um modo bastante simples de estimar se um dado material vai encruar ou amolecer ciclicamente é usando a relação entre a tensão limite de resistência $\sigma_{\rm R}$, e a tensão limite de escoamento $\sigma_{\rm E}$, obtidas no teste de tração convencional. Assim, se

$\sigma_{R} / \sigma_{E} > 1,4$	O material encrua.
$\sigma_{\rm R} / \sigma_{\rm E} < 1.2$	O material amolece.

Para as relações intermediárias o material possui então um comportamento relativamente estável, ou seja, a sua curva tensãodeformação cíclica não difere muito da curva estática. Na figura 8.9 estão mostrados resultados experimentais das curvas cíclicas e estáticas para alguns materiais. Nestas curvas nota-se que a posição relativa entre a curva estática e a cíclica depende em certos casos do nível de deformação considerado. Em outros casos existe um efeito grande de encruamento ou de amolecimento cíclico. Outra forma de prever se o material encrua ou amolece ciclicamente é quanto ao expoente de encruamento do material, da curva σ - ϵ estática. Tal se baseia na constatação de que o coeficiente de encruamento da curva cíclica se situa praticamente sempre entre 0,10 e 0,20. Assim, se na curva estática o expoente está fora desta faixa, existe uma grande chance do material apresentar um transiente cíclico importante.

n > 0,20	O material encrua.
n < 0,10	O material amolece.



Figura 8.10 - Exemplos de curvas tensão-deformação cíclica e monotônica para diferentes tipos de materiais.

A curva tensão-deformação cíclica explica de uma forma concreta a diferença que é verificada experimentalmente entre a tensão limite de fadiga sob flexão e sob tração compressão. É fato comprovado que a resistência à fadiga sob flexão é maior do que sob tração, quando as tensões são calculadas elasticamente a partir dos momentos e das forças externas. No caso de um ensaio de tração, a tensão que age independe da forma da curva tensão-deformação. No caso de flexão, tal não ocorre necessariamente. Assim, para uma tensão de flexão superior ao limite elástico cíclico do material, há uma completa redistribuição de tensões na seção, aumentando as tensões nas fibras

internas e reduzindo-as nas fibras externas. Desse modo a tensão real nas fibras externas é inferior à tensão nominal, o que não ocorre no caso de um ensaio de tração-compressão, onde a tensão nominal coincide com a tensão que está atuando.



Figura 8.11 - Determinação da curva tensão-deformação cíclica a partir de um carregamento em blocos de amplitude variável, conforme figura 8.9.

8.5 - EXIGÊNCIAS DE UMA ANÁLISE DE FADIGA

As estruturas de Engenharia devem fornecer um servico seguro no seu ambiente de trabalho. A resistência à falha por fadiga durante a sua vida útil é uma consideração importante, pois muitas estruturas estão sujeitas a cargas ou defleções cíclicas. O acúmulo do dano provocado pela fadiga, que leva à falha final, é afetado por um número tão grande de variáveis que em geral é necessário testar a estrutura, seja em laboratório, seja no campo, para provar que ela é confiável. O engenheiro de testes deve realizar os ensaios de forma que eles reflitam com exatidão a capacidade da estrutura quanto à resistência à fadiga. Ao mesmo tempo os ensaios não devem ser excessivamente longos ou onerosos. No caso da indústria aeronáutica, por exemplo, vários anos de serviço podem ser simulados em alguns poucos meses e apenas um ou dois protótipos de um novo avião precisam ser usados para os testes de fadiga. Logicamente é interessante reduzir e simplificar os ensaios tanto quanto possível, mantendo uma relação conhecida entre os resultados dos testes e o desempenho em servico. Uma forma de encurtar os testes é submeter a estrutura a uma versão

simplificada das solicitações previstas em serviço. Assim, é possível em muitos testes eliminar os períodos de repouso e as cargas de amplitude muito pequena, sem afetar os resultados. Uma desvantagem da simplificação das solicitações é que isto complica a análise requerida para relacionar os resultados experimentais com o desempenho. Outra forma para simplificar os ensaios é atuar sobre a estrutura. Às vezes apenas as partes críticas da estrutura são testadas. Assim, se apenas uma parte da estrutura é um projeto novo, então apenas uma parte é que pode necessitar um ensaio. Um modelo simplificado da estrutura pode fornecer muitas informações úteis quando ensaiado. Um caso extremo o de um corpo de prova de fadiga, que corresponde ao caso mais elementar de estrutura. Aqui a desvantagem de simplificar a estrutura é que se torna difícil relacionar a vida do ensaio com a vida esperada em serviço, sendo necessário o uso de várias hipóteses para fazermos a correlação.

A figura 8.11 mostra os estágios possíveis na simplificação da estrutura e das solicitações devidas ao meio ambiente. O caso ideal em termos de reprodução da condição real é o ensaio da estrutura completa sob a ação das cargas esperadas, porém os custos são aqui exorbitantes na maioria das vezes. Assim é necessário adotar uma solução de compromisso, que pode ser o ensaio de um corpo de prova liso ou entalhado sob as condições de serviço. Outra possibilidade é o ensaio da estrutura completa sob a ação de um carregamento de então amplitude constante. ou qualquer outra combinação intermediária. Mais recentemente, com o uso das técnicas digitais de controle, podemos ensaiar apenas os pontos críticos da estrutura, simulando exatamente as solicitações medidas em serviço, nestes mesmos pontos críticos, [14].

Segundo Fucks e Stephens, [7], o grau de sofisticação na análise e no projeto de fadiga pode ser dividido em quatro classes, dependendo do tipo de projeto desenvolvido e de sua responsabilidade, volume de produção, etc.. Estas classes são discutidas no texto que se segue.

PROJETO DE UM EQUIPAMENTO PARA USO RESTRITO

É o caso de um equipamento que vai ser usado na própria indústria, seja para auxiliar a produção, para ensaios ou para obter dados. Se o equipamento é submetido a cargas variáveis, como um eixo rotativo, um mecanismo articulado, etc., ele deve ser dimensionado quanto a uma falha por fadiga. O grau de sofisticação na análise não exige maior número de informações do que as contidas ao longo deste texto. O projetista deve assegurar uma segurança suficiente quanto à operação, pelo uso de um coeficiente de segurança adequado.

PROJETO DE UM NOVO MODELO

Quando existe um projeto e este sofre alterações, dados adicionais precisam ser conhecidos, a partir de memoriais ou modelos anteriores. Adicionalmente às exigências discutidas acima, são necessários testes para confirmar as hipóteses assumidas no cálculo. Peças rompidas de modelos anteriores fornecem dados preciosos. Servem para ajustar o procedimento de testes para produzir falhas que sejam semelhantes às falhas que ocorrem em serviço. Antes de fazer uma análise completa de tensões é possível determinar a relação entre as tensões nos pontos mais significativos e a carga, a partir de medidas em protótipos e assim reproduzir as mesmas condições para o novo projeto.



Figura 8.12 - Graus de sofisticação que podem ser adotados em ensaios de fadiga, seja sobre a estrutura, seja sobre o carregamento.

PROJETO DE UM NOVO PRODUTO

Este passo requer um enorme cuidado no projeto à fadiga. A previsão das cargas atuantes é o fator mais importante, já que não existe sentido em efetuar uma análise de tensões minuciosa, se tivermos uma avaliação errada dos carregamentos. Depois do levantamento das cargas, pode-se partir para a análise detalhada de fadiga de todos elementos, com comprovação por meio de testes dos componentes, que podem levar a modificações do projeto. Sempre que possível, protótipos de modelos devem ser testados para confirmar o desempenho e a estimativa de cargas que foi feita preliminarmente.

PROJETO DE ACORDO COM NORMAS

Muitas empresas estipulam valores para as tensões admissíveis para o projeto de seus equipamentos. Tais dados permitem ao projetista projetar de acordo com dados baseados na experiência de muitos outros projetistas. A regra de projeto de acordo com código interno à empresa, em geral, é um procedimento conservativo de projeto. Em outras situações, o projeto deve seguir um roteiro préestabelecido, onde os procedimentos, métodos e limites admissíveis estão contidos em normas e códigos, criados por sociedades de regulamentação e de normalização. Projetos aeronáuticos, navais e de reservatórios submetidos a pressão são exemplos típicos de situações governadas por normas, como da ASME, FAA, DIN, ISO e outras.

8.6 - CRITÉRIOS DE PROJETO PARA FADIGA

Os sistemas e equipamentos de Engenharia onde as peças e componentes devem ser projetados e calculados para resistir a uma falha por fadiga são as mais diversas, com o uso de diferentes materiais, ciclos de carga, exigências de segurança, etc., fazendo com que o critério de projeto e análise da resistência à fadiga tenha que ser também diferente para cada caso considerado.

Os critérios para projeto de fadiga foram sendo substancialmente alterados com o desenvolvimento da técnica e do conhecimento do problema de fadiga. Muitos destes critérios são ainda válidos, pois as condições de uso de diferentes componentes mecânicos são as mais diversas possíveis e existem situações onde os critérios, mesmo os mais antigos, são ainda aplicáveis. Os principais critérios de projeto, colocados aproximadamente em uma ordem cronológica de desenvolvimento, são descritos a seguir.

PROJETO PARA VIDA INFINITA

Os primeiros projetos mecânicos, levando em conta a fadiga, eram baseados em uma segurança quanto à falha quase ilimitada, com os componentes dimensionados para uma vida infinita. Esse critério exige que as tensões atuantes estejam suficientemente abaixo da tensão limite de fadiga pertinente. Ainda hoje, muitas peças que operam com um carregamento cíclico aproximadamente constante durante vários milhões de ciclos, devem ser dimensionadas para vida infinita. Este é o enfoque mais clássico da análise de fadiga, usando os conceitos da curva de Woehler e da tensão limite de fadiga, tendo sido proposta ainda no século passado.

EXEMPLOS: Eixos de motores. Molas de válvulas de um motor de combustão. Engrenagens industriais.

PROJETO PARA VIDA FINITA

condições de carregamento Em muitas ocasiões as são sensivelmente imprevisíveis, ou, ao menos, inconstantes. Assim, se um componente for projetado para a carga máxima esperada, as dimensões, peso, custo, etc., serão excessivos, desnecessários, pois a carga máxima ocorrerá apenas algumas poucas vezes ao longo da vida útil do equipamento; logo o projeto para vida finita sob a ação destas cargas é plenamente justificável. A vida selecionada para o projeto deve incluir uma margem de segurança para levar em consideração a grande dispersão da vida de fadiga (relações de vida máxima, vida mínima da ordem de 10 para 1 podem ser facilmente encontradas nos ensaios de fadiga) bem como outros fatores não conhecidos ou não considerados. O dimensionamento ou análise pode ser tanto feito com base nas relações tensão-vida (σ - N), deformação-vida (ϵ - N), ou ainda de propagação de trincas pré-existentes (a - ΔK).

EXEMPLOS:

Mancais de rolamento Reservatórios Pressurizados Componentes automobilísticos Motores a jato

PROJETO PARA FALHA EM SEGURANÇA (FAIL SAFE)

Este critério foi desenvolvido pelos engenheiros aeronáuticos, já que estes não podem tolerar o peso adicional requerido por um coeficiente de segurança alto, nem o risco de falha implícito por um coeficiente muito baixo. O critério para falha em segurança considera a possibilidade de ocorrência de trincas de fadiga e dispõem a estrutura de modo que as trincas não a levem ao colapso antes de serem detectadas e reparadas. Alguns meios de possibilitar o comportamento "fail safe" em uma estrutura são os de permitir percursos alternativos para transferir a carga, introduzir bloqueadores de propagação, ou elementos para impedir a propagação da trinca a intervalos, (*crack arresters*), usar uniões rebitadas ou parafusadas ao invés de soldadas, etc.. A figura 8.13, ilustra o procedimento comentado.

EXEMPLOS: Fuselagens e asas de aviões Cascos de navios Pontes.

PROJETO COM TOLERÂNCIA AO DANO

Este critério é um refino da filosofia anterior de projeto. Partimos do princípio de que a estrutura possui uma fissura, seja por defeito de fabricação, seja devida à operação (fadiga, corrosão sob tensão, etc.), e com os conceitos da Mecânica da Fratura são desenvolvidos os projetos de modo que as trincas pré-existentes não cresçam a um tamanho tal que leve à falha, antes que sejam detectadas pelas

inspeções periódicas. Este critério aplica-se melhor a materiais com baixa velocidade de propagação de trincas e com alta tenacidade. O tamanho inicial do defeito pode ser estimado (ao menos o seu limite superior) através de um ensaio prévio de sobrecarga. Se o componente sobrevive ao ensaio está assegurado que não existem defeitos (trincas) acima de uma dada dimensão. É um critério que usa extensivamente as modernas metodologias de projeto.

EXEMPLOS: Fuselagens e asas de aviões. Reservatórios. Tubulação e oleodutos.



Figura 8.13 - Exemplos de estruturas para falha em segurança.

8.7 - COMENTÁRIOS FINAIS

Historicamente a análise de fenômenos da fadiga iniciou com os trabalhos pioneiros de Woehler sobre as falhas repentinas que ocorriam nos eixos dos vagões das estradas de ferro alemãs, isto na segunda metade do século XIX. Woehler foi o primeiro que apontou para a importância da amplitude das tensões cíclicas sobre a vida de fadiga, bem como para o efeito de pequenos raios de concordância no fundo de entalhes, que levam a uma falha prematura. A partir destes estudos iniciais o problema da fadiga passou a ser estudado de uma forma exaustiva, por pesquisadores de todo o mundo, através de ensaios realizados com os mais diversos tipos de corpos de prova e de carregamento. A grande maioria dos ensaios estava voltada para o extremo da curva de fadiga correspondente ao regime de alto número de ciclos para falha. Foi verificado que, além do efeito do entalhe, outros fatores influem sobre a resistência à fadiga de componentes mecânicos, passando-se assim a coletar dados experimentais sobre estes efeitos e colocá-los sob a forma de fatores de correção empíricos. Nesta etapa do desenvolvimento do estudo da fadiga vários aspectos causavam controvérsias, não havendo uma explicação correta. Assim, apenas com a sofisticação dos métodos de ensaio e de análise dos resultados é que foi possível resolver vários aspectos duvidosos, que exigiam hipóteses e modelos, as vezes pouco lógicos para explicar certos efeitos verificados na prática, como o efeito de tamanho, do tipo de carga, sensibilidade ao entalhe, e outros mais.

O processo da análise de fadiga convencional, ou clássico, é baseado no conceito da tensão limite de fadiga, usando as tensões nominais que atuam na seção crítica como a indicação do nível de solicitação que atua no material. Sobre a tensão limite de fadiga para um corpo de prova liso são adicionados os efeitos de concentração de tensão, sensibilidade ao entalhe, tamanho, acabamento superficial, tipo de carregamento, etc., para afinal obtermos a tensão limite de fadiga para o componente. Devido ao grande número de variáveis envolvidas, existe uma grande dispersão nos resultados de ensaios de fadiga e isto leva a uma imprecisão na análise de fadiga, que se reflete sobre a previsão de vida do componente mecânico.

A análise do fenômeno de fadiga pelas tensões que atuam no material é aplicável quando o nível de deformação plástica induzida for baixo, ou seja, quando a vida for relativamente elevada. No caso em que as deformações plásticas crescem, é mais difícil relacionar a vida com o nível de tensão, principalmente se o material não possui um encruamento apreciável. Um caso extremo é o de um material elastoplástico ideal, pois para qualquer ponto dentro do regime plástico a tensão solicitante é sempre a mesma, embora a deformação possa variar entre limites bastante amplos. É lógico que se o material sofre uma deformação cíclica mais elevada a vida de fadiga fica reduzida, embora a tensão fica, de acordo com o modelo adotado, constante.

A maior diferença entre a análise de fadiga convencional, ou clássica, baseada no conceito da tensão limite de fadiga e o processo baseado na curva ### - N, é que neste a solicitação no material é fornecida em termos da deformação que o material sofre, e não da tensão. A importância desta diferença é claramente verificada no caso de um componente estrutural com uma descontinuidade geométrica. O efeito de uma descontinuidade deste tipo é o aumento da magnitude das tensões na sua proximidade. Este aumento localizado de tensões pode fazer com que nesta região o material sofra deformações plásticas. Para um material sem encruamento, o estado de tensões na zona plástica perde significado, já que a tensão máxima é constante e igual à tensão limite de escoamento (estado plano de tensões), dentro da zona plástica. Neste caso, a vida do componente não pode ser correlacionada com a tensão no ponto mais solicitado, mas sim com a

deformação que age neste ponto, pois, dependendo da amplitude de deformação cíclica, a vida pode variar entre limites bastante amplos. Sendo a tensão nominal normalmente elástica, a zona constituída por material deformado plasticamente, na proximidade do ponto de concentração de tensão, é envolvida por um campo elástico de tensões. As deformações na zona plástica ficam governadas pelos deslocamentos, que o material elástico sofre. Em outras palavras, quando o componente estrutural é controlado por tensões, decorrentes das cargas externas, (forças, momentos) as zonas plásticas confinadas ficam controladas pode ser comparado com o comportamento do material nestas zonas confinadas pode ser comparado com o comportamento de um corpo de prova ensaiado com controle de deformação.

Em vista do acima exposto, para prever os efeitos de pontos de concentração de tensão no comportamento à fadiga de componentes estruturais, as deformações que atuam na zona plástica confinada podem ser simuladas pelo ensaio de corpos de prova de pequenas dimensões, de seção uniforme, em condições de deformação controlada. Se a deformação cíclica que age no ponto mais solicitado do componente for a mesma que age no corpo de prova, a vida de nucleação do componente será a mesma que a vida do corpo de prova, pois neste o período de propagação é extremamente pequeno. Assim, conhecendo a dependência da deformação sobre a vida, para o material em questão, é possível prever a vida do componente estrutural, desde que se tenha conhecimento da deformação que age no ponto mais solicitado.

Uma conseqüência da análise plástica é a possibilidade de considerar-se o desenvolvimento, no interior do material, de um estado de tensões residuais, que pode alterar sensivelmente o seu comportamento à fadiga. Estas tensões residuais, em geral, desenvolvem-se quando existe um gradiente de tensões ao longo da seção e, em algum ponto, o limite elástico é ultrapassado. Quando a distribuição de tensões na seção é uniforme, a ocorrência de tensões residuais é possível se o material é solicitado por um carregamento onde são impostas deformações, como no caso de tensões térmicas.

Devido ao efeito de encruamento cíclico que alguns materiais apresentam e ao efeito de amolecimento cíclico que outros apresentam, um comportamento inicialmente elástico pode se transformar, após um número de ciclos suficientes, em um comportamento plástico. Assim, para solicitações cíclicas, o limite elástico, ou, mais usualmente, a tensão limite de escoamento, obtido em um ensaio estático de tração, possui pouco significado, já que o material pode encruar ou amolecer ao longo da vida. Um valor mais significativo é o limite de escoamento de uma curva tensão-deformação cíclica, obtida para o material em uma situação já estabilizada.

CAPÍTULO 9

RESISTÊNCIA À FADIGA DOS MATERIAIS

Em qualquer projeto quanto à fadiga, um dos pontos fundamentais é determinar, seja experimentalmente ou não, a resistência a fadiga do material. Esta resistência à fadiga deve ser compatível com o critério de projeto adotado, como discutido no Capítulo 8. Assim, dependendo do tipo de aplicação podemos necessitar de informações quanto a resistência à nucleação de trincas de fadiga, ou então a resistência à propagação destas trincas. Estas informações podem muitas vezes não estarem disponíveis, para o material de interesse, quando então devemos levantar em laboratório estes dados. Quando o projeto deve iniciar, sem dados quanto à resistência à fadiga, devemos ter critérios para ao menos estimar o comportamento do material. O objetivo deste Capítulo é de justamente comentar os aspectos relativos à determinação experimental da curva de resistência à fadiga do material de interesse. Outro ponto importante diz respeito à estimativa das curvas, a partir de poucas informações a respeito do material. Assim, este Capítulo tem como objetivo também fornecer dados que permitam estimar o comportamento à fadiga do material, quanto a nucleação de trincas. Seja na determinação experimental seja na estimativa das curvas de resistência à propagação das trincas de fadiga o Capítulo 12 discute os diferentes aspectos envolvidos e fornece os dados necessários para uma avaliação da vida de propagação.

9.1 - ENSAIOS DE FADIGA.

Os primeiros ensaios de fadiga para pesquisar a resistência a carregamentos cíclicos foram feitos com corpos de prova de seção circular, submetidos a esforços de flexão e postos a girar. Contando-se o número de rotações até a ruptura do corpo de prova, temos o número de ciclos que o material suportou, até a falha, correspondente ao nível de tensão cíclica atuante. Neste tipo de ensaio, embora a carga seja constante, a tensão varia senoidalmente com o tempo, devido a rotação do corpo de prova, conforme mostra a figura 9.1. Em outras situações a tensão varia ciclicamente sobre um valor de tensão média que não é zero, fazendo com que a alternância não seja simétrica. Isto faz com que seja necessário considerar não só a influência da amplitude da tensão alternante, como também a intensidade da tensão média sobre a resistência à fadiga. A nomenclatura adotada para identificar as tensões atuantes neste caso está ilustrada na figura 9.1.



Figura 9.1 - Variação da tensão em um ensaio de flexão rotativa e definição das tensões em um caso geral.

Nos ensaios de flexão rotativa o material é solicitado por uma tensão cíclica alternante, com tensão média nula. Neste ensaio um corpo de prova é posto a girar, submetido a um momento fletor constante, o que faz com que cada ponto do material, devido à rotação, tenha o seu nível de tensão variando senoidalmente. O corpo de prova assim permanece até que venha a romper. Novos corpos de prova são ensaiados, com diferentes intensidades de carregamento, permitindo desta forma uma avaliação do efeito do nível do carregamento cíclico sobre a vida à fadiga do material em questão. Os resultados destes

ensaios são usualmente apresentados na forma gráfica, de valores da tensão alternante aplicada contra o número de ciclos da vida. Como a vida pode ser tão curta como 10 ciclos ou tão longa como 10⁹ ciclos, a escala usada é normalmente logarítmica, ao menos no eixo horizontal, como ilustra a figura 9.2.



Figura 9.2 - Aspecto geral de uma curva tensão alternante-número de ciclos.



Figura 9.3 - Variação da deformação num ensaio com deformação controlada.

Uma característica importante, e que deve ser levada em consideração em todo e qualquer problema relacionado com fadiga, é a grande dispersão de resultados existente, principalmente para vidas superiores a 10⁴ ciclos. Isto é devido ao processo de nucleação, que fica bastante influenciado pelas heterogeneidades metalúrgicas, que são aleatoriamente dispersas pelo volume do material.

Outros tipos de ensaios realizados são os de tração-compressão, torção cíclica ou de flexão plana, sendo que atualmente a tendência é de usar predominantemente testes axiais, de tração-compressão. Alguns ensaios são realizados com o uso de carregamentos combinados, ou seja, tração-flexão, tração-torção, flexão-torção, entre outras combinações. Atualmente o estudo da fadiga é feito tomando por base os dados obtidos com ensaios de tração-compressão, com controle de carga na região a alto ciclos e com controle de deformação na região a baixo ciclos. Os equipamentos de ensaio são na sua grande maioria máquinas eletro-hidráulicas servocontroladas, com realimentação do sinal de controle e possibilidade de medida de várias grandezas simultaneamente. Nos ensaios com controle de deformação as curvas são de ε_a (componente dinâmica da deformação) contra N ou de $\Delta \varepsilon$, faixa de variação da deformação, contra a vida N.

Muitas vezes o interesse é de obtermos o comportamento do material quando à propagação de trincas de fadiga. Neste caso o corpo de prova é pré-fissurado e a velocidade com que a trinca cresce e a intensidade do carregamento cíclico são monitoradas.



Figura 9.4 - Tipos de corpos de provas, para diferentes ensaios de fadiga.

Outro aspecto que é investigado diz respeito à aplicação de cargas não senoidais, de modo a simular cargas reais de serviço. Assim, temos, em uma primeira aproximação para modelar uma carga real de serviço, a aplicação de uma carga flutuante, ou seja, uma solicitação senoidal com tensão média não nula. Outra possibilidade é uma solicitação cíclica definida através de blocos de carregamento, cada bloco formado por sequências de vários níveis de carga, cada nível considerado com um carregamento com amplitude constante. Num grau mais sofisticado, os blocos são formados por uma sequência aleatória, que busca reproduzir o mais próximo possível as condições reais de serviço que o produto encontra na prática. A figura 9.5 ilustra estas diferentes formas de carregamentos que são aplicadas em laboratório, sobre corpos de prova ou sobre estruturas completas.



Figura 9.5 - Tipos de solicitações variáveis ao longo do tempo, mais usuais em casos práticos.

Os corpos de prova usados para determinar as propriedades de fadiga estão sujeitos a um controle muito mais intenso do que no caso de corpos de prova para uso no ensaio de tração. Esta necessidade é decorrência do grande número de variáveis que influem sobre a resistência à fadiga do material, como por exemplo, orientação do corpo de prova em relação às direções de laminação, trefilação ou forja, grau e direção do acabamento superficial, dimensões do corpo de prova, forma da seção transversal, colinearidade entre o eixo do corpo de prova e a carga de ensaio, tipo de carregamento empregado, agressividade do meio ambiente, etc.. Desta forma, a confecção de

corpos de prova para ensaios de fadiga é estabelecida nas normas de ensaio, sendo geralmente necessário um acabamento esõerado na superfície, com polimento manual após a operação de retífica, bem como um cuidado especial na forma da transição entre a seção útil e os extremos a serem fixados nas garras, para evitar ao máximo pontos com concentração de tensão. Os corpos de prova usualmente são de seção circular com um diâmetro da ordem de 6 a 10 mm, sendo ensaiados ou com carga axial ou sob flexão rotativa. A tabela 9.1 indica as principais normas da ASTM que estabelecem os requisitos e orientações necessárias para a realização de ensaios de fadiga.

TABELA 9.1 - Normas e especificações da ASTM para ensaios de fadiga [].

lúmero ASTM	Assunto da especificação
E 206	Testes e tratamento estatístico dos resultados.
E 466	Testes de fadiga axial, com amplitude constante.
E 467	Verificação de máquinas de ensaio axial.
E 468	Apresentação de resultados com amplitude constante.
E 513	Teste de amplitude constante, baixo número de ciclos.
E 606	Nomenclatura de ensaios a baixo número de ciclos.
E 647	Ensaio de propagação de trincas de fadiga.
E 739	Análise estatística das curvas σ - N e ϵ - N.
E 742	Testes de fadiga com ambiente agressivo.

9.2 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS.

Os resultados experimentais de ensaios de fadiga quanto a resistência à nucleação relacionam o carregamento dinâmico aplicado, tensão ou deformação, e o número de ciclos necessários para levar à falha o corpo de prova. O critério de falha pode ser a ruptura do corpo de prova, ou então o surgimento de uma trinca observável. Outro critério que pode ser aplicado é a perda de rigidez.

Estes ensaios levam a resultados típicos da solicitação, tensão ou deformação, como uma função decrescente do número de ciclos, ou seja, quanto maior a vida desejada, menor deve ser a solicitação cíclica aplicada ao material. Os ensaios de fadiga, quanto à nucleação, geram então curvas de tensão cíclica versus vida, se o ensaio for realizado com controle de carga. Para o caso de um ensaio com controle de deslocamento, os resultados serão de deformação contra vida. Por outro lado, existem situação nas quais o interesse não é na curva de fadiga por inteiro, mas apenas no seu extremo para altas vidas. Neste caso, os materiais podem apresentar dois tipos de comportamento, um com a tensão decrescendo continuamente com a vida, chamado tipo I. Neste tipo de material a vida de fadiga é sempre finita, ou seja, a falha sempre vai ocorrer, embora a vida possa ser elevada. No tipo II a tensão diminui até um certo valor, permanecendo constante dentro de um patamar, para vidas superiores a 10⁶ ou 10⁷ ciclos. Neste caso

define-se a tensão limite de resistência à fadiga, $\sigma_{\rm F}$, como a tensão abaixo da qual a vida passa a ser infinita.



Figura 9.6 - Tipos de curva de fadiga, com diferentes comportamentos na região de grande número de ciclos, denotando a existência de um nível mínimo, limite para que ocorra uma falha por fadiga.

Conforme comentado no Capítulo 8, um ponto de grande interesse, ao menos para componentes que exigem uma vida elevada, é a tensão limite de fadiga. No entanto muitos projetos são efetuados sob condições de vida finita e assim geralmente há interesse no comportamento completo à fadiga do material. Este comportamento à fadiga pode ficar caracterizado pela curva de tensão alternante aplicada no corpo de prova contra vida, medida em número de ciclos, como na figura 9.2, comumente chamada apenas de curva σ - N ou curva de Woehler. Esta curva tem como característica básica o fato que, quanto menor a amplitude das tensões cíclicas, maior é a vida à fadiga. No extremo de alto número de ciclos a curva σ - N apresenta um comportamento importantíssimo para aplicações práticas, no caso de ligas ferrosas e ligas de titânio, materiais tipo II. Nestes casos, a curva apresenta um patamar, para o qual a vida passa a ser infinita, ou seja, para tensões alternantes situadas abaixo do nível deste patamar a peça, ou corpo de prova, não rompe, não importa quanto tempo a tensão seja ciclicamente aplicada. O nível de tensão alternante correspondente ao patamar é denominado de tensão limite de fadiga, $\sigma_{\rm F}$, uma propriedade fundamental para o projeto de peças que são solicitadas ciclicamente com uma frequência elevada, acarretando assim vidas da ordem de vários milhões de ciclos. Para os materiais tipo I, principalmente ligas de alumínio e de magnésio, a curva σ - N tem um aspecto sempre decrescente, ou seja, não importa o nível de tensão alternante, sempre teremos uma vida finita, embora bastante longa. Nestes casos não se define uma tensão limite de fadiga e sim uma tensão alternante correspondente a uma dada vida, que pode ser

denominada de tensão de resistência à fadiga, σ_N , sendo N a vida. Um resumo de um grande número de resultados experimentais, para aços sob carga axial de tração-compressão, é apresentado por Heywood [], conforme reproduzido na figura 9.7 abaixo.

A figura 9.7 ilustra dados para vários tipos de aços, com diferentes composições e tratamentos térmicos, havendo assim a necessidade de reunir os resultados de um modo coerente para permitir uma comparação dos valores experimentais. A maneira mais usual é usar uma forma adimensional, é plotar a relação entre a resistência à fadiga e a tensão limite de resistência, na forma da relação σ_N / σ_R .



Figura 9.7 - Resultados experimentais obtidos com ensaios de traçãocompressão alternante, em aço, adimensionais em relação à tensão limite de resistência, [].

Comparando os resultados de ensaios de tração-compressão com os resultados obtidos com flexão rotativa, nota-se que geralmente estes últimos possuem uma pequena vantagem quanto à resistência à fadiga, para igual número de ciclos. Este efeito ocorre por uma interpretação incorreta dos resultados, pois a tensão calculada é sempre o valor nominal, baseada em um cálculo elástico, ou seja, usando as expressões:

 $\begin{array}{ll} \mbox{Tração:} & \sigma_{0} = \mbox{F} \,/ \, \mbox{A} \\ \mbox{Torção:} & \tau_{0} = \mbox{M}_{t} \,/ \, \mbox{W}_{t} \\ \mbox{Flexão:} & \sigma_{0} = \mbox{M}_{f} \,/ \, \mbox{W}_{f} \end{array}$

No caso de tração, a tensão calculada é correta, esteja o material no regime elástico ou no regime plástico. Para a solicitação de flexão, a situação é totalmente diversa, pois com o material no regime plástico a tensão máxima na seção é menor do que a computada elasticamente e assim os ensaios fornecem a falsa impressão de uma maior resistência à fadiga quando a solicitação é de flexão. A figura 9.7 mostra a diferença entre a distribuição real e a idealizada no caso elástico. Assim, para igual momento fletor, a tensão real na seção será sempre menor que a tensão nominal, quando ocorrer plastificação na seção. Para um material que sofre um amolecimento cíclico este efeito é bastante pronunciado, pois mesmo com um carregamento inicialmente elástico, o material pode começar a sofrer deformações plásticas após uns poucos ciclos. Embora muitas vezes a diferença entre as tensões máximas não seja muito grande, de menos de 10%, esta diferença pode levar a vidas de fadiga muitas vezes maiores ou menores.



Figura 9.7 - Diferença entre o campo elástico e o campo real de tensões de flexão, para igual momento aplicado.

Os resultados mostram que uma estimativa bastante razoável da curva σ - N, para os aços forjados sob flexão rotativa, é a de considerar uma reta em coordenadas logarítmicas, ligando os pontos $0.8 \cdot \sigma_R$ em 10^3 ciclos e $0.5 \cdot \sigma_R$ em 10^6 ciclos, []. Isto implica em uma tensão limite de fadiga, σ_F , de $0.5 \cdot \sigma_R$, obtida a partir de 10^6 ciclos, o que é uma aproximação conservativa, considerando que a faixa de pontos experimentais situa-se acima da curva assim prevista.



Figura 9.8 - Estimativa da curva σ - N para aços forjados e laminados, sob flexão rotativa. Pontos experimentais simulados.

A tensão limite de fadiga para carga axial, ou seja, traçãocompressão, pode ser estimada como 85% da tensão limite de fadiga correspondente, ou seja, à flexão rotativa. Sob torção, os materiais dúteis apresentam uma resistência à fadiga que segue a teoria da máxima energia de distorção, com boa precisão. Assim a tensão limite de fadiga para torção alternante é estimada em 57,7% da tensão limite de fadiga sob flexão rotativa. Estes valores correspondem à tensão alternante que separa a região de vida finita da região de vida infinita, ou seja, correspondem ao patamar da tensão limite de fadiga, $\sigma_{\rm F}$ ou $\tau_{\rm F}$.

Quando é sobreposta à tensão alternante uma tensão média de tração, é verificada uma redução na vida, quando comparada com a vida para a tensão alternante pura, ou o que é equivalente, para igual vida, a tensão alternante que pode ser aplicada ao material na presença de uma tensão média trativa é menor. Um resumo do comportamento de vários aços é mostrado abaixo, considerando sempre a tensão alternante que fornece uma vida infinita, influenciada pelo efeito de uma tensão média, onde é flagrante a redução da tensão alternante que pode ser sobreposta a uma tensão média, a medida que esta aumenta.



Figura 9.9 - Efeito da tensão média sobre a resistência à fadiga do material, para vida infinita, para alguns materiais metálicos, segundo [].

9.3 - ESTIMATIVA DA CURVA σ - N DO MATERIAL.

Todo projetista encontra-se frequentemente com o dilema de determinar a curva σ -N do material específico com que está trabalhando, ou seja, com as características de composição química, tratamento termomecânico, condições do meio ambiente, etc. Em certos casos, a pesquisa na bibliografia especializada [], [], [] pode mostrar-se frutífera, porém em outras situações mais particulares não conseguimos todas as informações desejadas. Neste caso torna-se necessário partir para a determinação experimental das propriedades de fadiga, seja do material, seja do produto, como ilustrado na figura 8.11. Se o volume de produção for suficientemente elevado ou se o grau de segurança exigido for grande, encontramos amparo para a realização de um plano experimental de caracterização da resistência à fadiga do material ou do produto. Em casos em que não se justifica um programa experimental, ou onde se necessite de alguma informação preliminar para dar início ao projeto preliminar, enquanto os ensaios são executados, torna-se valiosa a possibilidade de fazer uma estimativa do comportamento à fadiga do produto. Este enfoque terá uma atenção especial ao longo deste texto, procurando sempre obter uma estimativa da curva de fadiga do material ou do produto, tomando como informações iniciais dados básicos do material, obtidos de forma mais imediata, como através de um simples ensaio de dureza ou do tradicional ensaio de tração.

Assim, vamos inicialmente fazer uma estimativa da curva σ - N do material, como seria obtida pelo uso de corpos de prova adequados, usando a idéia introduzida nas figuras 9.6 e 9.8, ou seja, correlacionar a tensão alternante da curva com a tensão limite de resistência do material. Em todos os casos a curva σ - N será sempre considerada como uma reta em coordenadas logarítmicas, logo, com dois pontos temos a curva totalmente definida. Um ponto será considerado em 10⁶ ciclos, vida que define o início do patamar da tensão limite de fadiga, no caso dos metais ferrosos, e assim a tensão alternante nesta vida será a tensão limite de fadiga, σ_F . O outro ponto escolhido será em 10³ ciclos, que normalmente limita a vida mínima onde a curva σ - N pode ser aplicada. A tensão alternante neste ponto será σ_N , que ocorre para N_f = 10³ ciclos. Para diferentes materiais e tipos de carregamento, temos os casos abaixo, para estimativa da curva σ - N.

Sob carregamento de flexão rotativa, para aços forjados e laminados, []

 $\sigma_{\rm N} = 0.8 \cdot \sigma_{\rm R}$; para N_f = 10³ ciclos. $\sigma_{\rm F} = 0.5 \cdot \sigma_{\rm R}$; para N_f = 10⁶ ciclos.

No caso de aços inoxidáveis,

 $\sigma_{\rm F} = 0.4 \cdot \sigma_{\rm R}$

Sob carregamento axial, tração-compressão, para aços forjados,

 $\sigma_{\rm N} = 0.75 \cdot \sigma_{\rm R}$; para N_f = 10³ ciclos $\sigma_{\rm F} = 0.425 \cdot \sigma_{\rm R}$; para N_f = 10⁶ ciclos

Sob carregamento de torção alternante, para aços forjados,

 $\tau_{\rm N} = 0.68 \cdot \sigma_{\rm R}$; para N_f = 10³ ciclos.

 $\tau_{\rm F} = 0.29 \cdot \sigma_{\rm R}$; para N_f = 10⁶ ciclos.

Nestas relações foi considerada, como tensão de referência, a tensão limite de fadiga sob flexão rotativa. Foram, ainda, considerados os fatores 0,850 e 0,577 para definir a tensão limite de fadiga, respectivamente, para carga axial alternante e para torção alternante. Para o caso da resistência em 10³ ciclos, para torção, usamos um valor de 0,9 da tensão limite de resistência sob torção, a qual por sua vez é avaliada como 0,75 de σ_R , conforme consta no Apêndice 1, resultando assim no valor de 0,68 σ_R .



Figura 9.10 - Faixa de dispersão dos resultados experimentais típicos de σ_{F} em relação a σ_{R} no ensaio de flexão rotativa para o ferro fundido.

Dos dados da figura 9.10, para o ferro fundido, no limite inferior, σ_{F} = 0,35- σ_{R}

Para ligas de cobre, a 2.10⁷ ciclos, segundo Heywood, [] $\sigma_{N} = (0,25 \text{ a } 0,5) \cdot \sigma_{R}$

Para o latão, a 2.10⁷ ciclos, $\sigma_{\rm N} = 0.22 \cdot \sigma_{\rm R}$

Para ligas de magnésio, a 10^8 ciclos $\sigma_N = 0.40 \cdot \sigma_R$ (extrudadas) $\sigma_N = 0.36 \cdot \sigma_R$ (forjadas)

Para ligas de titânio, segundo Heywood [], $\sigma_{\rm F}$ = 0,4 a 0,7 $\cdot \sigma_{\rm R}$

Para o Zamack, liga de zinco para fundição sob pressão, a 10⁸, [] σ_{N} = 0,17 $\cdot\sigma_{R}$

Para aços fundidos podemos usar $\sigma_{\rm F}$ = 0,48· $\sigma_{\rm R}$.

EXEMPLO 9.1 -

Estimar a curva σ - N para o aço SAE-ABNT 4340, com dureza de 353 HBN.

A tensão limite de resistência do material é obtida da dureza Bienell, que para um aço liga Ni - Cr - Mo é relacionada como:

 $\sigma_{R} = 3,4 \cdot 353 = 1200 \text{ MPa}$



Figura 9.11 - Exemplo 9.1.

Tendo-se este valor podemos estimar o diagrama σ - N, para flexão rotativa como: $\sigma_N = 0.8 \cdot \sigma_R = 0.8 \cdot 1200$ $\sigma_N = 960 \text{ MPa para N}_f = 10^3 \text{ ciclos}$ $\sigma_F = 0.5 \cdot \sigma_R = 0.5 \cdot 1200$ $\sigma_F = 600 \text{ MPa para N}_f = 10^6 \text{ ciclos}$

Para carregamento axial o diagrama é estimado pelas seguintes relações:

$$\sigma_{N} = 0.75 \cdot \sigma_{R} = 0.75 \cdot 1200$$

$$\sigma_{N} = 900 \text{ MPa para } N_{f} = 10^{3} \text{ ciclos}$$

$$\sigma_{F} = 0.425 \cdot \sigma_{R} = 0.425 \cdot 1200$$

$$\sigma_{F} = 510 \text{ MPa para } N_{f} = 10^{6} \text{ ciclos}$$



Figura 9.12 - Curva σ - N do exemplo 9.1, para flexão rotativa.





Para carregamento de torção alternante, usando $\tau_R = 0.75 \sigma_R$, temos: $\tau_N = 0.90 \cdot \tau_R \ ; \tau_N = 810 \text{ MPa para } N_f = 10^3 \text{ ciclos}$ $\tau_F = 0.29 \cdot \sigma_R ; \tau_F = 348 \text{ MPa para } N_f = 10^6 \text{ ciclos}$



Figura 9.14 - Curva τ - N do exemplo 9.1, para carga alternante de torção.

Todas as curvas σ - N anteriormente citadas são tratadas como lineares, quando em coordenadas logarítmicas. Este fato leva à possibilidade de obtermos uma equação que represente exatamente a nossa estimativa da curva σ - N considerada, que será, no caso, a equação de uma reta em coordenadas logarítmicas. Esta equação pode ser posta sempre na forma da equação (9.1), sendo no entanto válida apenas dentro do intervalo de 10³ a 10⁶ ciclos, que é o campo de validade da aproximação da curva σ - N.

 $\sigma_{N} = C N^{m}$

(9.1)

Nesta equação C e m vão depender das propriedades de resistência à fadiga do material. Esta equação pode ter as suas constantes determinadas a partir da orientação dada para estimar a curva σ - N do material, ou seja, como é a equação de uma reta, com dois pontos ela fica univocamente definida. Estes dois pontos podem ser os correspondentes às vidas de 10³ e de 10⁶ ciclos. Chamando de σ_N a tensão alternante para 10³ e de σ_F a tensão limite de fadiga, que ocorre, segundo nossa estimativa, a partir de 10⁶ ciclos, o expoente m da equação (9.1) é obtido como

$$m = \frac{\log \sigma_{N} - \log \sigma_{F}}{\log 10^{3} - \log 10^{6}}; \quad \text{ou,} \quad m = \frac{\log \sigma_{1} / \sigma_{2}}{\log N_{1} / N_{2}}$$
$$m = -\frac{1}{3} \cdot \log \sigma_{N} / \sigma_{F}$$
(9.2)

Quanto à constante C, esta pode ser obtida através da substituição dos valores de σ e N, correspondentes a 10³ ou 10⁶ ciclos, juntamente com o expoente m, já determinado, na equação (9.1), resultando

$$C = \sigma_N N^{-m}$$
(9.3)

Assim, com C e m calculados, podemos determinar $\sigma_{\rm N}$, para uma dada vida de N ciclos ou, então, obter a vida para uma dada tensão alternante como

$$N = (\sigma / C)^{1/m}$$
(9.4)

9.4 - ESTIMATIVA DA CURVA ϵ - N DO MATERIAL.

Quando o material que forma o componente estrutural fica solicitado ciclicamente dentro da região plástica, as deformações são mais significativas para qualificar as solicitações no material do que as principalmente se considerarmos tensões. um material com comportamento elasto-plástico ideal. Conforme comentado no Capítulo 8, a resistência à fadiga de zonas plásticas confinadas pode ser estimada pelo ensaio de corpos de prova sob níveis controlados de deformação. Neste tipo de ensaio a deformação cíclica é mantida constante, sendo medida por extensômetros instalados no corpo de prova, sejam estes axiais ou diametrais. Em testes onde a amplitude da deformação imposta exceda 0,02, o uso de corpos de prova de seção variável, para evitar a flambagem, é obrigatório, juntamente com o uso de um extensômetro diametral. Neste tipo de ensaio a força aplicada sobre o corpo de prova pode variar, devido ao efeito de encruamento ou amolecimento cíclico, sendo no entanto esta variação mais acentuada nos primeiros 20% da vida, ficando a partir daí uma situação mais estável. Se a variável que é controlada ao longo do ensaio é a faixa de variação da deformação total, conhecendo a tensão máxima do ciclo, que age no corpo de prova, é possível determinar a faixa da deformação elástica, $\Delta \epsilon_{\rm e}$, como

 $\Delta \varepsilon_{\rm e} = \Delta \sigma / E$

(9.5)

e portanto, a faixa de deformação plástica será

 $\Delta \varepsilon_{p} = \Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon_{e}$

Na figura 9.14 estão mostradas as variáveis citadas quando medidas sobre um laço de histerese estabilizado típico de um ensaio de fadiga.



Figura 9.15 - Definição das variáveis de um laço de histerese.

A partir dos valores de $\Delta \epsilon$ e $\Delta \epsilon_{e}$, medidos do laço de histerese estabilizado, condição necessária, já que o valor constante no ensaio é $\Delta \epsilon$, é possível correlacionar cada uma das faixas de deformação com a vida do corpo de prova, ou seja, o número de ciclos para levar à falha. As curvas típicas estão ilustradas na figura 9.15, ficando aproximadamente linhas retas as curvas de $\Delta \epsilon_{e}$ - N e $\Delta \epsilon_{p}$ - N, quando usamos um gráfico com ambos os eixos com escala logarítmica. A curva correspondente à faixa de deformação total, soma das duas curvas, nos extremos das curvas onde as respectivas deformações predominam, pelo fato das escalas serem logarítmicas.

A dependência da vida do material com a faixa da deformação plástica foi proposta no início da década de 1950, tendo sido confirmada por um considerável volume de estudos. Esta dependência foi proposta separadamente por Coffin [7] e Manson [12], sendo referida como relação de Coffin-Manson. Esta relação é expressa como

$$\Delta \varepsilon_{\rm p} = {\sf M} \, {\sf N}_{\rm f}^{\,\rm c} \tag{9.6}$$

onde N_f é o número de ciclos para falha e M e c são constantes que dependem essencialmente do material. A equação (9.6) é uma reta em coordenadas logarítmicas, como mostra a figura 9.15, onde M é a deformação plástica necessária para levar o material à falha em um ciclo, N_f = 1. A região em que há predominância das deformações plásticas é usualmente referida como de fadiga a baixo número de ciclos de carga para falha, ou mais abreviadamente, fadiga a baixo ciclos. Esta é caracterizada pela presença de deformações plásticas, ciclícas, em nível macroscópico, como evidenciado pelo laço de histerese. Dependendo da resistência do material e da sua dutilidade, o limite superior de ciclos para a região de baixo número de ciclos pode variar de 10¹ a 10⁵ ciclos aproximadamente. Para os materiais dúteis usuais, o regime de baixo ciclos é limitado a aproximadamente 50 000 ciclos.



Figura 9.16 - Curvas de resistência à fadiga para ensaio com controle de deformação, ou seja, $\Delta \epsilon$ constante.

Quanto à componente elástica da faixa de deformação total, a equação abaixo ajusta-se adequadamente aos dados experimentais,

$$\Delta \varepsilon_{\rm e} = {\sf B} \; {\sf N}_{\rm f}^{\rm b} \tag{9.7}$$

conforme proposto inicialmente por Basquin. A faixa de deformação total é obtida somando (9.6) com (9.7),

$$\Delta \varepsilon = B N_f^{b} + M N_f^{c}$$
(9.8)

ou seja, a soma da faixa de deformação elástica com a faixa de deformação plástica. Nestas equações B e b são constantes que dependem do material, assim com M e c. Esta é a chamada equação na forma de Coffin-Manson.

O ponto em que $\Delta \epsilon_{e} = \Delta \epsilon_{p}$, figura 9.15, é denominado de ponto de transição, definindo o número de ciclos de transição, N_{tr}. Este ponto separa a região em que ocorre predominância de $\Delta \varepsilon_n$ da região na qual predomina $\Delta \varepsilon_{e}$. De uma forma geral, com N < 10 N_{tr} a deformação plástica é importante e nesta região é definido o regime de fadiga a baixo ciclos. No caso de N > 10 N_{tr} a deformação plástica existe ainda, mas não é tão importante e agora é definido o regime de fadiga a alto níumero de ciclos. Assim o limite superior para a fadiga a baixos ciclos fica definido pela relação entre a deformação elástica e a deformação plástica, ou, o que é equivalente, pela geometria do laço de histerese. Para alguns materiais o valor de N_{tr} pode ser elevado, da ordem de 10 000 ciclos, enquanto que em um material frágil N é bastante pequeno, atingindo valores tão baixos como 6, por exemplo, no caso de um aço com uma dureza de 660 HBN. O que se observa é que, em geral, altos valores de dutilidade e baixa tensão limite de resistência resultam em valores elevados para N_{tr}. Inversamente, uma alta resistência e baixa dutilidade, resulta em um baixo valor de N_{tr}. Da equação (9.8) é possível obtermos a vida de transição, igualando as duas parcelas de deformação, obtendo assim:

$$N_{tr} = (B/M)^{1/(c-b)}$$
 (9.9)

A partir dos dados experimentais Coffin [], sugeriu que o expoente c da equação (9.6) pudesse ser tomado universalmente como -0,5, para qualquer material. Com este dado, uma primeira estimativa do coeficiente M pode ser feita, raciocinando que para altos valores de deformação total a parcela elástica pode ser desconsiderada. Supondo que a equação de Coffin-Manson seja válida mesmo para o ensaio estático de tração, onde o número de ciclos para falha pode ser considerado como 1/4, e sendo ε_f a deformação real de fratura do ensaio de tração, usando a equação (9.6) temos

 $\varepsilon_{\rm f} = M (1/4)^{-0.5}$, ou seja, M = $\varepsilon_{\rm f}/2$

(9.10)

O valor de ϵ_f pode ser obtido através do valor da redução de área, como visto no Capítulo 3, ou seja,

$$\varepsilon_{\rm f} = \ln (1 - \phi)^{-1} e$$
 assim

 $M = 0.5 \ln (1 - \phi)^{-1}$

Quanto à parcela elástica da deformação total, Coffin sugeriu que uma primeira aproximação pode ser feita considerando-a constante, para qualquer vida, e igual à que corresponde à tensão limite de fadiga, ficando desta forma

$$\Delta\epsilon$$
 = 1/2 ln (1 - ϕ)⁻¹ N_f^{-1/2} + 2 σ_F / E

ou, considerando a amplitude de deformação, $\boldsymbol{\epsilon}_{a}$,

$$\varepsilon_{a} = 0.25 \ln (1 - \phi)^{-1} N_{f}^{-1/2} + \sigma_{F} / E$$
 (9.11)

Esta expressão permite fazer-se uma estimativa bastante razoável da curva ϵ_a - N, sendo em muitas situações recomendado o seu uso [].

MÉTODO DAS INCLINAÇÕES UNIVERSAIS.

Uma forma alternativa para obter a equação de $\Delta\epsilon$ é utilizando o método proposto por Manson [], denominado de inclinações universais, pois considera que os expoentes b e c são constantes e iguais a - 0,12 e - 0,60 respectivamente, para todos materiais. Assim, conhecidos os expoentes falta apenas definir os valores dos coeficientes M e B, que correspondem aos valores de $\Delta\epsilon$ para N de um ciclo. O coeficiente M, da parcela plástica, está intimamente ligado com a dutilidade do material, ou seja, com a sua capacidade de deformar-se plasticamente. Sendo $\epsilon_{\rm f}$ a deformação de fratura do ensaio estático de tração, Manson recomenda tomar M como

 $M = \varepsilon_f^{0,6}$

O coeficiente B por sua vez, que fornece a parcela elástica da deformação total, depende da resistência do material, onde Manson propõe para B

 $B = 3.5 \sigma_R / E$

ficando portanto a expressão em função de N_f,

$$\Delta \varepsilon = (3.5 \sigma_{\rm R} / {\rm E}) N_{\rm f}^{-0.12} + (\varepsilon_{\rm f}^{0.6}) N_{\rm f}^{-0.6}$$
(9.12)

que é a expressão final do método das inclinações universais. A comparação da equação acima com dados experimentais mostra que ela fornece uma indicação bastante boa para a maioria dos materiais ensaiados []. Dentre estes materiais estão aços de baixa liga, recozidos e temperados, aços inoxidáveis, ligas de alumínio e outros metais. A previsão do comportamento à fadiga feita por (9.12) não apresentou bons resultados apenas no caso do berílio. Uma maneira alternativa de obter uma equação que permita prever a faixa de deformação correspondente a uma dada vida do material é considerar apenas a deformação total e a faixa de deformação que corresponde à tensão limite de fadiga, $\Delta \varepsilon_{\rm F}$. Isto leva a uma expressão da forma

$$\Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon_{\rm F} = {\sf D} \, {\sf N}_{\rm f} \tag{9.13}$$

onde, para deformações abaixo de $\Delta \epsilon_{\rm F}$, a vida é infinita, e acima será finita. Para grandes deformações a equação acima praticamente coincide com a equação (9.6), na região a baixos ciclos de falha. Assim, o coeficiente D é semelhante ao coeficiente M, e v é numericamente próximo de c. O valor de $\Delta \epsilon_{\rm F}$ é próximo a $2\sigma_{\rm F}$ /E. As constantes D, v e $\Delta \epsilon_{\rm F}$ podem ser estimadas a partir da curva de deformação total obtida experimentalmente, ou a partir da previsão usando por exemplo o método de inclinações universais. Manson recomenda determinar as três constantes envolvidas na equação (9.13) usando os valores de $\Delta \epsilon$ correspondentes a 10, 10³ e 10⁵ ciclos, apresentando ótimos resultados quando comparados os valores previstos com os experimentais.

MÉTODO DE MORROW.

Uma outra maneira de apresentar a curva ε - N é através da equação de Morrow [], que considera não o número de ciclos, mas sim o número de reversões de carga, diferenciação que, para um carregamento cíclico do tipo senoidal, é irrelevante, mas que faz diferença quando a carga é do tipo aleatório, onde a definição de ciclo não é óbvia. Segundo Morrow a tensão alternante, para N ciclos de carga, ou 2N reversões, é dada por $\sigma_{f}' = (2N)^{b}$, sendo σ_{f}' uma constante do material, que pode ser aproximada pela tensão real de

fratura, σ_{f} . A parcela plástica da deformação alternante por sua vez é dada por ϵ_{f} ' (2N)^c em que ϵ_{f} ' é uma constante denominada de coeficiente de dutilidade à fadiga, cujo valor numérico é próximo ao valor da deformação real de fratura. A amplitude da deformação total alternante passa a ser, de acordo com Morrow,

$$\Delta \varepsilon / 2 = \sigma_{\rm f}' / \mathsf{E} (2\mathsf{N}_{\rm f})^{\rm b} + \varepsilon_{\rm f}' (2\mathsf{N}_{\rm f})^{\rm c}$$
(9.14)

As constantes da equação de Morrow, para alguns materiais selecionados estão colocadas no Apêndice 1. As constantes da equação (9.14), obtidas experimentalmente, permitem que calculemos as constantes da equação (9.8), se tal for necessário, como

$$B = 2^{1+b} \sigma_{f}' / E$$
 (9.15)
 $M = 2^{1+c} \epsilon_{f}'$

Os expoentes b e c permanecem inalterados, qualquer que seja a formulação, inclinações universais ou Morrow.

9.5 - OBTENÇÃO DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA.

Se o material segue a equação (9.8), é possível determinar então a curva tensão-deformação cíclica, obtida com o material já estabilizado. Isolando das equações (9.6) e (9.7) o número de ciclos N,

$$N_{f} = (\Delta \varepsilon_{p} / M)^{1/c} e, \qquad N_{f} = (\Delta \varepsilon_{e} / B)^{1/b}$$

Igualando as expressões de N e isolando $\Delta \epsilon_{\rm p}$

$$\begin{split} \Delta \varepsilon_{\rm p} &= {\sf M} \; (\Delta \varepsilon_{\rm e} \; / {\sf B})^{{\rm c}/{\rm b}} \\ {\rm e} \; {\rm como} \; \Delta \varepsilon_{\rm e} &= \Delta \sigma / {\sf E} \; {\rm e}, \quad \Delta \varepsilon_{\rm p} = 2 \varepsilon_{\rm p} \\ \varepsilon_{\rm p} &= {\sf M}/2 \; (2\sigma \; / \; {\sf E} {\cdot {\sf B}})^{{\rm c}/{\rm b}} \\ \varepsilon_{\rm p} &= {\sf M}/2 \; (2 \; / \; {\sf E} {\cdot {\sf B}})^{{\rm c}/{\rm b}} \; \sigma^{{\rm c}/{\rm b}} \end{split}$$

ou, em termos da tensão alternante,

$$\sigma$$
 = (2/M)^{b/c} (E·B / 2) $\varepsilon_{p}^{b/c}$

Esta equação pode ser escrita na forma de uma curva tensãodeformação com encruamento potencial, como

$$\sigma = k' \varepsilon_p^{n'}$$
(9.16)
n' = b/c

$$k' = (2 / M)^{n'} E \cdot B / 2$$
 (9.17)

Considerando agora a curva tensão-deformação, levando em conta a deformação total, esta fica

$$\varepsilon = \sigma / E + (\sigma / k')^{1/n'}$$
(9.18)

Desta forma, se o material segue a equação (9.8), então este apresenta um encruamento potencial na curva tensão-deformação cíclica, para o material estabilizado, conforme (9.18). Outra forma de obtermos as constantes da curva tensão-deformação cíclica do material, é usando a curva ε - N conforme proposta por Morrow, o que nos leva a

$$\varepsilon = \sigma / E + \varepsilon_{f}' (\sigma / \sigma_{f}')^{1/n'}$$
(9.19)

onde portanto temos

$$\mathbf{k}' = \sigma_{\mathbf{f}}' / \varepsilon_{\mathbf{f}}'^{\mathbf{n}'}$$
 (9.20)

EXEMPLO 9.2

Estimar a curva ϵ - N para o aço SAE-ABNT 4340, com dureza de 370 HBN, que apresenta as propriedades ϵ_f = 0,84 e E = 210 000 MPa.

SOLUÇÃO:

Como foi comentado, a formulação que apresenta resultados bastantes bons para a maioria dos materiais é a de Manson, também conhecida como método das inclinações universais. Adotando este método, e da equação (9.12),

 $\Delta \epsilon = 3.5 (\sigma_{\rm R} / E) N_{\rm f}^{-0.12} + \epsilon_{\rm f}^{0.6} N_{\rm f}^{-0.6}$

as relações já conhecidas temos

 σ_{R} = 3,4 HBN = 3,4 · 370 σ_{R} = 1 260 MPa

Dos dados:

 ϵ_{f} - deformação real de fratura no ensaio estático

 $\varepsilon_{\rm f} = 0.84$

logo:

$$\Delta \varepsilon = 3.5 \frac{1260}{210\,000} N_{\rm f}^{-0.12} + 0.84^{0.6} N_{\rm f}^{-0.6}$$

$$\Delta \epsilon = 0.0210 \text{ N}_{\text{f}}^{-0.12} + 0.9007 \text{ N}_{\text{f}}^{-0.6}$$

Com esta equação, temos os pontos:

$$\begin{split} N_{f} &= 10 & \Delta \epsilon_{e} = 0,0159 \; ; \; \Delta \epsilon_{p} = 0,2262 \; ; \; \Delta \epsilon = 0,2422 \\ N_{f} &= 10^{6} & \Delta \epsilon_{e} = 0,0030 \; ; \; \Delta \epsilon_{p} = 0,0001 \; ; \; \Delta \epsilon = 0,0031 \end{split}$$

O gráfico que se obtém, desta estimativa da curva ε - N, está na figura 9.16.



Figura 9.17 - Curva ε - N do exemplo 9.2.

9.6 - DANO ACUMULADO.

Na maioria das vezes o componente mecânico sofre cargas variáveis, de amplitude não necessariamente constante, ao longo da vida de fadiga, dificultando sobre-maneira a análise de fadiga do componente. Em muitos casos a sequência com que a magnitude da carga varia é aleatória. No laboratório é prática usual testar cada corpo de prova com uma amplitude constante, e daí é obtida a curva ### - N, porém em serviço a carga no componente varia em uma grande faixa. A questão que se apresenta é como usar o diagrama ### - N no projeto de um componente que deva resistir a uma condição de trabalho onde as cargas são de amplitude variável. Um processo simples foi proposto por Palmgren e reapresentado por Miner [10], [14], ficando conhecido como a regra de Palmgren-Miner ou regra linear de acúmulo de dano. De acordo com esta regra, o dano que a peça sofreu sob a ação de uma dada amplitude da tensão cíclica é diretamente proporcional ao

número de ciclos em que atuou aquela amplitude de tensão. Sendo n_i o número de ciclos atuantes, para uma amplitude de tensão σ_i , o dano provocado por esta solicitação cíclica será, segundo a regra de Palmgren-Miner,

$$\mathsf{D}_{\mathsf{i}} = \mathsf{n}_{\mathsf{i}} / \mathsf{N}_{\mathsf{i}} \tag{9.21}$$

onde N_i é a vida que o material teria quando submetido ao carregamento de amplitude σ_i , atuando isoladamente. Para vários níveis de tensão o dano total pela regra linear de acúmulo de dano, é dado por

$$\mathsf{D} = \Sigma_{\mathsf{i}} \,\mathsf{D}_{\mathsf{i}} \tag{9.22}$$

O critério de falha por fadiga, em uma situação com acúmulo de dano, indica um dano máximo de D = 1, o que é intuitivo se pensarmos no caso de um carregamento com um só nível, onde a falha ocorre logicamente quando $n_i = N_i$.

EXEMPLO 9.3

Um aço possui a sua curva σ - N dada por σ = 3207 N^{-0,201}, conforme a figura abaixo.



Figura 9.18 - Curva σ - N do material e carregamento aplicado, exemplo 9.3.
Qual o número de ciclos que o material deverá suportar sob um carregamento com 300 MPa de amplitude, se antes foi solicitado por 5.10³ ciclos de 500 MPa de amplitude ?

SOLUÇÃO:

Será adotado que o dano final é D = 1, para caracterizar a falha. Foram aplicados $n_1 = 5.10^3$ ciclos no nível inicial. Se a curva σ - N é a definida acima, então

N = $(3\ 207/\sigma)^{-1/0,201}$

 $N_1 = 10 365 \text{ ciclos}$

Assim restam 0,518 de dano admissível, para os blocos de carregamento cíclico subsequentes, pois o dano provocado no primeiro nível de carga foi, para σ_1 = 500 MPa,

 $D_1 = n_1 / N_1 = 5\ 000/10\ 365 = 0,482$

e logo $D_2 = 1 - D_1 = 0,518$.

Para o segundo bloco, com σ = 300 MPa,

 $N_2 = (3\ 207/300)^{-1/0,201}$

 $N_2 = 13\ 1600\ ciclos,\ e\ logo$

 $n_2 = 0,518 \cdot N_2 = 68\ 174\ ciclos$

será o máximo número de ciclos que ainda poderá ser aplicado.

A expressão de acúmulo linear de dano é usada extensivamente pelos projetistas, porém apresenta algumas desvantagens.

 Em muitos casos foi verificado que a soma dos danos parciais no instante da falha é muito diferente de 1, podendo atingir, em situações extremas, valores tão baixos como 0,13 ou tão elevados como 22 [11], [14]. Estes valores são atingidos quando o carregamento é de amplitude sucessivamente crescente, ou de amplitude sucessivamente decrescente, respectivamente.

- O dano em fadiga não é necessariamente linear com o número de ciclos, ou com a razão $n_{i}\,/\,N_{i}$.

- Existe uma interação nos danos entre os vários níveis de tensão, principalmente pela presença de tensões residuais que ficam nos pontos críticos, que a regra linear de dano não considera, ao menos explicitamente.

Apesar das limitações, a regra de Palmgren-Miner é muito usada como uma orientação preliminar, pois no momento não existe uma alternativa prática tão simples e versátil quanto a regra linear de acúmulo de dano. As outras teorias desenvolvidas são mais trabalhosas de usar, às vezes de aplicação limitada, e não existem dados experimentais seguros que indiquem que uma teoria seja melhor do que a outra. Assim é recomendada a regra de Palmgren-Miner, porém tendo-se em mente as limitações da regra e as dispersões inerentes do processo de fadiga. Uma recomendação para projeto é adotar $\Sigma n_i / N_i = 0.3$, para os casos onde não existe experiência anterior, como sendo o valor limite que indica a falha iminente do material [].

Quando a teoria de Palmgren-Miner é usada em situações com cargas cíclicas de amplitude decrescente, as cargas maiores deixam no material um estado de tensões residuais compressivas, que são benéficas, diminuindo o dano que os níveis seguintes de tensão causam no material. Assim, se estas tensões residuais forem explicitamente levadas em conta, os resultados voltam a se aproximar do valor nominal de falha, ou seja, D = 1.

No caso especial de um carregamento de natureza aleatória, a alternância entre cargas com diferentes níveis não cria uma tendência de gerar tensões residuais, sejam trativas sejam compressivas, e assim os resultados de dano tendem para o valor de D = 1.

CAPÍTULO 10

RESISTÊNCIA À FADIGA DAS PEÇAS

A resistência à fadiga do material é o inicio do processo de análise, podendo ser obtida através de ensaios, ou então estimada por alguns dos procedimentos descritos no Capítulo 9. A aplicação destes dados para o projeto do produto não é, no entanto, imediata, já que a peça não é o corpo de prova e as diferenças entre ambos deverão ser consideradas. Este Capítulo discute os vários aspectos que devem ser considerados neste caso e a forma de aplicar cada um deles na análise de fadiga da peça e na avaliação de sua vida. Estes procedimentos são desenvolvidos para tratar do problema da nucleação das trincas de fadiga, de acordo com os modelos tradicionais representados pelas curvas σ - N e ϵ - N.

10.1 - INTRODUÇÃO.

No Capítulo anterior o comportamento quanto à resistência à fadiga de um material foi analisado para cargas cíclicas alternantes, ou seja, de média zero, e com amplitude constante, através do diagrama σ - N ou então do diagrama ε - N. Para um componente mecânico não nos é possível aplicar diretamente estes resultados, pois os mesmos são válidos apenas para os corpos de prova, porque existem vários aspectos que alteram a resistência à fadiga do componente, em relação aos resultados obtidos no ensaio com os corpos de prova. As diferenças dizem respeito quanto ao tipo de solicitação e a distribuição de tensões dentro do material, bem como a fatores que afetam a resistência do material propiamente dito. As principais diferenças entre um corpo de prova de fadiga e uma peça real podem ser resumidamente listadas como:

1 - ACABAMENTO SUPERFICIAL.

O corpo de prova tem a sua superfície retificada ou muitas vezes polida, enquanto que o componente mecânico é apenas usinado ou mesmo é usado no estado bruto de fabricação, como de laminação, de forjamento, de solda ou de fundição. Estas diferenças são importantes, principalmente para vidas elevadas, acima da vida de transição do material. Um acabamento superficial de pior qualidade em geral degrada a resistência à fadiga da peça, diminuindo em muito a sua vida útil. Esta redução de vida pode ser de 10³ vezes ou mais.

2 - TAMANHO.

O corpo de prova é em geral de pequeno diâmetro, com um pequeno volume de material solicitado pelas tensões máximas, o que reduz as heterogeneidades que podem existir no volume. Nas peças de grandes dimensões as regiões centrais são mais sujeitas a segregações, inclusões e outros defeitos metalúrgicos, o que compromete a resistência da peça. Existe também o efeito aparente do tamanho, quando comparamos carga de tração com carga de flexão, pela existência de deformações plásticas não levadas em conta no cálculo, em geral elástico, das tensões nominais de flexão.

3 - CONFIABILIDADE.

É plenamente conhecido que o processo de falha por fadiga apresenta uma considerável dispersão de resultados. Assim, quando o nosso projeto deve usar os dados da resistência de fadiga com um nível de segurança que considere a dispersão existente, a tensão de esistência à fadiga deve ser corrigida por este efeito. Isto faz com que a tensão limite de fadiga fique abaixo do correspondente valor médio, quando é necessária uma confiabilidade superior a 50%.

4 - TEMPERATURA.

Quando o componente que está sendo projetado deve trabalhar a uma temperatura distinta da temperatura em que os ensaios de fadiga foram realizados é necessária uma correção na resistência à fadiga do material para adequá-la à temperatura de trabalho. Em geral ocorre uma pequena queda da resistência à fadiga para temperaturas até 200 a 250 °C. Acima deste valor de temperatura a queda é mais acentuda.

5 - GEOMETRIA.

Os corpos de prova possuem seção uniforme, com uma transição suave para os extremos onde são fixadas as garras, enquanto que nos componentes mecânicos sempre existirão variações bruscas da geometria que acarretarão concentrações de tensão. Estes pontos de concentração de tensão tem uma importância bastante grande, pois é a partir deles que a falha inícia. Uma grande parcela deste Capítulo é dedicada à discussão do problema de concentração de tensão.

6 - CARGA.

Na grande maioria dos casos os ensaios de corpos de prova de fadiga a solicitação é simples, ou seja, de apenas um tipo, de flexão, tração ou torção. Para os componentes mecânicos reais normalmente existe uma superposição de vários tipos de solicitações, tornando necessária uma análise do efeito combinado. O modo de tratamento apresentado neste Capítulo considera apenas o caso de carregamentos em fase, em que a direção das tensões principais não muda. Para o caso de carregamento fora de fase o problema ainda hoje não apresenta unanimidade quanto a forma de tratamento.

7 - OUTROS EFEITOS.

Outras variáveis tais como tensões residuais, tratamentos superficiais, ambiente agressivo etc., também influenciam na vida do componente mecânico em relação à vida dos corpos de prova. Isto faz com que devamos levar em consideração estes efeitos quando do projeto de produtos que irão trabalhar naquelas condições.

Pelo efeito cumulativo destes aspectos é necessário distinguir entre a resistência à fadiga do material, medida através de ensaios, realizados com corpos de prova, e a resistência à fadiga da peça propriamente dita, que é a resistência que esta apresentará quando em serviço. Como foi comentado, a resistência à fadiga do material, caracterizada pelos diagramas σ - N ou ε - N, é afetada pelo conjunto de efeitos citados. Sendo assim, a forma de atacar o problema depende do tipo de diagrama usado, ou em outras palavras, depende da variável usada para definir o nível de solicitação no material, seja a tensão ou a deformação atuante, consiste em estudar separadamente os efeitos sobre cada um dos dois tipos de diagramas comentados no Capítulo anterior.

10.2 - EFEITOS SOBRE O DIAGRAMA σ - N.

As discrepâncias das vidas entre o corpo de prova e o componente mecânico serão consideradas pelo uso de vários fatores empíricos obtidos experimentalmente, pois não é possível, ao menos até o momento, prever, através de um modelo matemático, o comportamento real de componentes sujeitos à ação da fadiga. Assim, estes fatores são usados de modo a permitir a estimativa da vida do componente. A tensão limite de fadiga do material é σ_F , porém no componente, pelos diversos aspectos comentados, a tensão limite de fadiga será menor e denominada de σ_F , podendo ser estimada por:

$$\sigma_{\rm F}' = k_1 \, k_2 \, k_3 \, k_4 \, \dots \, k_{\rm i} \, \sigma_{\rm F} \tag{10.1}$$

sendo k_i o fator de correção para o iésimo efeito. A curva σ - N da peça fica assim caracterizada pela tensão $\sigma_{\rm F}$ ' em 10⁶ ciclos. Para vidas menores verifica-se que os efeitos diminuem de magnitude e assim considera-se o mesmo valor de $\sigma_{\rm N}$, em 10³ ciclos, para definir a curva da peça, conforme mostra a figura 10.1. A seguir são apresentados os diversos fatores de correção e a forma de sua determinação, bem como a forma de sua aplicação.



Figura 10.1 - Curva de resistência à fadiga para a peça e material.

INFLUÊNCIA DO ACABAMENTO SUPERFICIAL.

Na maioria das peças o dano devido à fadiga começa na superfície do material e, por isso, o estado desta superfície exerce uma grande influência sobre o limite de resistência à fadiga ou sobre o período útil de trabalho da peça, quando sujeita à fadiga. Nos cálculos de resistência à fadigade uma peça, as particularidades referentes ao acabamento da superfície são consideradas pela definição do coeficiente de qualidade do acabamento da superfície, ${\sf k}_1$, denominado de fator de acabamento superficial.

$$k_1 = \sigma_F' / \sigma_F \tag{10.2}$$

onde

 σ_{F} ' - tensão limite de fadiga do corpo de prova com acabamento real;

 $\sigma_{\rm F}$ - tensão limite de fadiga do corpo de prova polido.

Na figura 10.2 estão dados os valores aproximados do coeficiente de qualidade da superfície de diversos aços em função da tensão limite de resistência e do tipo de acabamento superficial. Estes valores apresentados foram obtidos como uma tendência dos dados disponíveis na literatura, os quais não são necessariamente coincidentes.



Figura 10.2 - Fator de acabamento superficial k₁, para aços.

O bom acabamento de amostras de ligas de alumínio dá valores de $k_1 = 0.8 a 0.9$. No caso de acabamentos cuidadosos de amostras de ligas magnésio, recomenda-se usar $k_1 = 0.7 a 0.8$. O limite de resistência das amostras de ligas de titânio com acabamento simples, é inferior em 33% o limite de resistência das amostras retificadas, para o ensaio realizado em condições normais de temperatura. A corrosão do metal exerce, por sua vez, uma grande influência sobre a tensão limite de fadiga.

Os fatos comentados acima sempre reduzem a vida do elemento, porém existem alguns tratamentos superficiais que aumentam a resistência à fadiga, os quais serão comentados a seguir. Na indústria são utilizados vários métodos de endurecimento superficial de peças que trabalham nas condições de carregamentos cíclicos como molas e semieixos de automóveis, dentes de engrenagens, etc. Estes tratamentos superficiais não visam a alteração geral das características de resistência do material, mas tratam-se de processos que visam o aumento da resistência à fadiga, a qual se acrescenta a exigência de aumentar a resistência ao desgaste. Entre estes métodos, aplicados combinações. convém assinalar em diversas OS métodos termoquímicos, como a nitretação, têmpera com cementação, têmpera superfícial com correntes de alta frequência e ainda o endurecimento a frio da camada superficial por jateamento de granalha, ou por trabalho com rolos. Estes tratamentos superficiais tem duplo efeito, em primeiro lugar elevam a resistência da camada superficial, sendo mantidas inalteradas as propriedades das camadas inferiores, e, em segundo lugar, na camada superficial são criadas tensões residuais de compressão que impedem, ou retardam, a formação de trincas.

Resumindo, podemos dizer que o efeito do acabamento superficial, conforme ilustrado pela figura 10.2, engloba diferentes mecanismos, que levam a uma alteração da resistência à fadiga do material. Em pecas usinadas o acabamento superficial representa um maior ou menor efeito de concentração de tensão, devido às irregularidades provenientes do processo de usinagem. Em peças polidas, as camadas superficiais sofrem trabalho a frio, ou seja, ficam encruadas e com um estado de tensões residuais de compressão. Esta tensão residual faz com que o efeito geométrico do acabamento superficial (concentração de tensão) fique parcialmente mascarado. Em componentes laminados a quente ou forjados o efeito de superfície considera o aspecto geométrico do acabamento, como também a redução de resistência mecânica à fadiga pela descarbonetação superficial nestas peças. Quando o meio ambiente é agressivo, para o material que forma o componente, o aspecto de ataque químico também está embutido no fator de acabamento superficial. Apenas na primeira situação, para peças usinadas, é que o fator de acabamento superficial contém alguma interação com o efeito de concentração de tensão, não ocorrendo qualquer interação nas outras situações. É conveniente reforçar que para a fadiga de alto ciclo a influência do acabamento superficial é grande, em especial para materiais de alta resistência, enquanto que na fadiga a baixos ciclos ela é desprezável. Assim, ao usar um material de alta resistência, é importante que nos pontos mais solicitados a superfície tenha um bom acabamento superficial, pois caso contrário uma grande parte do potencial da resistência à fadiga do material será perdido.

INFLUÊNCIA DO TAMANHO.

Se fabricarmos, do mesmo material, vários grupos de corpos de prova de diâmetros diferentes, chega-se, através do ensaio de fadiga, à conclusão que a tensão limite de fadiga diminui com o aumento do diâmetro. Esta dependência tem um caráter assintótico, o que leva a crer que quando os corpos de prova se tornarem suficientemente grandes, a tensão limite de resistência à fadiga deixa de diminuir com o aumento do diâmetro. A redução da tensão limite de resistência à fadiga correspondente ao aumento das dimensões da peça é denominada de efeito de tamanho e é considerada na equação (10.1) pelo fator de tamanho, k2. Este efeito deve ser interpretado como uma consequência evidente de que a tensão máxima numa peça, ou corpo de prova, não caracteriza totalmente o processo de falha por fadiga, e que o limite de resistência à fadiga não é uma função apenas das propriedades do material. A melhor maneira de quantificar este efeito é a de acumular, sistematizar e analisar os dados experimentais, pois ainda não existe um modelo teórico que forneça resultados confiáveis. Uma orientação quanto ao valor de k₂ a usar em um projeto de fadiga para vida infinita é dado na figura 10.3, para solicitações de flexão e de torção. Os dados mostrados indicam que para carga de tração este efeito de tamanho não é relevante, fornecendo $k_2 = 1,0$.



Figura 10.3 - Fator de tamanho k_2 a usar na determinação de σ_F' .

O efeito de tamanho geralmente pode ser explicado de duas maneiras, que são complementares. A primeira é o chamado efeito estatístico. Este considera que com maiores dimensões existe um maior volume de material e a probabilidade da existência de pontos mais fracos, com menor resistência, ou com maiores defeitos, passa a ser maior. Este efeito estatístico é mais significativo em certos materiais do que em outros. A segunda maneira de explicar o efeito de tamanho é que as peças, ou corpos de prova, quando submetidos a carregamentos de flexão, ou de torção, têm uma distribuição de tensões tal que para ser calculada a tensão máxima é necessário conhecer a curva tensão-deformação do material. Esta é geralmente considerada na sua fase elástica. Assim, as tensões são calculadas pelas fórmulas tradicionais de flexão ou de torção elástica. Ocorre que se o problema é de fadiga, o material sempre tem deformações plásticas, mesmo que sejam em uma pequena região localizada. Assim, considerar um cálculo elástico apresenta erros e estes erros são maiores com peças de pequenas dimensões, ou seja, a tensão máxima que realmente atua é proporcionalmente menor em peças pequenas do que em peças grandes. Desta forma a aparente resistência à fadiga em peças pequenas é maior do que em peças grandes. Este efeito de tamanho é portanto aparente, pois se as tensões forem calculadas com o comportamento elastoplástico do material ele deixa de existir. Assim, este efeito aparente de tamanho surge apenas pelo fato das tensões serem calculadas elasticamente, o que leva a erros na determinação da tensão máxima. Quando são usadas as curvas ε - N, para caracterizar a resistência à fadiga do material, as deformações plásticas estão explícitas, o que faz com que o efeito de tamanho não se aplica neste tipo de curvas, apenas nas curvas σ - N.

Para carga axial, o fator de tamanho tem um efeito bastante reduzido, pois atua apenas o efeito estatístico, sendo inclusive desconsiderado por varios autores. Uma estimativa mais conservadora para o fator de tamanho para carga axial pode ser dada por:

$$k_{2 \text{ tração}} = 1 - 0.5 (1 - k_{2 \text{ flexão}})$$
 (10.3)

Para flexão, o fator k_2 pode ser obtido da figura 10.3, quando usada uma análise elástica. Se for feita uma análise elastoplástica, com o uso do diagrama tensão-deformação cíclico, devemos usar o valor $k_2 = 1$. Os esquemas da figura 10.4 dão a idéia da dimensão característica para o uso da figura 10.3.

INFLUÊNCIA DA CONFIABILIDADE.

O projeto de peças e componentes mecânicos, ou estruturais, quanto à falha por fadiga do material deve ser feita, para uma dada vida, com um nível de segurança adequado, nível este que, para o caso da fadiga, deve considerar a dispersão de resultados inerentes ao processo de falha. Deste modo, o nível de segurança é interpretado com base na Teoria da Probabilidade, definindo assim a confiabilidade para um certo nível de tensão como a probabilidade de que a peça não falhe por fadiga, na vida considerada. Os dados de dispersão dos resultados de ensaios de fadiga indicam que o desvio padrão da tensão limite de fadiga do material fica na faixa de 6% a 8% do correspondente valor médio, [].



Figura 10.4 - Dimensão característica para uso na determinação de k₂.

Considerando que temos uma distribuição normal para a tensão limite de fadiga, o fator k_3 , de confiabilidade, será calculado por

$$k_3 = 1 - 0.08 Z$$
 (10.4)

sendo Z a abcissa padronizada da distribuição normal, que indica quantos desvios padrão abaixo da média vamos ficar para definir a tensão limite de fadiga a ser considerada no projeto. Esta equação considera um desvio padrão de 8% da média da resistência. A Tabela 10.2 indica os valores de Z para alguns níveis de confiabilidade.

Para confiabilidades superiores a 0,99, o uso da hipótese de uma distribuição normal pode ser perigosa, no sentido de que a forma da cauda da distribuição estatística da tensão limite de fadiga passa a ser fundamental. Assim, os valores de Z para altas confiabilidades devem ser encarados apenas como orientativos, pois a distribuição exata deve ser conhecida, caso necessitemos de confiabilidades superiores, o que pode não ser fácil, pois um grande número de ensaios deverá ser realizado para definir a cauda inferior da distribuição.

Confiabilidade	Valor de Z
0,50	0,00
0,90	1,29
0,95	1,65
0,99	2,33

Tabela 10.2. Valores de Z para o cálculo do fator de confiabilidade.

EFEITO DA TEMPERATURA.

Quando o material deve trabalhar a temperaturas distintas do ambiente, as propriedades mecânicas alteram-se e portanto a resistência à fadiga também é influenciada. Este efeito da temperatura deve ser obtido a partir de dados experimentais, seja através de um levantamento em laboratório ou por busca na literatura especializada. Quando tal não for possível, uma estimativa do efeito, para altas temperaturas, pode ser feita pelo uso da equação (10.5) abaixo [3], para uso em temperatura na faixa de 450 °C a 550 °C, no caso de aços. Acima de 550 °C a falha por fluência do material passa a ser importante e pode interagir com o mecanismo de fadiga, exigindo uma análise mais elaborada.

$$k_4 = 1 - 0,0058 (T - 450) \tag{10.5}$$

EFEITO COMBINADO.

Com o efeito combinado dos diferentes fatores, a tensão σ_{F} ' é determinada e como os efeitos diminuem conforme a vida fica menor, é usual se considerar que a curva de resistência à fadiga da peça converge para a curva do material para 10^3 ciclos, como na figura abaixo.



INFLUÊNCIA DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO.

A forma como um entalhe em um componente altera a vida à fadiga pode ser vista pelas curvas da figura 10.5, onde temos diversas curvas σ - N, cada uma para um valor do fator de concentração de tensão para a geometria do corpo de prova. A geometria dos corpos de prova usados era uma barra, de alumínio, com entalhe, carregada axialmente e, como esperado, tiveram a sua vida reduzida com o aumento de K_t, para uma dada amplitude de tensão nominal σ_0 , já que a tensão no ponto crítico tende a aumentar com o aumento da concentração de tensão. A partir de um gráfico típico como este nota-se que, para uma dada vida, a relação entre as tensões alternantes para diferentes valores de K_t não é constante, mas varia ao longo da vida. Isto sugere um fator, denominado de fator de concentração de tensão em fadiga, K_N, como indicado na equação (10.6), em que a resistência à fadiga é a tensão, nominal alternante, que leva à falha o corpo de prova, com entalhe e sem entalhe.







A variação de K_N com a vida é devida principalmente à plastificação no fundo do entalhe, o que não permite que as tensões atinjam o limite máximo definido por K_t. O uso de K_t para a fadiga então tenderá a ser conservativo, principalmente para materiais dúteis e com pequenos entalhes, pois a tendência será de K_N << K_t. Na figura 10.5 nota-se ainda que para altos valores de K_t a redução na tensão é menos acentuada que para pequenos K_t. O uso de K_t para valores elevados é demasiado conservativo em relação a K_N. A análise do efeito de concentração na fadiga é assim feita em duas etapas distintas, a análise do efeito para vidas infinitas, trabalhando com a tensão limite de fadiga, σ_F , e a análise para vidas finitas, usando ou as curvas σ - N ou ϵ - N. Para vida infinita, K_N torna-se K_f, chamado de fator de concentração de tensão para fadiga, ou de fator de redução da resistência à fadiga, que deve ser obtido experimentalmente pela equação (10.6), trabalhando agora com a tensão limite de fadiga, para as duas condições, de peças sem e com entalhe. O valor de K_f pode também ser estimado através do uso do conceito do fator de sensibilidade ao entalhe para fadiga, q, definido como

$$q = (K_f - 1) / (K_f - 1)$$
(10.7)

similarmente ao utilizado no Capítulo 4, para o caso de uma solicitação estática.



Figura 10.6 - Fator de sensibilidade ao entalhe para solicitação de fadiga.

Então K_f pode ser obtido como

$$K_f = 1 + q (K_t - 1)$$
 (10.8)

O fator de sensibilidade ao entalhe, q, para tração, flexão e torção é obtido da figura 10.6 em função da tensão limite de resistência, σ_R ou da dureza HBN, e do raio no fundo do entalhe, r.

Devemos observar que K_f foi definido como um fator de redução de resistência à fadiga, sugerindo que seja usado como os fatores k₁ e k₂, para reduzir a curva σ - N de resistência à fadiga do corpo de prova para a peça com entalhe. Porém, o correto, devido à possibilidade do desenvolvimento de tensões residuais e de cargas combinadas, é usar K_f como um fator de aumento das tensões ou deformações aplicadas na peça. O problema com os casos de carregamentos combinados, como tração e flexão, é fácil de compreender, pois qual o valor de K, a usar para o cálculo de K_f na redução da resistência? Vamos usar K_t para tração ou para flexão? Considerando K_f como um fator que aumenta a solicitação, este problema desaparece pois cada tensão nominal é mutiplicada por K_t, ou K_f, adequado. Usando este conceito podemos também analisar a resistência à fadiga da peça pela resistência no ponto crítico, onde vamos determinar o nível de solicitação, considerando o efeito de concentração de tensão, comparando esta com a resistência à fadiga que o ponto crítico apresenta, levando em conta o efeito do acabamento superficial neste ponto. O uso do fator K_f, obtido via equação (10.8), adequado então à vida infinita, fornece resultados cada vez mais conservativos quanto menor a vida, pois a tendência de K_N é diminuir, em relação à K_f, com o decréscimo da vida.

Da discussão acima podemos então resumir o enfoque que será adotado ao longo de todo este trabalho como sendo o de analisar o que está ocorrendo no ponto mais solicitado da peça, ou seja, no seu ponto crítico. Neste ponto devemos verificar qual é a solicitação que está efetivamente ocorrendo, considerando o carregamento atuante, os efeitos de concentração de tensão, bem como ainda as eventuais tensões residuais que podem estar presentes. A solicitação no ponto crítico deve então ser comparada com o nível de resisténcia do material, considerando os efeitos locais para a correção da curva de resistência à fadiga, como o acabamento superficial, a confiabilidade e outros fatores, quando necessário. Esquematicamente podemos então dizer que o problema se resume a verificar o nível de solicitação e a resistência à fadiga do ponto, como ilustrado na figura 10.7.

Este enfoque contrasta com o procedimento muitas vezes encontrado na bibliografia sobre o projeto para evitar falhas por fadiga, onde a referência é a tensão nominal que atua na seção crítica, tanto para caracterizar a solicitação como para definir a resistência. Este enfoque da tensão nominal é mais simples de usar, embora apresente alguns problemas conceitualmente. Em primeiro lugar, sendo a tensão nominal usada para definir a solicitação que atua no material, não estamos considerando o efeito de concentração de tensão, o que deverá ser feito usando o fator K_f como um fator que reduz a resistência à fadiga do material. Por outro lado, sendo a solicitação definida pela tensão nominal, as tensões residuais que podem se formar no ponto de concentração de tensão não poderão ser calculadas e muito menos consideradas no cálculo da solicitação. Quanto à resistência à fadiga do material, que deve então ser corrigida pelo fator K_f, representa a resistência em termos da tensão nominal, e não a que existe no ponto crítico. Assim, diferenças locais de resistência deverão ser consideradas de um modo artificial, e a definição de qual fator K_f deve ser usado, para o caso de carregamentos combinados, é um aspecto sem uma resposta final. Devido a estes pontos, bem como, principalmente, ao fato de que o uso das solicitações locais é conceitualmente mais correto, será sempre enfatizado o uso das informações de solicitação e de resistência no ponto crítico, e não o chamado método da tensão nominal. Este método é discutido rapidamente no Capítulo 11, para mostrar o procedimento, sem no entanto ser recomendado. A figura 10.7 mostra esquematicamente o procedimento a ser adotado para a análise de resistência à fadiga de peças, guanto à nucleação de trincas. Deve ser dito ainda que conceitualmente o método é o mesmo, seja para o uso das curvas σ - N como para o uso das curvas ϵ - N.

Colocando de forma resumida o procedimento recomendado no presente texto, devemos então inicialmente dividir o problema em duas partes, que são o efeito de concentração de tensão nas condição de vida infinita, ou para os materiais do tipo I, acima de 10⁶ ciclos, e o efeito de concentração de tensão para vidas finitas. A razão desta divisão é a escala em que as deformações plásticas ocorrem. Como nos materiais com alguma dutilidade falar em fadiga é sinônimo de falar em deformações plásticas, devemos sempre ter esta perspectiva.

No caso de vida infinita, a deformação plástica é muito localizada, ocorrendo apenas em uns poucos grãos, justo os que levarão à nucleação de trincas, que se ocorrer a propagação, levarão à falha. Neste caso o material responde de uma forma completamente elástica, macroscópicamente falando. A deformação plástica está confinada a uma pequena região, relevante apenas a nível metalúrgico, mas existente, e logo pode levar à nucleação de trincas. Neste caso o procedimento é ainda hoje baseado em considerações empíricas, ou seja, usando os dados de sensibilidade ao entalhe e calculando K_f.

Para o caso agora da análise de concentração de tensão para vida finita, como a solicitação é maior, começa a ocorrer uma plastificação a nível macroscópico, detectável pelo laço de histerese. Neste caso a deformação plástica pode ser tratada como em um material homogêneo e a mecânica do contínuo é aplicável. O procedimento mais utilizado é fazer uso da Regra de Neuber, na sua forma original, ou na forma modificada, e seus fatores K_{σ} e K_{ϵ} .

SOLICITAÇÃO NO PONTO CRÍTICO VERSUS RESISTÊNCIA NO PONTO CRÍTICO





EXEMPLO 10.1:

Qual o coeficiente de segurança para vida infinita do eixo, cuja seção crítica está esquematizada abaixo, submetido à flexão, se a tensão nominal varia ciclicamente com amplitude de 65 MPa, (tensão média zero)?

Dados:

D = 80 mmd = 55 mmr = 2 mmAço SAE-ABNT 1045, com 225 HBN $\epsilon_{f} = 1,04$

 $\sigma_{R} = 724 \text{ MPa}$

 σ_{F} = 634 MPa

SOLUÇÃO:

Para chegarmos ao coeficiente de segurança é necessário estimar o valor de σ_{F} , como os passos a seguir indicam.



Figura 10.8 - Geometria da peça do exemplo 10.1.

Estimativa da curva $\sigma_{\pmb{N}}$, para o material em flexão rotativa.

 $\sigma_{\rm N} = 0.8 \cdot \sigma_{\rm R}$ para N = 10³ ciclos

- σ_N = 0,8•(724)
- σ_N = 579 MPa
- $\sigma_{\rm F} = 0.5 \cdot \sigma_{\rm R}$ para N = 10⁶ ciclos

 $\sigma_{F} = 0,5.(724)$ $\sigma_{F} = 362 \text{ MPa}$

Esta curva fica alterada, para a peça, em função dos fatores de acabamento superficial e de tamanho, os quais serão introduzidos a seguir.

Fator de acabamento superficial, da figura 10.1,

 $k_1 = 0.84 (\sigma_R = 724 \text{ MPa})$

Fator de tamanho, da figura 10.3,

 $k_2 = 0,78 (d = 55 mm)$

O menor dos dois diâmetros da peça é o usado na determinação de k_2 , porque as tensões nesta região são maiores, ou seja, é o diâmetro da seção crítica.

Sendo assim,

 $\sigma_{F}' = k_1 k_2 \sigma_{F} = 0,84.0,78.362$ $\sigma_{F}' = 237 \text{ MPa}$

O valor de σ_N não é alterado pelos fatores de correção, porque para fadiga a baixo ciclo, $k_1 e k_2$ tendem a zero. O fator de concentração de tensão, devido à geometria da peça, será considerado para o cálculo das tensões aplicadas à mesma, e não para a construção do diagrama σ - N. O fator de concentração de tensão para fadiga é dado pela equação (10.8).

 $K_{f} = 1 + q \cdot (K_{t} - 1)$

Para esta geometria, com as seguintes relações,

$$\frac{D}{d} = \frac{80}{55} = 1,45$$
$$\frac{r}{d} = \frac{2}{55} = 0,04$$

e do gráfico 3.2 do Apêndice 3 temos

$$K_{t} = 2,25$$

e da figura 10.6 obtemos, para r = 2 mm, que o fator de sensibilidade ao entalhe para flexão é:

q = 0,82 e com isto,

$$K_f = 1 + 0.82 \cdot (2.4 - 1)$$

 $K_{f} = 2,15$

Como a tensão nominal de flexão σ_0 , é dada no problema, a tensão máxima vale

 $\sigma_{max} = K_f \cdot \sigma_0 = 2,15 \cdot 65$

 $\sigma_{max} = 140 \text{ MPa}$

A comparação entre a tensão na peça e a admissível pelo material fornece o coeficiente de segurança, como segue

$$n = \frac{\sigma_{f}'}{\sigma_{max}}$$
, $n = \frac{237}{140} = 1,7$

Isto significa dizer que a peça tem uma margem de segurança de 70%, quanto ao carregamento, para a vida infinita.

10.3 - EFEITOS SOBRE O DIAGRAMA ϵ - N.

Os fatores de correção vistos na seção anterior, não são agora tão relevantes, quando trabalhamos com o diagrama ϵ - N. A maneira de trabalhar com estes efeitos está detalhada a seguir.

1 - ACABAMENTO SUPERFICIAL.

O fator k_1 de acabamento superficial deve ser usado na análise, só que atuando apenas na parte elástica da deformação total, pois para vidas curtas não existe um efeito acentuado do acabamento superficial, uma vez que a grande deformação plástica dos materiais mascara o efeito das irregularidades superficiais. Devemos usar k_1 quando os dados do material foram obtidos a partir de corpos de prova retificados e polidos. Se os corpos de prova forem somente retificados, ou mesmo apenas usinados, o fator k_1 não deve ser empregado.

2 - TAMANHO.

O fator de tamanho não é relevante pois as deformações são calculadas para o ponto mais solicitado, a partir das características cíclicas do material. Quando o cálculo é feito a partir de uma tensão nominal elástica, mesmo no ponto crítico, surge a necessidade do emprego do fator de tamanho, como descrito no uso da curva σ - N.

3 - GEOMETRIA.

O efeito de concentração de tensão é plenamente atuante, porém é mais conveniente que seja encarado como fator de aumento de solicitação da peça, do que como um fator de redução de resistência, pois o efeito das descontinuidades geométricas será, muitas vezes, variável ao longo do eixo do número de ciclos, dificultando a análise se o efeito for considerado como uma redução da resistência.

Os efeitos decorrentes do acabamento superficial e de pontos com concentração de tensão serão comentados a seguir, sendo os demais efeitos, para este caso da curva ε - N, aplicados somente em situações especiais. Quando a solicitação que atua no ponto crítico é calculada considerando as deformações plásticas existentes, verifica-se que o único efeito atuante sobre a curva ε - N é o fator de acabamento superficial. Isto é considerado com a aplicação do fator k₁ sobre a parcela elástica da deformação total da resistência à fadiga do material. A deformação total é definida como

 $\Delta \epsilon = \Delta \epsilon_{e} + \Delta \epsilon_{p}$

A figura 10.9 representa esta equação, para uma escala logarítmica. Como comentado o efeito do acabamento superficial é importante só para vidas superiores a N_{tr}. e assim este efeito é considerado como:

 $\Delta \varepsilon = \mathbf{k}_1 \Delta \varepsilon_e + \Delta \varepsilon_p$

(10.9)

sendo que comportamento da equação (10.9) é similar ao que verificase com o uso da curva σ - N. Nesta, k₁ é aplicado sobre σ_F apenas, ficando σ_N , em 10³ ciclos, inalterada, e o efeito de k₁ fica reduzido para vidas menores do que 10⁶ ciclos, se anulando para 10³ ciclos.



Figura 10.9 - Deformações elásticas e plásticas em função da vida N.



Figura 10.10 - Distribuição de tensões e deformações próximas a um entalhe.

10.4 - EFEITO DE DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS.

Quando uma peça possui pontos onde existam descontinuidades geométricas, ou seja, pontos com concentração de tensão, caso as tensões atuantes nestes pontos forem menores que tensão limite de escoamento, os estados de tensão e deformações no ponto crítico podem ser calculados a partir da tensão nominal, com o uso do fator de concentração de tensão. Porém guando a tensão no ponto crítico for superior à tensão de escoamento, ocorre uma redistribuição de tensões na região e o processo de cálculo das tensões e deformações não pode ser realizado diretamente a partir de K_t. A obtenção da deformação máxima existente nesta região, bem como a respectiva tensão, é tratada a seguir. Na figura 10.10 estão mostradas as distribuições de tensões para um material com comportamento elástico e para outro com comportamento elastoplástico ideal. Devido à redistribuição de tensões, a deformação correspondente à tensão limite de escoamento ocorre no ponto X₂ para o material elastoplástico, enquanto que na distribuição elástica de tensões esta deformação ocorria em X₁. A distribuição de tensões para o material elastoplástico ideal nunca excede a $\sigma_{\rm F}$, ou seja, para os pontos situados no intervalo de 0 a X₂ a tensão é sempre igual à de escoamento. Porém as deformações, apesar de se redistribuirem, alcançam valores maiores que a deformação de escoamento, entre 0 e X_2 , como na figura 10.10. A seguir é estabelecido um critério de cálculo que permite considerar estes efeitos, com a finalidade de obtermos a influência das descontinuidades geométricas na determinação das solicitações na peça. Quando ocorre um escoamento localizado, temos um comportamento elastoplástico para o material, que leva às seguintes desigualdades

 $\boldsymbol{\sigma} \leq \boldsymbol{\sigma}_{0}\,\boldsymbol{\mathsf{K}}_{t}$

 $\epsilon \geq \epsilon_0 \, K_t$

em que:

 σ - tensão real na peça;

 σ_0 - tensão nominal;

ε - deformação real no ponto;

 ε_0 - deformação nominal;

K_t - fator de concentração de tensão;

ou seja, a tensão no ponto crítico é menor que a prevista para o caso elástico, porém a deformação é maior, portanto as concentrações de deformação e de tensão não podem ser determinadas diretamente a partir de K_t. Desta forma é necessário definirmos os fatores de concentração de tensão e de deformação, dentro do regime plástico,

 $K_{\sigma} e K_{\epsilon}$

respectivamente como

$$K_{\sigma} = \sigma / \sigma_0 \tag{10.10}$$

$$K_{\varepsilon} = \varepsilon/\varepsilon_0 \tag{10.11}$$

 σ , ϵ - tensão, deformação no ponto mais solicitado

 σ_0 , ϵ_0 - tensão, deformação, valores nominais na seção

 K_{σ} , K_{ϵ} - fatores de concentração de tensão e deformação

A partir destas definições podemos afirmar que:

Para o regime elástico	$K_{\sigma} = K_{t}$
	$K_{\epsilon} = K_{t}$
Para o regime elastoplástico	$\boldsymbol{K}_{\sigma} \leq \boldsymbol{K}_{t}$
	$K_{\epsilon} \geq K_{t}$

Verificou-se que para a análise de fadiga usando o diagrama ε - N, o uso de K_f no lugar de K_t, é mais exato, ajustando-se melhor aos resultados experimentais, e assim, as desigualdades passam a ser

$$\begin{split} & \mathsf{K}_{\sigma} \leq \mathsf{K}_{\mathsf{f}} \\ & \mathsf{K}_{\epsilon} \geq \mathsf{K}_{\mathsf{f}} \end{split}$$

A obtenção de K_ε, para a determinação de $\epsilon_{máx}$, de modo a usar o diagrama ϵ - N, é função do estado de tensões na peça e desta forma temos as duas situações limites, de um estado plano de tensões e de um estado plano de deformações.

ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES.

Em peças espessas, tais como placas de grande espessura, eixos, e outras peças que tipicamente são solicitadas sob um estado plano de deformação, verificou-se experimentalmente que é possível adotar, em uma primeira aproximação, a chamada regra linear [1], expressa pela igualdade

$$K_{\varepsilon} = K_{f}$$
(10.12)

Isto significa que a análise de fadiga através da definição da solicitação por deformação fica idêntica à análise de fadiga por tensão, diferindo apenas no diagrama de resistência à fadiga usado na análise. Este fato pode ser justificado pela existência de um estado triaxial de tensões, o qual reduz a capacidade de deformação do material, mesmo com a redistribuição de tensões, fazendo com que a deformação no ponto crítico não aumente significativamente com o escoamento, ou seja, $K_{\rm g}$ fica contido, impedido de crescer além do valor de $K_{\rm f}$.

ESTADO PLANO DE TENSÕES.

Em peças mais finas, onde não chega a desenvolver-se uma tensão transversal, a equação proposta por Neuber apresenta melhores resultados que a proposição da regra linear [], []. A equação correspondente à regra de Neuber é

$$K_{\sigma} K_{\varepsilon} = K_{t}^{2}$$
(10.13)

Esta equação é óbvia para o regime elástico, porém para o estudo da fadiga o valor relevante é K_f e não K_t , conforme comentado, e desta forma a última equação pode ser posta como

$$K_{\sigma} K_{\varepsilon} = K_{f}^{2}$$
(10.14)

O problema do cálculo de K_ε, neste caso do uso da equação de Neuber, é que devemos recorrer à curva tensão-deformação do material, exigindo muitas vezes uma solução gráfica ou iterativa. No entanto, se o material segue a equação $\Delta \varepsilon$ - N, é possível obter a equação (10.16),

$$\Delta \varepsilon = \mathsf{BN}^{\mathsf{b}} + \mathsf{MN}^{\mathsf{c}} \tag{10.15}$$

$$K_{\varepsilon} = K_{f} \left[1 + (N/N_{tr})^{c-b} \right]^{1/2}$$
(10.16)

onde N_{tr} é o número de ciclos de transição. Esta equação é válida quando a tensão nominal está abaixo da tensão limite de escoamento, ou seja, pode haver escoamento apenas na região crítica. Usando o método das inclinações universais os expoentes b e c são b = - 0,12 e c = - 0,60, e com isto a expressão anterior fica:

$$K_{\varepsilon} = K_{f} \left[1 + (N/N_{tr})^{-0.48} \right]^{1/2}$$
(10.17)

Para situações outras que um estado plano de tensões, a Regra de Neuber não apresenta resultados tão bons e assim é usada na sua forma modificada, sendo escrita na forma:

$$\left(\frac{K_{\sigma}}{K_{f}}\right)^{n}\left(\frac{K_{\varepsilon}}{K_{f}}\right) = 1$$
(10.18)

O valor do expoente n define o estado de tensões. Se n= 1, é EPT. Se n = 0, é EPD, ou seja, regra linear. Com n = 0,5, aplica-se a problemas axissimétricos, como eixos e barras de seção circular.

O diagrama σ - N, bem como o ϵ - N, apresentam resultados similares quando utilizados para um número de ciclos maior ou igual a dez vezes N_{tr}. Na faixa entre N_{tr} e 10 N_{tr}, os dois métodos apresentam discrepâncias pequenas, enquanto que para vidas menores que N_{tr}, a

única solução é trabalhar com o diagrama ϵ - N, devido ao alto grau de plastificação, o que é tratado com dificuldade usando as curvas σ - N. Resumindo, podemos então dizer que, dependendo da vida, o critério a ser adotado será:

Vida	Critério apropriado:
$N > 10 N_{tr}$	Os dois critérios apresentam resultados próximos.
$N_{tr} < N < 10 N_{tr}$	Os dois critérios tem pequenas discrepâncias.
N < N _{tr}	O critério apropriado é o da curva ϵ - N.

EXEMPLO 10.2:

Determinar o momento fletor que provoca uma fissura de fadiga em 10^5 ciclos, usando o diagrama ϵ - N, na peça esquematizada na figura 10.11, considerando um aço SAE-ABNT 4340, com 350 HBN.



Figura 10.11 - Peça do exemplo 10.2.

Dados

SOLUÇÃO:

Para determinar a curva ϵ - N, pelo método das inclinações universais, temos

$$\Delta \epsilon = 3.5 \frac{\sigma_{R}}{E} N^{-0.12} + \epsilon_{f}^{0.6} N^{-0.6}$$

Substituindo os valores vem

$$\Delta \epsilon \!=\! 3,5 \frac{1240}{200000} \, \mathsf{N}^{-0,12} +\! 0,84^{0,6} \, \, \mathsf{N}^{-0,6}$$

logo

$$\Delta\epsilon\!=\!0,0217~\text{N}^{-0,12}~+0,9007~\text{N}^{-0,6}$$

é a curva ϵ - N do material.

Para verificar se a falha ocorre em fadiga de baixo ciclo, é necessário determinar N_{tr}. Isto é conseguido fazendo $\Delta\epsilon_e = \Delta\epsilon_p$, ou seja, conforme a equação (9.9),

$$N_{tr} = \left(\frac{0,9007}{0,0217}\right)^{1/0.48}$$
; $N_{tr} = 2350$ ciclos

Como a falha deverá ocorrer em 10^5 ciclos, está caracterizada a fadiga de alto ciclo, e consequentemente o fator de acabamento superficial influencia de forma apreciável a curva ε - N para o ponto crítico, logo:

$$\Delta \varepsilon = k_1 0,0217 \text{ N}^{-0,12} + 0,9007 \text{ N}^{-0,6}$$

O fator de acabamento superficial é

$$k_1 = 0,75$$
 e logo
Δε=0,75 0,0217 N^{-0,12} +0,9007 N^{-0,6}

De posse da curva para o ponto crítico, podemos determinar a deformação total que leva à falha para $N = 10^5$ ciclos, o que representa a deformação total que pode atuar em cada ciclo, levando a uma vida de 10^5 ciclos.

$$\Delta \epsilon = 0,0163 (10^5)^{-0.12} + 0,9007 (10^5)^{-0.6}$$
$$\Delta \epsilon = 0,0050$$



Figura 10.12 - Deformação cíclica no ponto crítico.

Pela definição de fator de concentração de deformação temos

 $K_{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_0$

Porém para o caso de um eixo, K_{ϵ} pode ser obtido pela regra linear,

 $K_{\epsilon} = K_{f}$

e pela equação (10.8) obtemos K_f.

 $K_{f} = 1 + q (K_{t} - 1)$

Para esta geometria, o fator de concentração de tensão é K_t = 2,25 e o fator de sensibilidade ao entalhe obtido vale

 $q = 0,94 e \log K_f = 2,175.$

A amplitude da parcela alternante da deformação nominal na seção é

 $\epsilon_0 = \epsilon / K_f$

porém

$$\varepsilon = \Delta \varepsilon / 2$$
$$\varepsilon = \frac{0,0050}{2} = 0,0025$$

então:

$$\varepsilon_0 = \frac{0,0025}{2,175} = 0,00115$$



Figura 10.13 - Laço de histerese com as deformações e tensões nominais.

Estas grandezas nominais estão representadas na figura 10.13. Para prosseguir com os cálculos é necessário determinar a amplitude da tensão nominal. Se o material está no regime elástico

 $\sigma_0 = \varepsilon_0 E$

 $\sigma_0 = 0,00115.200000$

σ₀ = 230 MPa

Como a tensão de escoamento cíclica, σ_{EC} , é bem maior do que σ_0 , garante-se que o comportamento na seção nominal é elástico, logo o momento fletor alternante que causa esta tensão nominal é

 $M_f = \sigma_0 W_f$

e para a seção em questão

$$W_{f} = \frac{\pi d^{3}}{32} = \frac{\pi 100^{3}}{32}$$
$$W_{f} = 98175 \,\text{mm}^{3}$$

logo:

 $M_{f} = 22,6 \text{ kNm}$

EXEMPLO 10.3:

Para a peça do exemplo 10.2, determinar qual o momento fletor alternante que provoca uma fissura de fadiga em 10^5 ciclos, usando o diagrama σ - N.

SOLUÇÃO:

A equação para a curva σ - N do material é dada por

 $\sigma_{N} = C \cdot N^{m}$

e conforme visto no Capítulo 9, as constantes C e m são calculadas por

$$m = \frac{\log \sigma_1 / \sigma_2}{\log N_1 / N_2}$$

 $C\!=\!\sigma_1^{}\,/\,N_1^{m}$

Adotando o ponto 1 em 10³ ciclos e o ponto 2 em 10⁶ ciclos, podemos obter

$$\sigma_1 = 0.8 \cdot \sigma_R = 0.8.1 \ 240$$

σ₁ = 992 MPa

 $\sigma_2 = \sigma_F'$

$$\sigma_{F'} = k_1 \cdot k_2 \cdot \sigma_F$$

Da seção 9.4,

$$\sigma_{\rm F} = 0.5 \ \sigma_{\rm R} = 0.5.1 \ 240$$

 $\sigma_{\rm F}$ = 620 MPa

Considerando o mesmo $k_{\rm 1}$ = 0,75 usado no exemplo 10.2, e da figura 10.3 $k_{\rm 2}$ = 0,6, resulta

 $\sigma_{\rm F}$ ' = 0,75 · 0,6 · 620 = 280 MPa

e portanto

$$m = -0,1831$$

C = 992 · (10³) ^{0,1831}

C = 3 514 MPa

Portanto a equação σ - N é

 $\sigma_{\rm N}$ = 3 514 · N ^{- 0,1831}

Calculando para 10^5 ciclos, $\sigma_N = 426$ MPa.

Quanto à solicitação, esta pode ser obtida da tensão nominal que leva à falha em 10⁵ ciclos, ou seja,

 $\sigma_0 = M / W_f = \sigma_N / K_f$

Do exemplo 10.2, $W_f = 98 \ 175 \ mm^3 \ e \ K_f = 2,175 \ e \ assim$

 σ_{o} = 195,8 MPa

e logo

 $M_{f} = 19,2 \text{ kNm}$

Nota-se que o valor do momento obtido é próximo daquele do Exemplo 10.2, obtido pelo uso do diagrama ϵ - N, uma vez que o problema é de fadiga a alto ciclo.

EXEMPLO 10.4:

Para a mesma peça do exemplo 10.2, determinar:

a) O momento fletor que provoca uma fissura por fadiga em 2000 ciclos, usando o diagrama ϵ - N.

b) Idem ao item a, porém usando o diagrama σ - N.

SOLUÇÃO:

a) A equação ε - N é:

 $\Delta \epsilon = 0.750 \cdot 0.0217 \cdot N^{-0.12} + 0.9007 \cdot N^{-0.6}$

e para N = 2000 ciclos

 $\varepsilon_0 = \Delta \varepsilon / 2K_{\varepsilon}$

Do exemplo 10.2, $K_{\epsilon} = K_{f} = 2,175$. A amplitude da deformação nominal, ϵ_{0} , é:

$$\varepsilon_0 = \frac{0,01595}{2(2,175)} = 0,00367$$

Supondo que esta deformação nominal máxima esteja na faixa linear, elástica,

 $\sigma = E \varepsilon_0 = 733 \text{ MPa}$

Uma vez que σ_0 < σ_{EC} , realmente podemos considerar que estamos na faixa elástica do material. O momento fletor é

 $M = \sigma_0 W_f$

e tomando W_f do exemplo 10.2,

 $M = 733 MPa 98175 mm^3$

M = 71,96 kNm

b) Deve ser salientado que o procedimento a seguir não é correto, conforme será mostrado, sendo no entanto usado para comparação. Do exemplo 10.3, a curva σ - N é

$$\sigma_{\rm N}$$
 = 3016 N ^{- 0,161}

Para N = 2000 ciclos

 σ_{N} = 887,08 MPa

Quanto à solicitação,

 $\sigma_{0} = M / W_{f} = \sigma_{N} / K_{f}$ Para W_f = 98175 mm³, e K_f = 2,175, $\sigma_{0} = \frac{\sigma_{N}}{K_{f}} = \frac{887,08}{2,175}$ $\sigma_{0} = 407,85 \text{ MPa}$ M = $\sigma_{0} \cdot W_{f} = 407,85 \cdot 98175$ M = 40,04 kNm

Para fadiga a baixo ciclo vemos que a diferença entre as soluções, usando as curvas σ - N e ε - N, são significativas, pois o efeito da plastificação não foi corretamente considerado no diagrama σ - N. O valor obtido pelo uso do diagrama σ - N é muito conservativo, pois na realidade temos que $K_{\sigma} = f(N)$ e foi utilizado K_{f} para vida infinita, quando para vida finita devemos usar o fator K_{σ} , que é menor que K_{f} . O uso de K_{f} para amplificar o carregamento é equivalente a utilizá-lo para reduzir toda a curva σ - N de resistência à fadiga do material, como mostra a figura 10.14, ou seja, para qualquer número de ciclos o efeito de redução da resistência à fadiga é considerado constante.



Figura 10.14 - Uso incorreto de K_f na redução da resistência.

O correto é adotar a correção mostrada na figura 10.15, onde o efeito do fator aplicado diminui gradativamente com a redução da vida, de forma que tenhamos $K_N = 1$ para uma vida de 10³ ciclos.



Figura 10.15 - Uso correto de K_f como redutor de resistência.

Como usaremos K_f apenas como um fator de aumento das tensões nominais aplicadas, para baixa vida é necessário o uso de K_f, quando do uso das curvas σ - N, ou então, obter a tensão do diagrama σ - N e da equação da curva tensão-deformação cíclica tirar ϵ , obtendo assim $\epsilon_0 = \epsilon / K_\epsilon$, onde K_e = K_f. Se ϵ_0 for elástico obter $\sigma_0 = E \cdot \epsilon_0$. Este último procedimento é mais complexo, mas útil quando não temos K_f disponível. Com o valor calculado de σ_0 podemos agora obter as dimensões ou cargas conforme desejado.

EXEMPLO 10.5:

Refazer o exemplo 10.4, item b, usando o diagrama ϵ - N e a curva tensão-deformação cíclica, adotando K_{ϵ} = K_f para o cálculo de ϵ .

SOLUÇÃO:

Do exemplo 10.4 temos que, para N = 2000 ciclos, a tensão σ - N é de 887 MPa, obtida pelo uso do diagrama ϵ - N. A deformação deverá ser obtida da curva tensão-deformação cíclica. Da equação (8.1),

 $\epsilon = \Delta \epsilon / 2 = \sigma / E + (\sigma / k')^{1/n'}$

para este material, da tabela 2,

b = -0,076 ϵ_{f} ' = 0,73 c = -0,62 σ_{f} ' = 1655 MPa

n' = b/c = 0,12
k' =
$$\frac{\sigma_{f}}{\varepsilon_{f}}^{'n'} = \frac{1655}{0,73^{0,12}}$$

k' = 1719 MPa

Então

 $\varepsilon = 887/2.10^5 + (887/1719)^{1/0,12}$

$$\varepsilon = (4.4 + 4.03) 10^{-3} = 8,46.10^{-3}$$

Quanto à deformação alternante nominal,

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{K_{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon}{K_{f}} = \frac{8.46.10^{-3}}{2.175}$$
$$\varepsilon_0 = 3.9.10^{-3}$$

Como a tensão de escoamento cíclica é σ_{EC} = 758 MPa, $\varepsilon_{EC} = \sigma_{EC} / E = 3,79.10^{-3}$, logo ε_0 está na faixa plástica. O cálculo de ###₀ deverá ser feito pela curva tensão-deformação cíclica, conforme a equação (8.1).

A deformação nominal plástica ϵ_{0p} é

 $\varepsilon_{0p} = \varepsilon_0 - \varepsilon_0 / E$

Como não conhecemos ϵ_0 , temos um sistema não linear de duas equações. Substituindo uma equação na outra,

$$\sigma_0 = \mathbf{k}' (\varepsilon_0 - \sigma_0 / \mathbf{E})^n$$

ou

$$\sigma_0 = 1719 (3, 9.10^{-3} - \sigma_0 / 2.10^5)^{0.12}$$

e fazendo algumas tentativas encontramos σ_0 = 686 MPa, que está próximo à tensão limite de escoamento. O momento fletor será portanto

 $M = \sigma_0 \cdot W_f = 686 \cdot (98175)$ M = 67,3 kNm

que é um momento que difere apenas em 7% do obtido no exemplo 10.4, quando foi usada a curva ε - N. Sem dúvida o uso da curva σ - N é muito mais simples para resolver problemas a baixo ciclo que o uso das curvas ε - N e curva tensão-deformação cíclica, principalmente se a tensão σ_0 não estiver dentro do regime elástico.

10.5 - ANÁLISE COM USO DA REGRA DE NEUBER.

Na análise de peças entalhadas conhecemos geralmente as curvas de resistência à fadiga do material, σ - N ou ϵ -N, obtidas de corpos de prova sem entalhe e conhecemos também o fator de concentração de tensão K_t, ou K_f, devida ao entalhe e finalmente a solicitação nominal (σ_0 ou ϵ_o) devida ao carregamento. A comparação com a resistência requer então o conhecimento das tensões e deformações locais no fundo do entalhe, σ ou ϵ_o , que são obtidas via K_{σ}, K_{ϵ}. A regra de Neuber relaciona K_{σ}, K_{ϵ} e K_t ou K_f, aparentemente com duas

incógnitas, que são K_{σ} e K_{ϵ}, porém estas são funções das tensões e deformações que ocorrem no ponto crítico bem como dos valores nominais na seção, portanto existe uma outra equação a relacioná-las, que é a equação da curva tensão-deformação cíclica. A determinação de σ ou ϵ via σ_{o} , ϵ_{0} , e K_f, usando a regra de Neuber e a curva tensão- deformação cíclica é detalhada a seguir. No caso de σ - ϵ estarem dentro do regime elástico o uso de (10.12) ou de (10.16) fornece rapidamente a solução. Caso contrário, a solução é mais complexa. Partindo da equação (10.13), podemos multiplicar a equação da regra de Neuber por $\Delta \epsilon_{0}^{2}$,

$$\mathbf{K}_{\varepsilon} \Delta \varepsilon_{0} \mathbf{K}_{\sigma} \Delta \varepsilon_{0} = \mathbf{K}_{f}^{2} \Delta \varepsilon_{0}^{2}$$
(10.18)

e das definições de $K_{\sigma} e K_{\epsilon}$,

$$\Delta \varepsilon \mathbf{K}_{\sigma} \Delta \varepsilon_{0} = \mathbf{K}_{f}^{2} \Delta \varepsilon_{0}^{2}$$
(10.19)

Multiplicando pelo módulo de elasticidade,

$$\Delta \varepsilon \mathsf{K}_{\sigma} \Delta \varepsilon_{0} = \mathsf{K}_{f}^{2} \Delta \varepsilon_{0} \Delta \sigma_{0} \tag{10.20}$$

A última operação restringe a dedução a seguir ao caso onde a tensão nominal é elástica, $\sigma_0 = E \cdot \varepsilon_0$. Temos então uma equação em $\Delta \sigma e \Delta \varepsilon$. Juntando com a equação da curva tensão-deformação cíclica do material temos um sistema não linear de duas equações a duas incógnitas.

$$\Delta \varepsilon = \Delta \sigma / \mathbf{E} + 2^{1+1/n'} (\Delta \sigma / \mathbf{k}')^{1/n'}$$
$$\Delta \varepsilon = (1 / \Delta \sigma) \mathbf{K_f}^2 \Delta \varepsilon_0^2 \mathbf{E}$$
(10.21)

O gráfico das duas equações é visto na figura 10.16 para um caso geral. Por outro lado a curva da equação (10.21) representa sempre uma hipérbole, chamada hipérbole de Neuber. O ponto correspondente ao estado de tensões e deformações que está ocorrendo no fundo do entalhe é o ponto de intersecção das duas curvas, a curva correspondente à hipérbole de Neuber e a correspondente à curva tensão-deformação cíclica. Na figura 10.16 o ponto A é o correspondente ao estado local de tensões e deformações é o ponto D. O ponto C representa a solução pelo uso da regra linear.

De forma geral, conhecidas as tensões e deformações nominais, σ_0 e ε_0 , as constantes k' e n' da curva tensão-deformação cíclica do material e o fator de concentração de tensão representado por K_f, o sistema de equações (10.21) nos dará a tensão e a deformação que ocorrem no fundo do entalhe, respectivamente σ e ε . A solução pode se obtida graficamente, com o traçdo das curvas, ou, para certos casos particulares da curva tensão-deformação, analiticamente. No caso de uma curva tensão-defromação geral a solução não é simples, uma vez que não é possível explicitar qualquer uma das incógnitas, e o problema deve ser resolvido iterativamente, a partir de uma estimativa inicial, até a convergência dos resultados.





A vida tanto pode ser obtida de $\Delta \sigma$, num diagrama σ - N quanto de $\Delta \varepsilon$ num diagrama ε - N, como detalhado a seguir. Desde que a tensão nominal esteja na faixa elástica e que a relação ε - N seja na forma

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_{\rm p} + \Delta \varepsilon_{\rm e}$$

 $\Delta \varepsilon = M N^{c} + B N^{b}$

é possível transformar a regra de Neuber, K_σ K_ϵ = K_t^2 , para uma expressão do tipo K_ϵ = função (N).

Se a curva ε - N tiver a forma das equações de Coffin-Manson, potencial acima, na seção 9.5 mostramos que a curva tensão-deformação cíclica tem também uma forma potencial

$$\Delta \sigma/2 = k' \left(\Delta \varepsilon_{\rm p} / 2 \right)^{\rm n'} \tag{10.25}$$

com k' e n' obtidos experimentalmente ou aproximados por

$$n' = b/c$$

 $k' = (2/M)^{n'}BE/2$ (10.26)
Uma vez que
 $\Delta \varepsilon_{p} = M N^{c}$ (10.27)

podemos substituir na equação σ - ϵ_p e obter σ - N.

$$\Delta\sigma/2 = k' (M N^c/2)^{n'}$$

$$\Delta \sigma = 2k' (M/2)^{n'} N^{cn'}$$
(10.28)

Isto significa que se a curva ϵ - N tem a forma potencial, o diagrama σ - N também o terá. Simplificando,

$$\Delta \sigma = 2k' (M/2)^{n'} N^{cn'}$$

$$\Delta \sigma = (2/M)^{n'} 2 B E/2 (M/2)^{n'} N^{cb/c}$$
(10.29)
$$\Delta \sigma = E B N^{b}$$

Esta expressão pode ser simplesmente obtida lembrando que, do diagrama tensão-deformação cíclico,

$$\Delta \sigma = \mathsf{E} \Delta \varepsilon_{\mathsf{e}} \tag{10.30}$$

e da curva ϵ - N,

$$\Delta \varepsilon_{\rm e} = {\sf B} \; {\sf N}^{\rm b}$$

logo
 $\Delta \sigma = {\sf E} \; {\sf B} \; {\sf N}^{\rm b}$ (10.31)

Para a dedução de K_e função de N, partimos de

$$K_{\sigma} K_{\varepsilon} = K_{f}^{2}$$

$$K_{\sigma}^{1/2} K_{\varepsilon}^{1/2} = K_{f}$$

$$K_{\sigma} = K_{f} (K_{\varepsilon}/K_{\sigma})^{-1/2}$$
(10.32)

$$\mathbf{K}_{\sigma} = \mathbf{K}_{f} \left(\frac{\Delta \varepsilon / \Delta \varepsilon_{0}}{\Delta \sigma / \Delta \sigma_{0}} \right)^{\frac{1}{2}}$$
(10.33)

Desde que

 $\Delta \sigma_0 / \Delta \epsilon_0 = E$

então podemos escrever:

$$K_{\sigma} = K_{f} \left[E \Delta \varepsilon / \Delta \sigma \right]^{-1/2}$$
(10.34)

Substituindo as expressões para ϵ - N e σ - N,

$$K_{\sigma} = K_{f} \left[\frac{\left(MN^{c} + BN^{b} \right) E}{BN^{b} E} \right]^{-1/2}$$
(10.35)

$$K_{\sigma} = K_{f} \left[1 \frac{M}{B} N^{c-b} \right]^{-1/2}$$
(10.36)

$$K_{\sigma} = K_{f} \left[1 + (N/N_{tr})^{c-b} \right]^{-1/2}$$
(10.37)

onde N_{tr} é a vida de transição,

$$N_{tr} = (M/B)^{1/b - c}$$
,

conforme visto no Capítulo 9. Uma vez que K $_{\!\!\epsilon}$ = K_{\!f}^2 K_{\!r}^{-1}

$$K_{\varepsilon} = K_{f} \left[1 + (N/N_{tr})^{c-b} \right]^{1/2}$$
(10.38)

que é a relação que desejamos obter.

Para um problema de uma peça entalhada, definido por K_f sob um estado plano de tensão e propriedades do material definidas por B, M, b, c, N, sob carga alternante nominal, dentro do regime elástico

$$\Delta \sigma_0 = E \Delta \varepsilon_0$$
,

A vida N e o estado de tensões e deformações máximas, $\Delta \sigma$ e $\Delta \epsilon$ no fundo do entalhe são calculados pelas equações, função de N.

$$\Delta \varepsilon = K_{\varepsilon} \Delta \varepsilon_{0} = K_{f} [1 + (N/N_{tr})^{c-b}]^{1/2}$$

$$\Delta \varepsilon = MN^{c} + B N^{b}$$
(10.39)

O gráfico de K_ε /K_f versus N/N_{tr} pode ser visualizado na figura 10.17 para um estado plano de deformação quando K_ε = K_f e estado plano de tensão quando K_ε é dado pela equação (10.37). Nesta figura foram utilizadas as constantes do método das inclinações universais, ou seja, c = - 0,6, b = - 0,12.



Figura 10.17 - Variação de Κ_ε versus N para um estado plano de tensão e um estado plano de deformação.

Tanto em um estado plano de deformações quanto em um estado plano de tensões, K_{ϵ} tende a K_{f} quando a vida N ultrapassa 10 vezes N_{tr}
, ou seja, para fadiga a alto ciclo. Estas duas curvas representam aproximadamente os limites extremos de qualquer estado de tensão real numa peça, isto é, entre um estado plano de tensões e um estado plano de deformações. Em casos reais então a tendência mostrada pelo desenvolvimento acima é de que K_ε cresce com a redução da vida N. Se K_σ = K_f² /K_ε, então K_σ tende a decrescer com a redução da vida N. Assim K_f é o máximo valor de K_σ, e utilizando K_f como amplificador de tensão, para fadiga a baixo ciclos, teremos resultados bastantes conservativos.

10.6 - COMENTÁRIOS.

Quando se usa o diagrama σ - N ou ϵ - N em peças entalhadas, sob um estado plano de deformação:

a) Se K_f for usado para amplificar o carregamento, usando σ =K_f σ_0 , como nos exemplos 10.1, 10.3 e 10.4, a solução será razoavelmente precisa para fadiga a altos ciclos (valores semelhantes aos obtidos via diagrama ϵ - N e ϵ = K_f ϵ_0 , exemplos 10.2 e 10.4. Para fadiga a baixo ciclos o uso da curva σ - N dará resultados cada vez mais conservativos quanto menor a vida, enquanto que usando a curva ϵ -N os valores são razoáveis. Então para o regime de alto ciclo é indiferente o uso da curva σ - N ou da curva ϵ -N, da forma acima,

b) Se calcularmos σ do diagrama σ - N, em baixo ciclos, e obtivermos ϵ da relação tensão-deformação cíclica, e aplicarmos $\epsilon_0 = \epsilon/K_f$, como no exemplo 10.5, os resultados obtidos também serão razoáveis, embora o processo de cálculo torne-se muito mais laborioso se ϵ_0 não estiver no campo elástico. Um outro problema no uso do diagrama σ - N, para baixo ciclo, é que este diagrama normalmente não é disponível para vidas inferiores a 1000 ciclos;

c) Pode-se usar o outro procedimento não detalhado aqui, mas ilustrado na figura 10.15, de usar K_f como correção na extremidade de vida infinita da curva σ - N. Automaticamente a correção é atenuada quando se reduz a vida, até 10³ ciclos, quando o fator aplicado torna-se unitário. Neste caso, como a intensificação de tensão é aplicada sobre o diagrama de resistência, o valor de σ obtido para uma dada vida já corresponde ao valor nominal σ_0 .

d) De forma geral é recomedável usar ϵ - N para baixo ciclo, e σ - N para alto ciclo.

Estas conclusões estão resumidas na Tabela 10.4, onde temos os principais valores obtidos na resolução dos exemplos 10.2 a 10.5.

EXEMPLO	VIDA	MÉTODO	RESISTÊNCIA
10.2	10 ⁵	ε - Ν	22,6 kNm
10.3	10 ⁵	σ - N	21,3 kNm
10.4a	2000	ε - N	71,9 kNm
10.4b	2000	σ - N	40,0 kNm
10.5	2000	σ - N	67,3 kNm

Tabela 10.4 - Comparação de resultados dos exemplos de análise.

CAPÍTULO 11

O EFEITO DE SOLICITAÇÕES MÉDIAS

Em grande parte das situações que ocorrem na prática, a solicitação cíclica no ponto crítico apresenta um valor médio não nulo, em torno do qual a tensão varia ciclicamente. Em muitos casos temos que, mesmo que o carregamento externo aplicado no equipamento, que gera as tensões cíclicas dentro do material da peça em estudo, seja de natureza alternante, o estado de tensões no ponto crítico pode ter sobreposto um valor de tensão média não nulo, pela presença, por exemplo, de tensões residuais. Desta forma, passa a ser fundamental estudarmos o que ocorre com o material quando as solicitações cíclicas possuem uma média diferente de zero.

11.1 DIAGRAMAS $\sigma_a - \sigma_m$.

Conforme rapidamente observado, no Capítulo 9, quando uma tensão média, não nula, atua sobreposta a uma tensão alternante, a resistência à fadiga do material fica bastante prejudicada, em especial no caso em que as tensões médias são de tração. Em geral este efeito é representado por meio de diagramas onde a tensão média aplicada é um parâmetro, ou então uma variável. Para representar os dados experimentais sobre o efeito de tensão média sobre a resistência à fadiga, vários tipos de diagramas e curvas foram propostas e utilizadas, dependendo do sistema de coordenadas utilizado, ou seja, de quais variáveis estão sendo consideradas sobre os dois eixos coordenados, dentre as diferentes tensões que definem o ciclo de carregamento. O levantamento experimental tem como resultado, por exemplo, de curvas σ_a - N, com σ_m constante para cada curva. Esta forma de apresentar os dados não é a mais conveniente. Dos vários tipos de diagramas existentes, todos os que agui serão comentados apresentam curvas onde a vida é uma constante, ou seja, são curvas que representam as várias combinações de tensões, σ_a e σ_m , que levam a uma mesma vida, sendo também chamados de diagramas de vida constante, ou ainda diagramas com linhas de vida constante. O levantamento experimental de um diagrama deste tipo requer um apreciável esforço, pois é necessário ensaiar dezenas ou mesmo centenas de corpos de prova, para cobrir todo o campo de combinações de tensões médias e tensões alternadas, com a devida consideração da dispersão de resultados, inerente ao processo de fadiga. O diagrama mais antigo é o chamado diagrama de Smith, que usa a tensão média no eixo das abcissas e as tensões máximas e mínimas no eixo das ordenadas, como mostrado na figura 11.1.



Figura 11.1 - Diagrama $\sigma_{máx}$ / $\sigma_{mín}$ - σ_m , ou diagrama de Smith, e a definição das tensões que caracterizam o carregamento.

A resistência à fadiga do material fica definida pela região limitada pelas duas linhas do diagrama, a de $\sigma_{máx}$ - σ_m e a σ_{min} - σ_m . A figura 11.1 mostra o diagrama e as tensões características mais importantes. A tensão média, σ_m , é, evidentemente, dada por

$$\sigma_{\rm m} = \frac{\sigma_{\rm máx} + \sigma_{\rm mín}}{2} \tag{11.1}$$

e a amplitude da tensão aplicada, ou tensão alternante, é

$$\sigma_{a} = \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{mín}}{2}$$
(11.2)

Uma forma bastante útil em muitas ocasiões de descrever o nível de tensão média é adotar uma media relativa, pelo uso dos fatores A ou R, que podem ser chamados de fator de simetria do ciclo, definidos respectivamente por:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}, e \qquad A = \frac{\sigma_{a}}{\sigma_{m}}$$

Outro tipo de diagrama, de uso comum na indústria aeronáutica, é similar ao diagrama $\sigma_{máx} / \sigma_{mín} - \sigma_m$, o qual permite uma interpretação e uso mais eficiente. Neste tipo de diagrama podemos trabalhar com qualquer um dos tipos de tensão que definem o carregamento cíclico, seja máxima, mínima, alternante ou média, conforme figura 11.2, pois os eixos inclinados a 45° fornecem as coordenadas de tensões médias e alternantes e os eixos horizontal e vertical fornecem as coordenadas de tensões mínimas de tensões mínimas, respectivamente. A figura 11.2 mostra este tipo de diagrama, muitas vezes denominado de diagrama padrão, também chamado "master diagram".



Figura 11.2 - Diagrama σ_{max} - σ_{min} , σ_{a} - σ_{m} e definição do tipo de carga cíclica.

Uma nomenclatura bastante usada para definir o tipo de carregamento cíclico que ocorre é definir a carga como alternante, pulsante ou flutuante. Assim, se $\sigma_m = 0$ a carga é dita alternante, caso contrário ela será flutuante. Se σ_{min} = 0, a solicitação, embora flutuante, será agora denominada pulsante. Uma outra forma de apresentar os resultados do efeito de uma tensão média, não nula, sobre a resistência à fadiga do material, é usando um sistema de coordenadas de tensão média-tensão alternante. Estes são chamados de diagramas σ_a - σ_m e são os diagramas mais simples, onde o efeito de σ_m é marcado pela redução da tensão alternante σ_a que o material resiste, isto para diferentes vidas. Vamos nos deter, ao longo deste texto, apenas no uso dos diagramas do tipo σ_a - σ_m , deixando de lado os diagramas tanto do tipo $\sigma_{\text{máx}}$ - $\sigma_{\text{mín}},\,\sigma_{\text{a}}$ - σ_{m} como os do tipo $\sigma_{\text{máx}}$, $\sigma_{\text{mín,}},$ σ_m , pois a diferença de uso entre um tipo de diagrama e outro é pequena, sendo fácil de transpor o processo de cálculo de um para outro tipo. O diagrama do tipo σ_a - σ_m é o mais simples de traçar e de trabalhar, permitindo uma boa visualização do processo. Para uma aplicação o ideal é que se tenha o diagrama σ_a - σ_m do material, obtido experimentalmente, quando então o resultados dos cálculos serão bastante confiáveis, a menos da dispersão inerente ao processo de fadiga. Ocorre que em muitos casos esta situação não acontece, forçando-nos a trabalhar com estimativas da curva σ - N e, por sua vez, também com uma estimativa das curvas σ_a - σ_m . Assim, é interessante avaliar os modelos propostos na literatura para fazer uma estimativa do diagrama σ_a - σ_m para o nosso material. O ponto de partida está baseado nas propriedades mecânicas estáticas do material, $\sigma_{\rm F}$, $\sigma_{\rm R}$, $\sigma_{\rm f}$, sendo que devemos iniciar o processo com a estimativa da curva σ - N do material, da curva σ - N da peça ou componente e finalmente do diagrama σ_a - σ_m para a peça.



Figura 11.3 - Diagrama σ_a - σ_m típico, de forma esquemática.

Com os processos do Capítulo 9, a curva σ - N do material pode ser obtida, e a partir desta podemos estimar a curva σ - N da peça, usando os fatores de correção no extremo direito da curva. O próximo passo é a estimativa do diagrama σ_a - σ_m . Isto é feito considerando que no diagrama σ_a - σ_m existem dois pontos de fácil obtenção. Um ponto é, para uma dada vida N, a amplitude da tensão alternante que leva à falha, com σ_m = 0, que é o valor obtido da curva σ - N da peça, na vida de N ciclos. Na figura 11.5 este é o ponto (0; σ_N). O outro ponto característico é obtido considerando um limite para a tensão média, em que a componente alternante do carregamento é zero. Neste caso a tensão média identifica-se com a tensão máxima, o que corresponde a um carga estática. O valor limite que a tensão pode alcançar é, por exemplo, σ_R . Se considerarmos que σ_m + σ_a = $\sigma_{máx}$ = σ_R , resulta portanto σ_m = σ_R , e temos assim o segundo ponto da figura 11.5.



Figura 11.4 - Curva σ - N do material e do componente.

Os dados dos ensaios respeitam os dois pontos extremos, mas os pontos intermediários podem se distribuir das mais diversas formas, dependendo do material, da geometria da peça, das condições de carregamento e outros fatores. Na falta de maiores informações, podemos utilizar uma reta unindo os dois pontos, como uma forma de estimar a curva. Existem vários critérios para definir a curva $\sigma_a - \sigma_m$, dependendo de como é definido o modo de falha para carga estática do componente, e, portanto, como é limitada a resistência para este modo de falha. Este limite pode ser a tensão limite de escoamento, a tensão limite de resistência ou então a tensão real de fratura. O uso de uma ou outra vai depender da aplicação que estamos dando ao diagrama e da maneira que as tensões são tratadas, se como tensões locais, no ponto crítico ou como tensões nominais na seção crítica.



Figura 11.5 - Estimativa do diagrama σ_a - σ_m , a partir de dois pontos extremos, definidos sobre os eixos de tensão média e de tensão alternante.

Neste último caso, limitando a carga ao valor da carga de início de escoamento, para a seção líquida, impedimos que a peça venha a se deformar plasticamente de forma macroscópica, o que poderia comprometer o seu uso adeguado. No caso da análise de fadiga concentrar-se sobre o ponto crítico, a situação é diferente, pois agora o fato de que a tensão limite de escoamento tenha sido atingida, ou mesmo excedida, não compromete o componente, já que a deformação plástica passa a ser localizada, em um ponto, ou em uma pequena região próxima ao ponto de concentração de tensão. Assim, é possível adotar como limite para a tensão média não só a tensão limite de escoamento, mas também a tensão limite de resistência ou mesmo a tensão real de fratura. O uso de uma ou de outra depende do critério adotado, mas de uma forma geral pode-se dizer que o uso da tensão real de fratura tem aplicação quando o critério de faha estática adotado é a ruptura do material, já que esta é a tensão que realmente caracteriza o ponto de falha no ensaio de tração. A tensão limite de resistência, conforme visto anteriormente, é uma tensão definida pelo ponto de máxima carga, mas que não caracteriza a capacidade de resistência mecânica do material, e sim o início da instabilidade plástica no ensaio de tração. O processo de interpolação a ser adotado entre as duas condições limites, de tensão média nula e a de tensão alternante nula, deve acompanhar a tendência dos dados experimentais, sendo esta interpolação em geral linear. Diferentes critérios para definir as curvas $\sigma_{\rm a}$ - $\sigma_{\rm m}$ estão colocados nas figuras a seguir. Alguns são apenas para referência, de pequena aplicação prática, sendo outros intensamente usados no dia a dia.



Figura11.6 - Critério de Goodman. Considera que a tensão limite de fadiga do material é σ_R / 3, um valor conservativo se comparado com o uso recomendado de σ_R / 2. A tensão média fica limitada por σ_R .



Figura11.7 - Critério de Goodman modificado. A tensão alternante sobre o eixo vertical passa a ser o valor da tensão limite de fadiga, seja experimental, seja estimado. Podemos usar também uma tensão σ_N , quando desejamos uma curva que forneça as diferentes combinações de σ_a e σ_m para uma vida especificada, agora, de N ciclos.



Figura11.8 - Critério de Soderberg. O critério de Soderberg é mais conservativo que o de Goodman, já que restringe a tensão média a no máximo a tensão limite de escoamento. Quando o critério é usado para representar a resistência no ponto crítico é excessivamente conservativo, impedindo um escoamento localizado, que induz um estado benéfico de tensões residuais.



Figura11.9 Critério de Haigh. Este critério corresponde à linha de Goodman modificada, limitando agora a tensão máxima no valor da tensão limite de escoamento, o que corresponde à reta descendente a 45°, que passa por $\sigma_{\rm F}$.



Figura 11.10 - Critério de Gerber. Este critério foi apresentado por mostrar um bom ajuste com os resultados experimentais, à época coletados por Gerber. O critério adota uma curva quadrática, passando por $\sigma_N e \sigma_R$, simétrica em relação ao eixo vertical.



Figura 11.11 - Critério de Peterson (1952). Para o caso de aços de alta resistência, como para os aços para a construção de molas, Peterson sugeriu que o efeito da tensão média ficaria mais bem representado através de uma equação cúbica, passando por $\sigma_N e \sigma_L$, tensão limite, tomada como a média aritmética entre $\sigma_R e \sigma_E$, ou ainda k σ_E .



Figura 11.12 - Critério de Morrow (1965). Este critério considera que o máximo valor que a tensão média pode assumir é a tensão real de fratura, pois o valor de σ_R não corresponde à ruptura do material e sim à condição de instabilidade plástica do ensaio de tração.



Figura 11.13 - Critério de Smith. Este critério procura ajustar-se aos resultados experimentais de materiais frágeis, ou de alta resistência, com elevado efeito de concentração de tensão. Nestes casos, os pontos experimentais formam uma curva com forma côncava, sendo inviável o uso dos critérios anteriores, que não são conservativos para estes casos.



Figura 11.14 - Critério de Fucks (1965). Vários mecanismos de falha foram considerados neste critério com a tensão média limitada na tensão limite de escoamento. A tensão máxima é limitada a um valor médio entre $\sigma_{\rm E}$ e $\sigma_{\rm EC}$ do material. É também considerada a tensão necessária para a propagação de uma trinca, formada no fundo de um entalhe.

Os critérios mais usados são os colocados abaixo. Cada equação estabelece a linha que limita a região de segurança, região abaixo da linha, da região de falha, região acima da linha. Sendo os pontos sobre a linha de falha definidos como $\sigma_A e \sigma_M$, as equações são:

Soderberg	$\sigma_A / \sigma_N = 1 - \sigma_M / \sigma_E$	(11.3)
Goodman modificado	σ_{A} / σ_{N} = 1 - σ_{M} / σ_{R}	(11.4)
Morrow	σ_{A} / σ_{N} = 1 - σ_{M} / σ_{F}	(11.5)
Gerber	$\sigma_{\rm A}$ / $\sigma_{\rm N}$ = 1 - ($\sigma_{\rm M}$ / $\sigma_{\rm R}$) ²	(11.6)

A distinção entre σ_A , $\sigma_M e \sigma_a$, σ_m faz-se necessária para a análise de segurança do problema, sendo σ_A , σ_M as tensões resistentes do material e σ_a , σ_m as tensões que o solicitam. Para materiais frágeis, ou mesmo os dúteis, mas com grande concentração de tensão, o critério de Smith é mais adequado, 11.13, sendo representado por

$$\sigma_{A} / \sigma_{N} = (1 - \sigma_{M} / \sigma_{R}) / (1 + \sigma_{M} / \sigma_{R})$$
(11.7)

O critério de Soderberg, limitando σ_m a σ_E , não é aconselhado por um excessivo conservadorismo e também porque reduz ou até elimina a possibilidade da formação de tensões residuais benéficas nos pontos críticos. Para materiais dúteis recomenda-se usar Goodman ou Morrow, enquanto que para os frágeis, Smith é o mais adequado. A obtenção do diagrama de Morrow ou do diagrama de Goodman, a partir do diagrama σ - N é mostrada na figura 11.15.



Figura 11.15 - Obtenção dos diagramas de Morrow e Goodman.

EXEMPLO 11.1:

Estimar a curva σ_a - σ_m para o eixo esquematizado, com o material dado, segundo o critério de Goodman modificado, para flexão rotativa e N = 10ⁱ, i = 3,4,5,6. Considerar um aço SAE-ABNT 4340 com 350 HBN.

SOLUÇÃO:

A tensão limite de fadiga do material é:

 $\sigma_{\rm F}$ = 0,5 $\sigma_{\rm R}$ = 0,5 · 1200

 $\sigma_{\rm F}$ = 600 MPa

A tensão limite de fadiga, corrigida para a peça é:

 $σ'_F = k_1 k_2 σ_F = 0.76 \cdot 0.60 \cdot 600$ $σ'_F = 274 \text{ MPa}$ $σ_N = 0.8 σ_R = 0.8 \cdot 1200 \text{ para } N = 10^3 \text{ ciclos}$ $\sigma_{\rm N}$ = 960 MPa

A curva σ - N é dada por

 $\sigma = C N^{m}$, onde $m = -\log (\sigma_{N} / \sigma_{F}') / 3 = -\log (960/274) / 3$ m = -0.18 $C = \sigma_{N} / N_{1}^{m} = 960 (10^{3})^{0.18}$ C = 3329 MPa

logo

$$\sigma$$
 = 3329 N ^{- 0,18}

N	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶
σ _N (MPa)	960	643	419	274

As curvas σ_{A} - σ_{M} estão mostradas na figura 11.17.



Figura 11.16 - Peça do exemplo 11.1.

EXEMPLO 11.2:

Para os dados considerados no exemplo 11.1, responda:

a) Para uma tensão alternante, devida à flexão rotativa, de 400 MPa, qual a tensão média que leva à falha em 10⁴ ciclos, devida a uma força axial sobreposta ?

b) Idem para o ítem a), com uma vida de 10⁵ ciclos;

c) Qual a vida se σ_a = 400 MPa e σ_m = 300 MPa ? SOLUÇÃO:

a) Da equação do critério de Goodman modificado,

 $###_A / ###_N = 1 - ###_M / ###_R$

vem

$$\begin{split} \#\#_{M} &= \sigma_{R} \left(1 - \#\#_{a} / \#\#_{N}\right) \\ \#\#_{M} &= 1200 \left(1 - 400 / 634\right) \\ \#\#_{M} &= 443 \text{ MPa} \\ \text{b) Para uma vida de } 10^{5} \text{ ciclos,} \end{split}$$

###_M = 54 MPa

c) A tensão alternante pura que produz a falha com o mesmo número de ciclos que a combinação ### $_a$ = 400 e ### $_m$ = 300 é

 $###_N = ###_a / (1 - ###_m / \Box_R)$ $###_N = 533 \text{ MPa}$ N ^{-0,18} = 533 / 3329

logo a vida será de 26 200 ciclos.

O diagrama \Box_a - ###_m para esta vida é mostrado na figura 11.17.



Figura 11.17. - Curva σ_a - σ_m para os exemplos 11.1 e 11.2.

11.2 - CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO SOB TENSÕES MÉDIAS.

Em um diagrama σ - N e σ_a - σ_m , o efeito de concentração de tensão pode ser enfocado de diversos modos, dependendo das hipóteses feitas. Aqui vamos nos deter em dois processos apenas, bastante difundidos na literatura. O primeiro, denominado de método da tensão residual, [5], faz uma análise mais rigorosa, admitindo um escoamento localizado nas proximidades do ponto mais solicitado. O segundo processo é mais simples, embora não corresponda a um comportamento tão realista do material. Este segundo processo é denominado de método da tensão média nominal, [].

MÉTODO DA TENSÃO RESIDUAL.

Inicialmente vamos analisar o efeito de pequenas deformações plásticas sobre as solicitações no ponto crítico do componente. Vamos considerar um modelo simplificado para o comportamento do material, pelo uso de um diagrama tensão-deformação elastoplástico ideal, não considerando portanto o efeito do encruamento. Este diagrama é considerado no seu estado já estabilizado, logo a tensão de escoamento deve ser identificada com a tensão limite de escoamento cíclica do material, $\sigma_{\rm EC}$, ou seja,

$$\sigma_{\rm E} = \sigma_{\rm EC} \tag{11.8}$$

Como a máxima tensão que atuaria no material, no caso elástico igual a K_t σ_0 , excede σ_E , quando da descarga do primeiro ciclo de carga forma-se um estado de tensões residuais, cujo valor no ponto crítico pode ser obtido se considerarmos que a descarga é elástica, conforme já visto no Capítulo 5 e no Capítulo 10, isto é, a tensão residual é dada por

$$\sigma_{\rm r} = \sigma_{\rm E} - \sigma_0 \, {\rm K}_{\rm t} \tag{11.9}$$

e como σ_{E} é a tensão que age no ponto mais solicitado,

$$\sigma_{\rm E} = \sigma_0 \, {\rm K}_{\sigma} \tag{11.10}$$

vem

$$\sigma_{\rm r} = \sigma_0 \left({\rm K}_{\rm \sigma} - {\rm K}_{\rm t} \right) \tag{11.11}$$

no caso geral, sendo $\sigma_{\! 0}$ a tensão nominal.



Figura 11.18 - Efeito de concentração de tensões com carga flutuante.

Esta tensão residual soma-se algebricamente às tensões impostas pelo carregamento, resultando nas tensões indicadas no esquema da figura 11.18, ou seja,

 $\sigma_{max} = \sigma_{0max} K_{t} + \sigma_{r}$ $\sigma_{max} = \sigma_{0max} K_{t} + (\sigma_{E} - \sigma_{0max} K_{t})$ (11.12) $\sigma_{max} = \sigma_{E}$ (11.12) $\sigma_{min} = \sigma_{0min} K_{t} + \sigma_{r}$ $\sigma_{min} = \sigma_{0min} K_{t} + (\sigma_{E} - \sigma_{0max} K_{t})$ $\sigma_{min} = \sigma_{E} - K_{t} (\sigma_{max} - \sigma_{min})$ (11.13) $\sigma_{m} = (\sigma_{max} + \sigma_{min}) / 2$ $\sigma_{m} = \sigma_{0m} K_{t} + \sigma_{r}$

$$\sigma_{\rm m} = \sigma_{\rm E} - \sigma_{\rm 0a} \, {\rm K}_{\rm t} \tag{11.14}$$

$$\sigma_{a} = (\sigma_{máx} - \sigma_{mín}) / 2$$

$$\sigma_{a} = K_{t} \sigma_{0a} \tag{11.15}$$

Assim, a tensão residual não altera a tensão alternante que age no ponto mais solicitado, mudando apenas a tensão média, desde que não ocorra escoamento sob compressão. Este escoamento passa a ocorrer se $|\sigma_r| < |\sigma_{EC}|$ ou $\sigma_{min} > - \sigma_{EC}$. Neste caso a amplitude da tensão alternante no ponto crítico passa a ser $\sigma_a = \sigma_{EC}$ e a tensão média será nula. O método da tensão residual considera o desenvolvimento de tensões residuais, de modo que a máxima tensão do ciclo de carga não ultrapasse a tensão limite de escoamento cíclica. Quando $\sigma_r > \sigma_{EC}$, em módulo, então o material escoa sob compressão, ficando

$$\sigma_{\rm r} = -\sigma_{\rm EC} \tag{11.16}$$

e, quando de um novo carregamento, a tensão real será sobreposta a esta. Para que ocorra este escoamento sob compressão é necessário que, para um material com comportamento elastoplástico ideal, tenhamos K_t $\sigma_0 > 2 \sigma_{EC}$ e deste modo temos um escoamento tanto na parte tratativa do ciclo como na compressiva e assim o ponto crítico fica solicitado por tensões que variam entre - $\sigma_{EC} e \sigma_{EC}$, ou seja,

$$\sigma_{a} = \sigma_{EC}$$
(11.17)
$$\sigma_{m} = 0$$

independente de qual seja o valor do carregamento externo, em termos da carga média ou da carga alternante.

MÉTODO DA TENSÃO MÉDIA NOMINAL.

Este método considera que o fator da redução da resistência à fadiga, K_{f_i} atua apenas sobre a parcela dinâmica do carregamento, ou seja, no ponto crítico a solicitação será considerada como

$$\sigma_{a} = K_{t} \cdot \sigma_{0a}$$

$$\sigma_{m} = \sigma_{0m}$$
(11.18)

A justificativa deste procedimento está no fato de que nos materiais dúteis a resistência estática não fica afetada pela descontinuidade geométrica, enquanto que a resistência à fadiga fica, sendo assim afetada pelo efeito de concentração de tensão, ou seja, reduzida pelo fator K_f. No uso deste método o fator K_f pode ser usado tanto como fator de aumento da solicitação como fator de redução da resistência à fadiga, como discutido no Capítulo 10.

11.3 - COEFICIENTE DE SEGURANÇA.

Uma curva no diagrama σ_a - σ_m , que passa pelo ponto (0; σ_N) e por (σ_{R} ; 0), representa a resistência do material, ou da peça, à fadiga para uma dada vida. O carregamento é representado no diagrama ilustrado na figura 11.19 pelo ponto **a**, de coordenadas (σ_a ; σ_m). Uma forma de definir o coeficiente de segurança, n, é considerar uma reta que passa pela origem e pelo ponto de carga (σ_a ; σ_m). Esta reta é extrapolada até interceptar a curva de resistência, definindo o ponto A, de coordenadas (σ_a ; σ_m), conforme a figura 11.19. Aqui estamos introduzindo uma pequena alteração na nomenclatura, no sentido de distinguir entre o par de pontos de tensão média e tensão alternante que estão envolvidos na análise. Assim, o ponto que caracteriza a solicitação que está atuando no ponto crítico é o ponto a, de coordenadas (σ_a ; σ_m) e o ponto correspondente à resistência que o material apresenta é o ponto A, de coordenadas (σ_A ; σ_M). A segurança para a vida considerada está, então, relacionada à distância dos pontos B e A até a origem, isto é,

$$n = \overline{OA} / \overline{OB}$$
(11.19)

$$n = \sigma_{M} / \sigma_{m}$$

$$n = \sigma_{A} / \sigma_{a}$$
(11.20)

Conhecido o carregamento aplicado temos o ponto **a**, com coordenadas (σ_a ; σ_m). Então cabe determinar o ponto **A**. Da equação (11.20) temos a reta **OA**.

$$\sigma_{A} / \sigma_{a} = \sigma_{M} / \sigma_{m}$$
(11.21)

A linha de Goodman, no ponto A, tem a equação

$$\sigma_{\rm A} / \sigma_{\rm N} = 1 - \sigma_{\rm M} / \sigma_{\rm R} \tag{11.22}$$



Figura 11.19 - Coeficiente de segurança no diagrama de vida constante.

Eliminando σ_{A} das duas equações, obtemos

$$\sigma_{\rm M} = \sigma_{\rm N} \left(\sigma_{\rm a} / \sigma_{\rm m} + \sigma_{\rm N} / \sigma_{\rm R} \right)^{-1}$$
(11.23)

e também

$$\sigma_{\rm A} = \sigma_{\rm a} \sigma_{\rm M} / \sigma_{\rm m}$$



Figura 11.20 - Exemplo 11.3.

EXEMPLO 11.3.

Considere a figura 11.20, com a peça sendo fabricada com um material com ###_{EC} = 722 MPa e σ_R = 1200 MPa. O carregamento apilicado é trativo, entre 8 kN e 28 kN. Determinar a condição de segurança para vida infinita.

SOLUÇÃO:

A tensão limite à fadiga é:

$_{f} = 0,425 ###_{R}$ ### $_{f} = 510 MPa$ ### $_{F}' = k_{1} ###_{F} = 0,76 \cdot 510$ ### $_{F}' = 387,6 MPa$

Para esta geometria, $K_t = 3,1$, baseado na área plena, e o fator de sensibilidade ao entalhe é q = 0,91, logo

$$K_f = 1 + q (K_t - 1) = 1 + 0.91 \cdot 2.1$$
, logo $K_f = 2.91$

$$A_0 = 35 \cdot 3 = 105 \text{ mm}^2$$

Força de plastificação total

$$F_{p} = 67,15 \text{ kN}$$

Força de início de escoamento

$$F_{E} = 24,45 \text{ kN}$$

As tensões nominais são:

$$\sigma_{0\text{máx}} = \frac{F_{\text{máx}}}{A_0} = \frac{28\,000}{105}$$

###_{0máx} = 266,7 MPa

$$\sigma_{0min} = \frac{F_{min}}{A_0} = \frac{8\,000}{105}$$

###_{0min} = 76,2 MPa

$$\sigma_{0m} = \frac{\sigma_{0m\acute{a}x} + \sigma_{0m\acute{n}n}}{2} = \frac{266, 7 + 76, 2}{2}, \#\#_{0m} = 171, 4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{0a} = \frac{\sigma_{0m\dot{a}x} - \sigma_{0m\dot{n}n}}{2} = \frac{266, 7 - 76, 2}{2} ,$$

 σ_{0a} = 95,2 MPa

Como $\sigma_{0máx}$ K_f = 776 MPa > ###_{EC}, ocorre um escoamento localizado, ficando uma tensão residual no ponto interno do orifício igual a:

 $###_r = ###_E - ###_{0máx} K_f = 722 - 226,7 \cdot 2,91$, $###_r = -54,1$ MPa

Sobrepondo-se aos valores elasticamente calculados para o ponto mais crítico,

$$\begin{split} \#\#_{M} &= K_{f} \, \#\#_{0m} + \#\#_{r} \\ \#\#_{M} &= 2,91 \cdot 171,4 + (-54,1) \\ \#\#_{M} &= 444,7 \text{ MPa} \\ \#\#_{A} &= K_{f} \, \#\#_{0a} = 277 \text{ MPa} \end{split}$$

Nota-se que $###_{máx} = ###_{M} + \sigma_{A} = 722 = ###_{EC}$, o que mostra que o procedimento está correto.

Conclusão: A vida será finita, pois o ponto está um pouco acima da linha de Goodman, conforme pode ser visto na figura 11.21. O coeficiente de segurança, para a vida infinita é:

$$n = \left[\frac{\sigma_a}{\sigma_N} + \frac{\sigma_m}{\sigma_R}\right]^{-1}$$
$$n = \left[\frac{277}{387} + \frac{444.7}{1200}\right]^{-1} = 0.92$$

o que confirma que não há segurança quanto à vida infinita.



Figura 11.21 - Diagrama de Goodman para o exemplo 11.3.

1

EXEMPLO 11.4:

Para a peça do exemplo 11.3 determinar a vida, com o carregamento cíclico variando entre 10 kN e 40 kN.

SOLUÇÃO:

Este exemplo será resolvido pelo método da tensão residual. As tensões nominais devidas ao carregamento imposto são:

 $\sigma_{0mín} = 95,2 \text{ MPa}$ $\sigma_{0máx} = 381 \text{ MPa}$ $\sigma_{0m} = 238 \text{ MPa}$ $\sigma_{0a} = 143 \text{ MPa}$ A tensão residual é: $\sigma_r = 722 - K_f \sigma_{0máx}$ $\sigma_r = -497 \text{ MPa}$

Logo

 $\sigma_{\rm m} = K_{\rm f} \sigma_{\rm 0m} + \sigma_{\rm r}$ $\sigma_{\rm m} = 265 \text{ MPa}$ $\sigma_{\rm a} = K_{\rm f} \sigma_{\rm ao} = 458 \text{ MPa}$

Para este carregamento espera-se que o componente tenha vida finita. Para determinar esta vida, é necessário o uso das curvas σ_a - σ_m para outras vidas, além da curva correspondente a σ_F . Do critério de Goodman modificado, figura 11.22, temos

$$\sigma_{\rm N} = \frac{\sigma_{\rm a}}{1 - \sigma_{\rm m}/\sigma_{\rm R}}$$

 σ_{N} = 588 MPa

Entrando com o valor de $\sigma_{\rm N}$ = 588 MPa na curva σ - N, obtemos o valor da vida N como segue:

Para N₁ = 10^3 ciclos, σ_1 = 0,75 σ_R = 900 MPa

Do exemplo 11.3, σ_{F} = 387,6 MPa. A equação da curva σ - N é obtida por

m = - log (σ_1 / σ_F') / 3 = - log (900 / 387,6)/3 m = - 0.122

$$C = \sigma_1 N_1^{-m} = 900 (10^3)^{0,122}$$
, $C = 2090 MPa$

logo a curva σ - N fica

$$\sigma = 2090 \text{ N}^{-0,122}$$

e é plotada na figura 11.22.





Para a tensão σ_N = 588 MPa,

$$N = \left(\frac{\sigma_N}{C}\right)^{1/m} = \left(\frac{588}{2090}\right)^{-1/0,122} \text{ , } N = 32 \text{ 697 ciclos}$$

EXEMPLO 11.5:

Refazer o exemplo 11.4, adotando agora o método de tensão média nominal.

SOLUÇÃO:

Γ

Do exemplo 11.4 temos:

$$\sigma_{0a}$$
 = 143 MPa
 σ_{0m} = 238 MPa
K_f = 2,91

De acordo com o método da tensão média nominal,

$$\sigma_a = K_f \sigma_{0a} = 458 \text{ MPa}$$

 $\sigma_{\rm m}$ = $\sigma_{\rm 0m}$ = 238 MPa

Com estes resultados, pode-se entrar no gráfico σ_{a} - σ_{m} como na figura 11.24.



Figura 11.23 - Diagrama σ - N para o exemplo 11.4.

Da equação do diagrama acima

$$\sigma_{N} = \frac{\sigma_{a}}{1 - \sigma_{m}/\sigma_{R}}$$
$$\sigma_{N} = \frac{458}{1 - 238/1200}$$

 $\sigma_{\rm N}$ = 571 MPa

Da equação do diagrama σ - N, para a peça tem-se

$$N = \left(\frac{\sigma_N}{C}\right)^{1/m}$$
$$N = \left(\frac{571}{2090}\right)^{-1/0,122}$$

N = 41 585 ciclos

que pode ser comparada com a vida de 32697 ciclos obtida no exemplo 10.4. Apesar do método ser mais grosseiro, frequentemente a discrepância entre os resultados dos dois métodos é irrelevante, se comparada com a discrepância dos resultados dos ensaios de fadiga.



Figura 11.24 - Diagrama de Goodman para o exemplo 11.5.

11.4 - O USO DO DIAGRAMA ε - N.

No caso de ser usado um diagrama ϵ - N para caracterizar a resistência à fadiga da peça, o efeito de tensões médias está pouco explorado experimentalmente, existindo pouco volume de informações. Uma recomendação sobre o efeito de σ_m é o proposto por Morrow, para a curva ϵ - N. Partindo da equação de Morrow,

$$\varepsilon_{a} = \sigma_{f}' (2N)^{b} / E + \varepsilon_{f}' (2N)^{c}$$
(11.27)

8 _a	Amplitude da deformação cíclica, para deformação média nula.
2N	Número de reversões de carga.
σ _f ', ε _f '	Tensão e deformação correspondentes à falha por fadiga com uma reversão de carregamento (2N = 1). São aproximadamente os valores reais, de tensão e deformação, no ponto de ruptura no ensaio estático de tração, respectivamente.

Uma maneira de considerar os efeitos de um estado médio de tensões e deformações não nulo é adotar um critério similar aos usados com o diagrama ε - N, onde a tensão média afeta a parcela elástica da deformação e a deformação média afeta a parcela plástica da deformação.

Na equação (11.27) o primeiro termo, à direita da igualdade, representa a amplitude da deformação elástica admissível, ε_{e} , com tensão média nula, e assim obtém-se um ponto no diagrama ε_{e} - σ_{m} mostrado na figura 11.25. Por outro lado, se a tensão média for a que provoca a falha em 1/2 ciclo, σ_{f} , ou seja, falha estática, a amplitude admissível de deformação é zero, e obtemos assim o segundo ponto. Os dois pontos definidos podem ser agora unidos por uma reta, considerando uma primeira aproximação, de modo sililar ao diagrama de Goodman. O segundo termo da equação (11.27) representa a amplitude de deformação plástica admissível ε_{p} quando a deformação média ε_{m} é nula. O procedimento para a obtenção do diagrama $\varepsilon_{p} - \varepsilon_{m}$ é o mesmo do $\varepsilon_{e} - \varepsilon_{m}$, limitando a deformação média ao valor ε_{f}' , unindo mais uma vez os dois pontos por uma reta. O diagrama resultante é mostrado na figura 11.25 e as equações das retas são:

$$\varepsilon_{\rm e} = \frac{\sigma_{\rm f}' - \sigma_{\rm m}}{\rm E} \cdot (2{\rm N})^{\rm b} \tag{11.28}$$

$$\varepsilon_{\rm p} = (\varepsilon_{\rm f} - \varepsilon_{\rm m}) \ (2N)^{\rm c} \tag{11.29}$$

Deste modo resulta para, um caso geral, usando Morrow, que

$$\varepsilon_{a} = (\sigma_{f} - \sigma_{m}) / E (2N)^{b} + (\varepsilon_{f} - \varepsilon_{m}) (2N)^{c}$$
(11.30)

É conveniente para certas situações alterar a forma da equação (11.30) para deixá-la em termos do número de ciclos N em lugar de número de reversões 2N. Expandindo os termos resulta:

$$\Delta \varepsilon = 2 \varepsilon_a = 2 2^{b}/E (\sigma_{f} - \sigma_{m}) N^{b} + \varepsilon_{f} 2 2^{c} N^{c}$$

$$\Delta \varepsilon = \left[\frac{2^{1+b}\sigma'_{f}}{E} - \frac{2^{1+b}\sigma'_{m}}{E}\right] \cdot N^{b} + \varepsilon'_{f} \cdot 2^{1+c}N^{c}$$
(11.31)

onde (ϵ_{f} ' - ϵ_{m}) foi simplificado para ϵ_{f} ', dado que ϵ_{f} ' >> ϵ_{m} em geral. Pode-se compactar a nomenclatura chamando

$$B = 2^{1+b} \sigma_{f}' / E$$

$$M = \varepsilon_{f}' 2^{1+b}$$

$$D = 2^{1+b} / E$$
(11.32)

Então a equação (11.31) fica

$$\Delta \varepsilon = [\mathsf{B} - \mathsf{D} \,\sigma_{\mathsf{m}}] \,\mathsf{N}^{\mathsf{b}} + \mathsf{M} \,\mathsf{N}^{\mathsf{c}} \tag{11.33}$$



Figura 11.25 - Diagramas $\epsilon_{\rm e}$ - $\sigma_{\rm m}$ e $\epsilon_{\rm p}$ - ###_m segundo o modelo de Morrow.

Podem ser usados os valores, para os expoentes b e c, da formulação das inclinações universais, b = -0,12 e c = -0,6, e para os coeficientes σ_f' e ϵ_f' , seus valores podem ser obtidos da tabela de propriedades de materiais do Apêndice 1.

Uma formulação que produz resultados semelhantes é obtida baseada nas equações de Coffin-Manson, usando a equação das inclinações universais.

$$\Delta \varepsilon = \frac{3.5 \cdot \sigma_{\mathsf{R}}}{\mathsf{E}} \cdot \mathsf{N}^{-0.12} + \varepsilon_{\mathsf{f}}^{0.6} \cdot \mathsf{N}^{-0.6}$$
(11.34)

Analogamente à equação (11.27), a equação (11.34), do método das inclinações universais, tem seus primeiro e segundo termos à direita da igualdade representando as parcelas dinâmicas de deformação elástica e plástica, respectivamente, quando $\sigma_m \ e \ \epsilon_m$ são nulos. A parcela elástica define o primeiro ponto na curva $\Delta \epsilon_e - \sigma_m$, figura 11.26, enquanto que, quando a tensão média atinge o valor de σ_R , não é admissível qualquer $\Delta \epsilon_e$, e obtém-se o segundo ponto. A segunda parcela da equação (11.27) define o diagrama $\Delta \epsilon_p - \epsilon_m$, figura 11.26, de forma análoga.



Figura 11.26 - Diagrama com as curvas $\Delta \epsilon_{e}$ - $\sigma_{m} e \Delta \epsilon_{p}$ - ϵ_{m} , segundo o modelo de Coffin-Manson.

As equações das duas retas são:

$$\Delta \varepsilon_{\rm e} = 3.5 \ (\sigma_{\rm R} - \sigma_{\rm m})/E \ N^{-0.12} \tag{11.35}$$

$$\Delta \varepsilon_{\rm p} = (\varepsilon_{\rm f} - \varepsilon_{\rm m})^{0.6} \, {\sf N}^{-0.6} \tag{11.36}$$

Assim, para $\sigma_{\rm m}$ e $\epsilon_{\rm m}$ não nulos, temos pelo método das inclinações universais,

$$\Delta \varepsilon = \frac{3.5 \cdot (\sigma_{\mathsf{R}} - \sigma_{\mathsf{m}})}{\mathsf{E}} \cdot \mathsf{N}^{-0.12} + (\varepsilon_{\mathsf{f}} - \varepsilon_{\mathsf{m}})^{0.6} \cdot \mathsf{N}^{-0.6}$$
(11.37)

EXEMPLO 11.6:

A peça ilustrada abaixo, parte do sistema de um trem de aterrisagem de um caça a jato, deve ser dimensionada para resistir ao menos a 10⁴ ciclos de carga, cujo registro típico está mostrado no lado do esquema da peça. O material da peça é um aço SAE-ABNT 4340 com 350 HBN de dureza.

a) Qual a espessura adequada, para um coeficiente de segurança igual a 1,4, usando o método de Morrow?

b) Usando as dimensões obtidas no ítem a), calcular a amplitude de deformações admissível pelo critério de Coffin-Manson, e comparar com o valor obtido no item anterior.

SOLUÇÃO:

a) As propriedades mecânicas do material, conforme as tabelas do Apêndice 1 são:

σ _R = 1240 MPa	σ _f ' = 1655 MPa	σ _E = 1170 MPa
$\varepsilon_{\rm f} = 0.84$	$\epsilon_{\rm f}' = 0.73$	E = 2.10 ⁵ MPa

Sem considerar a eventual sobrecarga de 70 kN, o carregamento fica caracterizado por

 $F_{min} = -12 \text{ kN}$

F_{máx} = 48 kN

F_m = 18 kN

 $F_{a} = 30 \text{ kN}$

Pressupondo um estado plano de tensões, podemos usar a equação de Neuber, onde K_{\epsilon} = K_f [1 + [N/N_{tr}]^{c - b}]^{0,5}



Figura 11.27 - Exemplo 11.6.

Para este material temos N_{tr} = 2350 ciclos e, do método das inclinações universais, b = -0,12, c = -0,6. Do gráfico 2.9 de fatores de concentração de tensão, K_t = 2,4, baseado na área projetada do furo, igual, por sua vez, ao produto do diâmetro do furo pela espessura da peça. Para N = 10^4 ciclos, como K_f = K_t = 2,4, obtemos K_e= 3,6. As constantes da equação (11.33) são:

$$B = \frac{2^{1+b}}{E} \cdot \sigma'_{f}$$

B = 0,0152
M = $\varepsilon_{f} \cdot 2^{1+b} = 0.963$
D = $2^{1+b} / E = 9.2 \cdot 10^{-12}$

A amplitude de deformação alternante aplicada é:

$$\varepsilon_a = K_{\varepsilon} \varepsilon_{0a}$$

se $\varepsilon_{0a} < \varepsilon_E$ então resulta que

$$\varepsilon_a = K_{\varepsilon} \sigma_{0a} / E$$

Igualando a deformação aplicada à deformação admissível, fornecida pela equação (11.33) e usando o coeficiente de segurança n,

$$\begin{split} \Delta \varepsilon &= 2n \; \varepsilon_a = 2n \; K_{\varepsilon} \; \sigma_{0a} \, / \, E \\ \Delta \varepsilon &= 2n \; K_{\varepsilon} \; F_a \, / \; AE \\ & \text{A tensão média é} \\ & \sigma_m &= F_m \, / \; A \\ & \text{Então} \end{split}$$

$$\Delta \varepsilon = [B - D \sigma_m] N^b + M N^c$$

$$\frac{2n K_{\varepsilon} F_{a}}{A \cdot E} + \frac{D F_{m} N^{b}}{A} = B N^{b} + M N^{c}$$

isolando a área A,

$$A = \left(\frac{2n K_{\epsilon} F_{a}}{E} + D F_{m} N^{b}\right) / \left(B N^{b} + M N^{c}\right)$$

Substituindo os valores,

$$A = \left(\frac{2 \cdot 1, 4 \cdot 3, 6 \cdot 3 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{11}} + \frac{9, 2}{10^{12}} \cdot 18000 \cdot 0, 331\right) / \left(0, 0512 \cdot 0, 331 + 0, 96 \cdot \frac{4}{10^3}\right)$$

$A = 1,77.10^{-4} m^2$

Como A = d \cdot t,

t = 12,6 mm

A tensão alternante aplicada é:

 σ_{0a} = F_a / A = 170 MPa A deformação admissível é:

$$\Delta \epsilon = 2n \, K_{\epsilon} \, \frac{\sigma_{0a}}{E} = 8,45 \cdot 10^{-3}$$

Pode-se verificar a precisão dos cálculos usando a área A, obtida, para calcular $\Delta\epsilon = [B - D\sigma_m] N^b + M N^c$

$$\sigma_{\rm m} = \frac{{\rm F}_{\rm m}}{{\rm A}} = \frac{18\,000}{1,77\cdot10^{-4}}$$

$$σ_m = 102 \text{ MPa}$$

Δε = [0,0152 - (9,2·10⁻¹²) 102·10⁶] N ^{-0,12} + 0,963·N ^{-0,6}

$$\Delta \varepsilon = 4,72 \cdot 10^{-3} + 3,83 \cdot 10^{-3} = 8,55 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{0a} = \frac{\Delta \varepsilon}{2K_{\varepsilon}} = 1,19 \cdot 10^{-3}$$

como

 $\varepsilon_{\rm E} = \sigma_{\rm E} / {\rm E} = 5.85 \cdot 10^{-3}$, logo, $\varepsilon_{\rm 0a} < \varepsilon_{\rm E}$

b) Para usar a equação (11.37),

$$\begin{split} \boldsymbol{\epsilon}_{m} &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_{m}}{\mathsf{E}} = 5, 1 \cdot 10^{-4} < \boldsymbol{\epsilon}_{\mathsf{E}} \\ \Delta \boldsymbol{\epsilon} &= \frac{3, 5 \cdot \left(\boldsymbol{\sigma}_{\mathsf{R}} - \boldsymbol{\sigma}_{m}\right)}{\mathsf{E}} \cdot \mathsf{N}^{-0,12} + \left(\boldsymbol{\epsilon}_{\mathsf{f}} - \boldsymbol{\epsilon}_{\mathsf{m}}\right)^{0,6} \cdot \mathsf{N}^{-0,6} \end{split}$$

$$\Delta \epsilon = \frac{3.5 \cdot (1240 - 102)}{2 \cdot 10^{11}} \cdot N^{-0.12} + (0.84 - 5.1 \cdot 10^{-4})^{0.6} \cdot N^{-0.6}$$

o que mostra que, para σ_m e ε_m dados, este critério fornece um valor de amplitude de deformação alternante admissível superior ao do critério de Morrow para o mesmo problema.

11.5 - CARREGAMENTO COMBINADO.

Quando sobre o componente age mais de um tipo de solicitação, o que constitui a maioria dos casos práticos, não podemos tratar o problema de uma forma tão imediata como vista até agora. Mesmo no caso de um carregamento de tração com flexão sobrepostas, é necessário levar em conta os diferentes valores de σ_f , como comentado no item 9.3, desde que usemos o diagrama σ - N para a análise. No diagrama ϵ - N esta diferenciação já não é necessária, se as deformações atuantes forem calculadas corretamente.

USO DO DIAGRAMA σ - N.

Quando temos um carregamento combinado, é prática comum tomar como referência a curva σ - N para uma solicitação de flexão rotativa, e corrigir as tensões atuantes para este diagrama. Analisando inicialmente uma carga de tração, mais flexão, as tensões médias dos dois tipos de carregamento podem ser somadas diretamente, para um comportamento elástico do material. No caso das tensões alternadas é necessário que consideremos a diferença na resistência à fadiga sob tração e sob flexão, que está refletida pelo uso do fator k₆. A definição de k₆ pode ser vista voltando a seção 9.4, onde fizemos a estimativa das curvas σ - N. Para um carregamento de flexão rotativa, em aços forjados, σ_{f} = 0,5 σ_{R} em 10⁶ ciclos, enquanto que para carregamento de tração-compressão, $\sigma_{\rm f}$ = 0,425 $\sigma_{\rm R},$ então a tensão limite de resistência à fadiga axial é igual a 0,425 / 0,5 = 0,85, ou seja, 85% da resistência à fadiga sob flexão rotativa, como comentado na Capítulo 9. Esta relação entre a resistência à fadiga sob carga axial e carga de flexão, para a vida desejada, é justamente a definição do fator de carga, k₆, e, portanto, para vida infinita, no caso de aços com suas curvas σ - N estimadas como recomendado, temos k₆ = 0,85.

Usando a curva σ - N para flexão rotativa como referência para caracterizar a resistência à fadiga, é necessário que a tensão alternante devida à carga de tração-compressão seja corrigida pelo inverso de k₆, aumentando assim a solicitação que estaria agindo no material para compensar a menor resistência à fadiga que o material apresenta, aparentemente, sob carga axial. No ponto mais solicitado temos portanto as solicitações, corrigidas para usar a curva σ - N para flexão rotativa.

$$\sigma_{\rm m} = \sigma_{\rm mt} + \sigma_{\rm mf}$$

$$\sigma_{\rm a} = \frac{\sigma_{\rm at}}{k_6} + \sigma_{\rm af}$$
(11.38)

Com o par de valores (σ_a ; σ_m) seguimos o procedimento usual, com o uso do diagrama σ_a - σ_m e após usando a curva σ - N da peça, onde a tensão limite de fadiga deve estar corrigida por um fator k₆ = 1, já que ele foi considerado na tensão que age no material, dispensando o seu uso na tensão resistente do material.



Figura 11.28 - Carregamento combinado em uma peça com concentração de tensão.

Quando temos uma situação com concentração de tensão, é necessário obter K_t para as diferentes solicitações existentes, pois os fatores de concentração de tensão são diferentes, devendo ser aplicados separadamente a cada parcela da tensão, através do fator K_f correspondente, pois inclusive a sensibilidade ao entalhe muda com o tipo de solicitação. Se usarmos o método da tensão residual então K_f atua tanto sobre σ_m como sobre σ_a . Para o método da tensão média nominal K_f age apenas sobre σ_a . Adotando o método da tensão residual, as tensões no ponto crítico são:

$$\sigma_{\rm m} = \sigma_{\rm 0mt} \, {\rm K}_{\rm ft} + \sigma_{\rm 0mf} \, {\rm K}_{\rm ff} + \sigma_{\rm r}$$

 $\sigma_a = \sigma_{0at} K_{ft} + \sigma_{0af} K_{ff}$

(11.39)

Na situação de um carregamento de torção sobreposto a um de flexão, caso comum em eixos, por exemplo, devemos agora fazer uso de uma teoria de início de escoamento, pelo estado biaxial de tensões que passa a existir. Extensivos ensaios efetuados, com diferentes relações entre o momento torçor e o momento fletor, mostraram que a teoria da máxima energia de distorção fornece uma ótima concordância com os resultados experimentais, sendo que a teoria da máxima tensão tangencial também segue os resultados experimentais, embora não tão bem como a teoria de Von Mises. Assim, recomenda-se que seja definida uma tensão equivalente segundo Mises, tanto para a componente alternante como para a componente estática do carregamento. O efeito de concentração de tensão deve atuar sobre as componentes de tensão provocadas por cada carregamento em separado, afetadas pelo correspondente fator de concentração de tensão.

A tensão normal equivalente a um estado de tensões definido por σ_x e τ_{xv} , segundo o critério de Von-Mises, é:

$$\sigma_{eq} = (\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2}$$
(11.40)

Denominando de $\sigma_{a\ eq}$ a tensão alternante equivalente e de $\sigma_{m\ eq}$ a tensão média equivalente, vem

$$\sigma_{\rm a \; eq} = (\sigma_{\rm 0a\; f}^2\; {\sf K}_{\rm ff}^2 + 3\tau_{\rm 0a}^2\; {\sf K}_{\rm ft}^2\;)^{1/2}$$

$$\sigma_{m eq} = (\sigma_{0m f} K_{ff}^2 + 3\tau_{0m}^2 K_{ft}^2)^{1/2} + \sigma_r$$
(11.41)

quando é usado o método da tensão residual, pois os valores nominais das tensões médias estão afetadas pelos fatores K_f correspondentes. Para uso do método da tensão média nominal, a tensão $\sigma_{m \ eq}$ passa a ser

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{meq}} = \left(\boldsymbol{\sigma}_{\text{mf}}^2 + 3\tau_{\text{m}}^2\right)^{1/2}$$

sendo que a partir deste ponto, definidas $\sigma_{a eq} e \sigma_{m eq}$, o procedimento é o já descrito, pois podemos tratar agora o problema como um estado uniaxial de tensões.
Segundo Juvinall [], devemos usar a teoria da máxima tensão normal na definição da tensão média equivalente.

CAPÍTULO 12

A PROPAGAÇÃO DE TRINCAS DE FADIGA

A falha por fadiga em componentes mecânicos inicia-se nos pontos mais solicitados, na forma de pequenas trincas que vão crescendo e reduzindo a seção resistente do componente, até que uma sobrecarga leve à ruptura final, com uma propagação brusca da trinca. A resistência à fadiga do componente deve ser analisada de forma diferente para o período de nucleação da trinca e para o período de propagação, pois os fenômenos envolvidos são distintos. Em muitos casos, principalmente em componentes de grandes dimensões, o material não pode ser considerado homogêneo, pois sempre existem defeitos oriundos do processo de fabricação. Nestes casos, a vida de fadiga depende só da resistência à propagação dos defeitos do material, já que a nucleação da trinca é imediata, a partir do defeito. A previsão da resistência mecânica deve nestes casos levar em conta explicitamente a propagação da trinca. A vida é calculada unicamente pela propagação do defeito desde seu tamanho inicial até o correspondente tamanho crítico, que depende do material, do carregamento e da geometria. A previsão de vida depende diretamente da velocidade de propagação da trinca, da/dN, ou å, a qual é função da solicitação cíclica no extermo da trinca, caracterizada por ΔK .

12.1 - A CORRELAÇÃO å - ∆K.

O término da vida útil de uma estrutura, por sua ruptura brusca, fica definido pelo fator de intensidade de tensão crítico, K_{IC} ou K_C, conforme estejamos em um estado plano de deformações ou não. A vida útil entretanto depende da velocidade de crescimento da trinca, desde um tamanho microscópico até o tamanho crítico requerido para ruptura final. A velocidade de propagação da trinca depende da solicitação que está atuando. O fator de intensidade de tensão fornece um parâmetro único, que descreve a magnitude do estado de tensões existente nas proximidades do extremo da fissura, e como sua propagação é um fenômeno localizado, dependendo portanto deste estado de tensões, o conceito do fator de intensidade de tensão pode ser usado para um enfoque quantitativo na interpretação do comportamento de propagação da trinca por fadiga.



Figura 12.1 - Curvas a - N, de crescimento do tamanho da trinca contra vida, para vários níveis da tensão cíclica.

Os dados de propagação da trinca são obtidos monitorando o seu tamanho durante o ensaio, obtendo-se a curva de seu crescimento. A trinca, no início, cresce lentamente, porém, conforme aumenta de tamanho a velocidade de crescimento sobe rapidamente, levando à ruptura final num curto espaço de tempo. A velocidade de propagação, ou seja, da/dN, ou simplesmente å, quando colocada em um gráfico em termos da parcela dinâmica do fator de intensidade de tensão, ΔK , resulta em uma curva tipicamente da forma mostrada na figura 12.2.

O valor de ΔK é calculado assumindo um valor constante para o tamanho da trinca (no ciclo considerado), sendo calculado a partir da variação de carga. Se o ciclo for sempre trativo ($\sigma_{min} > 0$), então

$$\Delta \mathbf{K} = \mathbf{Y} \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \tag{12.1}$$

e no caso de haver tensões da compressão, ΔK é calculado usando somente a parcela sob tração do ciclo, que solicita a frente da trinca.



Figura 12.2 - Regiões típicas em um gráfico $a - \Delta K$.

O gráfico de å - ΔK apresenta três regiões bem distintas, onde os fenômenos envolvidos são diferentes, levando a efeitos muitas vezes contraditórios se não for feita uma análise mais detalhada. Na primeira região, Região A na figura 12.2, a velocidade de propagação é muito baixa, da ordem de 10⁻⁹ m/ciclo, o que corresponde a um crescimento por ciclo da mesma ordem de grandeza do espaçamento atômico na rede cristalina. Nesta região o crescimento da fissura é extremamente influenciado pela microestrutura do material, uma vez que os aspectos metalúrgicos, nesta região, são relevantes, não podendo o material, para o estudo do crescimento da trinca, ser tratado como um contínuo. Uma peculiaridade nesta região é a existência de um nível mínimo para ΔK , denominado de ΔK_0 , para que a trinca passe a crescer sob a ação de cargas cíclicas. A existência de ΔK_0 pode levar à ocorrência de trincas estacionárias, ou seja, trincas que, mesmo com um carregamento cíclico, não se propagam, permanecendo do mesmo

tamanho indefinidamente. Para um ΔK menor do que ΔK_0 a trinca não se propaga, tendendo a zero a velocidade de propagação. Este limite de sensibilidade, ΔK_0 , é muitas vezes definido como o máximo ΔK para o qual não é detectado o crescimento da trinca em 10⁷ ciclos. Considerando uma precisão na leitura do tamanho da trinca, durante o ensaio, de 0,1 mm, isto significa que a velocidade de propagação será certamente menor que 10⁻¹¹ m/ciclo. Por outro lado a carga média apresenta um efeito acentuado sobre o valor de ΔK_0 , como ilustrado na figura 12.3, onde R é a relação de simetria do ciclo, R = K_{mín} / K_{máx}.

Um resumo do efeito de R sobre ΔK_0 , para vários aços carbono de baixa liga, com σ_{E} < 620 MPa, está na figura 12.5, mostrando que a tendência geral é de diminuir ΔK_0 à medida que R aumenta. Este comportamento é válido quando os testes foram feitos no ar ambiente. Ensaiando em um meio inerte, como no vácuo ou em atmosfera protetora, não oxidante, este efeito fica sensivelmente reduzido, indicando que o meio ambiente possui uma influência sensível na Região A, ou seja, sobre o valor de ΔK_0 .



Figura 12.3 - Gráfico å - ΔK para o aço SA 387-2-22.

Em aços testados com baixos valores de R, ΔK_0 diminui e a velocidade tende a aumentar, com o aumento do nível de resistência do material, não sendo, no entanto, observada uma tendência nítida para R > 0,4. Na Região A a zona plástica é muito pequena, da ordem de grandeza do tamanho de grão, e assim a microestrutura afeta de forma marcante a velocidade de propagação, e, em conseqüência, também o valor de ΔK_0 .



Figura 12.4 - Diagramas da variação cíclica de K_I, para vários valores do fator de simetria R. Na ausência de tensões residuais a parcela dinâmica do fator de intensidade de tensão, ΔK, corresponde à parte trativa do ciclo de carga, quando a trinca fica aberta e seu extremo solicitado sob tração, propiciando condições para a ruptura por fadiga do material.



Figura 12.5 - Variação de ΔK_0 com a tensão média, representada pelo fator de simetria do ciclo, R, para aços de alta e baixa resistência.



Figura 12.6 - Efeito do fator de simetria do ciclo sobre ###K₀ para aços com vários tamanhos de grão.

EXEMPLO 12.1:

Uma peça fabricada com o aço SAE-ABNT 1045 com as propriedades, 225 HBN de dureza e $\sigma_E = 634$ MPa, é solicitada ciclicamente de forma que tenhamos ###K = 10 MPa \sqrt{m} e R = 0,1, qual o valor do raio de plastificação na região do extremo de uma pequena trinca, no instante de carga máxima?

SOLUÇÃO:

Para determinar a carga no instante de máximo, devemos usar a definição do fator de simetria do ciclo, R, na forma:

$$\begin{split} \mathsf{R} &= \mathsf{K}_{\min} \ / \ \mathsf{K}_{\max} \\ \mathsf{K}_{\min} &= \mathsf{R} \ \mathsf{K}_{\max} \\ \Delta \mathsf{K} &= \mathsf{K}_{\max} \ - \ \mathsf{K}_{\min} \\ \Delta \mathsf{K} &= \mathsf{K}_{\max} \ - \ \mathsf{R} \ \mathsf{K}_{\max} \\ \Delta \mathsf{K} &= \mathsf{K}_{\max} \ (\mathsf{1} - \mathsf{R}) \\ \mathsf{K}_{\max} &= \Delta \mathsf{K} \ / \ (\mathsf{1} - \mathsf{R}) \end{split}$$

Substituindo os valores numéricos,

 $K_{max} = 11,1 \text{ MPa}\sqrt{m}$

Para um estado plano de deformações, pela equação (6.29),

 $r_{p} = 1,6 \ 10^{-5} \ m = 16 \ \mu m$

O valor de ΔK_0 pode ser melhorado com um aumento no tamanho de grão, em microestruturas com uma única fase, como ferrita ou austenita. Este efeito é oposto ao verificado com a tensão limite de resistência à fadiga, a qual geralmente diminui com o aumento do tamanho do grão. De modo a obter um ótimo quanto às propriedades de fadiga, é necessário conhecer se o projeto deve basear-se na nucleação de trincas, (procura-se então refinar os grãos) ou na propagação de trincas, (procura-se grãos maiores).

Na Região B da figura 12.2 verificamos um relacionamento linear entre log å e log ΔK , o que corresponde a uma equação do tipo

 $a = C (\Delta K)^m$

(12.2)

sendo C e m constantes empíricas a serem obtidas a partir dos dados experimentais. Esta equação foi proposta pela primeira vez por Paris e Erdogan, [16], existindo atualmente uma grande quantidade de dados experimentais que confirmam esta relação e mostram que o fator de intensidade de tensão é o principal parâmetro que controla a propagação da trinca de fadiga.

Uma vantagem óbvia do uso da Mecânica da Fratura no estudo da propagação de trincas é a possibilidade de incorporar, em um único parâmetro, o fator de intensidade de tensão, todas as variáveis pertinentes, como a tensão nominal, o tamanho da fissura, a geometria do componente e até o comportamento plástico do material pelo uso da trinca elástica equivalente. Deste modo, os dados obtidos com um tipo de corpo de prova são aplicáveis para uma grande variedade de configurações de geometria e de carregamento, mesmo que diversas da usada para realizar os ensaios. A constante C sofre a influência das propriedades mecânicas do material, como, por exemplo,

Módulo de elasticidade (E);

Tensão limite de escoamento (σ_E);

Tensão real de fratura (σ_{f});

Deformação real de fratura (ε_{f});

Tenacidade à fratura (K_{IC}).

O aumento em qualquer destas variáveis faz com que a constante C diminua. O expoente m normalmente está situado na faixa de 2 até 5, sendo pouco influenciado pela microestrutura, embora a orientação da trinca em relação ao plano de laminação possa afetar m, devido ao sentido predominante das impurezas. Nesta região o mecanismo de crescimento da trinca é um mecanismo dútil transgranular, de formação de estrias, podendo o material ser tratado como contínuo. A figura 12.7 a seguir ilustra esquematicamente o mecanismo de crescimento das trincas conforme proposto por Mc Millan e Pelloux, [].



Figura 12.7 - Seqüência para a formação de estrias por um processo de afilamento do extremo da trinca, quando da descarga.

Na Região B não se verifica uma grande diferença entre as taxas de propagação, para diferentes tipos de aços, o que indica que a vida de propagação não é substancialmente alterada pela escolha de um ou outro tipo de aço. Entretanto, o comportamento na Região A pode alterar de modo substancial a vida de fadiga do componente, principalmente se for considerado que uma grande fração da vida de propagação é dispendida quando a trinca é pequena, com baixas velocidades de propagação. Com o aumento do tamanho da trinca a velocidade passa a ser sensivelmente maior, fazendo com que a vida de propagação restante seja curta. Isto indica que para garantir uma vida de propagação suficiente, devemos nos preocupar com os aspectos relacionados com trincas pequenas, pouco afetando a vida os aspectos relacionados com trinca próximas ao tamanho crítico, como por exemplo a tenacidade do material.

DADOS EXPERIMENTAIS PARA A CORRELAÇÃO å - ∆K.

Equação de Paris-Erdogan, com å [m/ciclo] - ΔK [MPa \sqrt{m}].

Aços martensíticos segundo [].

$$\mathbf{a} = 1,35 \cdot 10^{-10} \, (\Delta K_{\rm I})^{2,25} \tag{12.3}$$

Aços ferríticos-perlíticos segundo [].

$$\mathbf{a} = 6.9 \cdot 10^{-12} \, (\Delta K_{\rm I})^{3.00} \tag{12.4}$$

Aços inoxidáveis austeníticos segundo [].

$$\mathbf{a} = 5.6 \cdot 10^{-12} \, (\Delta K_{\rm I})^{3.25} \tag{12.5}$$

Aços ferríticos no ar, com formação de estrias, segundo [].

Aços para vasos de reator, ferríticos, de acordo com [].

$$a = 0,477 \cdot 10^{-12} (\Delta K_I)^{3,726}$$
 (ao ar) (12.7)

 $a = 6,786 \cdot 10^{-12} (\Delta K_I)^{3,726}$ (na água)

Na Região C ocorre uma sensível aceleração da trinca, onde além do mecanismo de ruptura com formação de estrias surgem, sobrepostos, mecanismos que são característicos de uma ruptura estática. Isto ocorre porque nesta região o valor de Kimáx durante o ciclo é da ordem de KIC, excitando então os mecanismos estáticos de ruptura. Isto começa a ocorrer quando $K_{imáx} > 0.7 K_{iC}$ (ou K_{c}). Estes modos estáticos de fratura incluem microclivagem, separação intergranular, bem como coalescimento de vazios. A microclivagem vai surgir quando o material estiver abaixo da temperatura de transição dútil-frágil, provocando um grande aumento na velocidade de propagação. Nesta situação, a espessura do material influi também de forma sensível, pois em chapas espessas a ruptura por microclivagem é percentualmente maior, como consequência da maior restrição quanto ao desenvolvimento de deformações transversais (tendência para um estado plano de deformação). Se o mecanismo de ruptura é exclusivamente por formação de estrias, a espessura passa a ter um efeito muito pequeno na taxa de propagação.

A aceleração da trinca dentro da Região C foi levada em consideração em várias expressões empíricas para å, sendo as expressões mais significativas dadas a seguir. Segundo Forman, [], a velocidade de propagação da trinca deve tender a infinito quando K_{Imáx} tender para K_C, ou K_{IC}, ou seja, na iminência da ruptura estática. Como $\Delta K_{I} = (1 - R) K_{Imáx}$, temos que

[(1 - R) K_{C} - ΔK_{I}] \Rightarrow 0 quando $K_{Imáx} \Rightarrow K_{C}$.

Forman propôs então a equação
$$a = \frac{C (\Delta K_{I})^{m}}{(1-R)K_{C} - \Delta K_{I}}$$

onde o limite acima para å é safisfeito. A seguir temos outras equações além da de Paris-Erdogan e da equação de Forman, propostas para å, onde todas consideram o efeito do fator de simetria do ciclo sobre a região final de propagação da trinca.

EQUAÇÕES PROPOSTAS PARA A CORRELAÇÃO å - ∆K.

Paris-Erdogan [] $\dot{a} = C (\Delta K_I)^m$ (12.8)

Forman []
$$\dot{a} = \frac{C (\Delta K_I)^m}{(1-R)K_C - \Delta K_I}$$
 (12.9)

Walker [] $a = C (\Delta K_I)^m \cdot K_{Imáx}^n$, ou (12.10) $a = \left[C (1-R)^m \cdot K_{Imáx} \right]^n$

Elber []
$$a = C_1 (C_2 + C_3 R) (1 - R) \cdot K_{Imáx}^n$$
 (12.11)

Radon & Culver []
$$\dot{a} = C (K_{Imáx}^2 - K_{Imín}^2)^m$$
 (12.12)

Mukherjee & Burns []
$$\dot{a} = C f^{-0,43} (\Delta K_I)^{2,39} K_{Imed}^{2,13}$$
 (12.13)

12.2 - A VIDA DE PROPAGAÇÃO.

A vida de propagação de um dado componente mecânico é obtida pelo conhecimento da curva å - ΔK do material, o que pode ser feito por uma das equações (12.3) a (12.7), ou mais precisamente por via experimental, conforme a figura12.8, onde o registro do tamanho da trinca contra a vida, durante o ensaio e o simultâneo cálculo de ΔK para cada N, permite o cálculo da curva å - ΔK .

Uma vez conhecida a curva å - ΔK do material, nas condições de uso, ou seja, em função de meio ambiente, espessura, microestrutura, orientação dos defeitos, etc., é possível determinar a vida que um componente terá, quando fabricado com este material, considerando o crescimento de trincas a partir de defeitos iniciais, ou a partir de microtrincas nucleadas durante o carregamento cíclico anterior. Para a determinação da vida de propagação é agora necessário integrar a correspondente equação da velocidade de propagação da trinca, conforme figura 12.9. Dependendo do caso esta integração pode ser analítica, mas no caso geral deve ser feita numericamente.



Figura 12.8 - Determinação da curva å - ΔK do material.

A partir do tamanho inicial do defeito, digamos a_1 , é possível determinar o número de ciclos para este crescer até o tamanho a_2 . Este tamanho a_2 pode representar o tamanho crítico definido pela tenacidade do material, quando ocorre então a ruptura final. Usando a equação de Paris-Erdogan, figura 12.8,

$a = C \Delta K^m$	(12.14)
å = da / dN	(12.15)
$\Delta K = Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$	(12.16)

sendo o fator geométrico Y calculado no valor instantâneo do tamanho da trinca. Se considerarmos que o fator geométrico Y não é função do tamanho da trinca, ao menos entre os limites $a_1 e a_2$, podemos chegar a uma expressão analítica que fornece o número de ciclos para a trinca propagar-se entre os dois limites, para m $\neq 2$:

$$da / dN = C (Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a})^{m}$$
(12.17)

$$dN = \frac{da}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m}$$
(12.18)

$$\int_{N_{1}}^{N_{2}} dN = \frac{1}{C(Y \Delta \sigma \sqrt{\pi})^{m}} \int_{a_{1}}^{a_{2}} a^{-m/2} da$$

$$N_{12} = N_{2} - N_{1} = \frac{1}{C(Y \Delta \sigma \sqrt{\pi})^{m}} \frac{a_{1}^{1-m/2} - a_{2}^{1-m/2}}{m/2 - 1}$$
(12.19)

No caso de m = 2, a integração da vida de propagação fornece

$$N_{12} = N_2 - N_1 = \frac{1}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi})^2} \ln\frac{a_2}{a_1}$$
(12.20)



Figura 12.9 - Aplicação da curva å - $\Delta {\rm K}$ para uma peça com trinca de tamanho ${\rm a_{i}}.$

EXEMPLO 12.2:

Uma placa com 1,0 m de largura de aço SAE-ABNT 1020, laminado a frio, é submetida a esforços cíclicos entre 200 MPa e -50 MPa. As propriedades mecânicas deste aço são:

$$\begin{split} \sigma_{\text{E}} &= 630 \text{ MPa} \\ \sigma_{\text{R}} &= 670 \text{ MPa} \\ \text{E} &= 207 \text{ 000 MPa} \\ \text{K}_{\text{C}} &= 104 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}} \end{split}$$

Qual a vida de fadiga que pode ser esperada, se qualquer defeito na borda da chapa é detectada quando for maior do que 1 mm? Use a equação 12.6 para obter a velocidade de propagação.

SOLUÇÃO:

Quando a chapa possui defeitos acima de 1 mm estes são removidos. Qualquer defeito até 1 mm passa desapercebido, logo o máximo tamanho inicial da trinca é de 1 mm.

Para esta geometria temos $\Delta K_I = 1,12 \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$, desde que a trinca seja suficientemente pequena. Isto é válido no início da vida, mas no fim desta a trinca será bem maior. O tamanho crítico da trinca, no ponto de carga máxima, pode ser obtido, em uma primeira aproximação:

$$K_{I} = K_{C} = 1,12 \sigma \sqrt{\pi a}$$

σ = 200 MPa

 $K_{\rm C} = 104 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$

$$a_{\rm C} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{\rm C}}{1, 12 \cdot \sigma} \right)^2$$

 $a_{\rm C} = 0,0686 \, {\rm m}$

Do Capítulo 6, para esta geometria, temos Y = 1,16, para a relação $a_c / W = 0,0686$. Como a trinca cresce no início lentamente e apenas na última fração da vida é que atinge um tamanho da ordem de a_c , é perfeitamente possível usar um valor de Y constante, e igual a 1,12, correspondente ao tamanho inicial, na integração, pois o erro não será grande. Assim, o número de ciclos será

$$N_{12} = \frac{1}{10^{-11} (1,12200\sqrt{\pi})^3} \frac{0,001^{-0.5} - 0,0686^{-0.5}}{0,5}$$

 $N_{12} = 8,89 \ 10^4 \text{ ciclos}$

EXEMPLO 12.3:

Para aumentar a vida de propagação de uma dada estrutura, podemos aumentar K_C , com o que a trinca cresce mais antes de se tornar instável. Outra alternativa é diminuir o tamanho inicial dos defeitos, fazendo com que a trinca leve mais tempo para crescer até o tamanho crítico. Para ilustrar a importância relativa entre as duas alternativas, vamos considerar um material que segue a lei de Paris-erdogan, com o expoente m = 4. Isto leva a uma equação de N₁₂ que pode ser escrita na forma:

$$N_{12} = \text{constante} \cdot \left(a_1^{1 - \frac{m}{2}} - a_2^{1 - \frac{m}{2}} \right) e \text{ como } m = 4,$$

 $N_{12} = \text{constante} \cdot \left(a_1^{-1} - a_2^{-1}\right)$

Se tivermos $a_1 = 0,01$ m e $a_2 = 0,10$ m, vem

 $N_{12} = \text{constante} \cdot (100 - 10)$

 $N_{12} = 90 \cdot \text{constante}$

Dobrando o valor de K_C, através do uso de um material mais tenaz, a₂ fica aproximadadamente quatro vezes maior, então a₂ = 0,40 m. Nestas condições a vida de propagação fica aumentada, pelo maior tamanho da trinca final. A vida de propagação pode ser obtida como:

 $N_{12} = \text{constante} \cdot (100 - 2,5)$

 $N_{12} = 97,5 \cdot \text{constante}$

Se agora, ao invés de alterar K_C , for mantido o mesmo material, mas com o uso de um controle de qualidade mais acurado, de modo que apenas as trincas menores que 5 mm passem desapercebidas, $a_1 = 0,005$ m, logo,

 $N_{12} = constante \cdot (200 - 10)$

 $N_{12} = 190 \cdot constante$

Assim, é muito mais conveniente diminuir o tamanho inicial da fissura, com um controle mais rigoroso, do que usar um material mais sofisticado, de alta tenacidade, onde o ganho de vida é percentualmente muito baixo, menos de 10% no exemplo dado.

No caso de Y ser uma função de a, ou de $\Delta \sigma$ ser também variável ao longo do tempo, é necessário fazer uma integração numérica da equação (12.18) para determinar N₁₂.

Quando o produto $Y\Delta\sigma$ é variável ciclo a ciclo, a vida deve ser obtida por um processo numérico de integração, ciclo por ciclo, onde dN = 1 e da = å. Assim, calcula-se ΔK do ciclo e obtemos å da curva experimental ou da equação de Paris, por exemplo. A trinca cresce com incrementos $\Delta a = da = a$, em cada ciclo. Assim, após i ciclos,

 $a_i = a_1 + \sum_i \Delta a_i$

e o processo segue até que tenhamos $K_{máx}$ do ciclo igual a K_C , correspondente ao fim da vida, pela ruptura final. Neste tipo de cálculo o fator geométrico pode ser considerado constante durante um certo número de ciclos, dependendo da forma da função Y(a / W). Na seção 12.4 deste Capítulo temos um melhor detalhamento do procedimento de cálculo da vida de propagação, em especial no passo 10 desta seção.

12.3 - PROJETO COM TOLERÂNCIA A DANO.

Em estruturas de equipamentos móveis, como as da indústria aeronáutica, automotiva e outras, é desejado um compromisso ótimo entre peso próprio da estrutura e a segurança de operação. Esta ambigüidade é contornada com o uso dos conceitos da Mecânica da Fratura e com inspeções regulares nos pontos ou regiões críticas.



Figura 12.10 - Tamanho da trinca numa peça ao longo do tempo.

Vamos considerar uma estrutura que é submetida a inspeções regulares, onde possa vir a se desenvolver uma trinca. No instante t_1 , figura 12.10, forma-se uma trinca que vai crescendo, atingindo em t_2 o tamanho mínimo que a torna detectável pelo procedimento de inspeção e controle, em função da sensibilidade do método, podendo seguir o crescimento até t_3 , onde chega ao máximo tamanho admitido para operação em segurança. Assim, para que a estrutura seja usada com segurança, é necessário que tenhamos ao menos duas inspeções no intervalo $t_2 - t_3$, pois uma trinca muito pequena, próxima do limite t_2 , pode escapar ainda a um exame.

As técnicas de controle de defeitos no material não admitem ainda a deteção de defeitos muitos pequenos, dificultando os ensaios. Nos casos onde o tamanho crítico da trinca é muito pequeno, como em materiais de alta resistência e baixa tenacidade, existem outras formas de eliminar o risco de uma falha em serviço, provocada pelo crescimento instável da trinca. Uma destas formas é a realização de ensaios periódicos de sobrecarga. A figura 12.11 ilustra o efeito sobre a tensão nominal de falha de um trinca de tamanho a.



Figura 12.11 - Deteção de trincas pequenas pela aplicação de sobrecarga.

A tensão nominal de serviço é σ_0 , admitindo portanto uma trinca com um tamanho a₂ no máximo. Se este tamanho for muito pequeno para ser detectado, ou se a trinca se desenvolver em um local inacessível para a inspeção, podemos verificar se existe ou não alguma trinca através de um ensaio de sobrecarga. Aplicando uma sobrecarga de modo que a tensão nominal passe a ser $\alpha \cdot \sigma_0$, figura 12.11, o tamanho crítico passa a ser a₁, menor que a₂. Assim, se o componente resistir ao ensaio, então qualquer trinca ou defeito que eventualmente contenha no seu interior será menor ou menos severo que $Y_1 \sqrt{a_1}$. Deste modo é possível assegurar uma vida ao menos igual a N₁₂, ou seja, para uma trinca com tamanho a_1 crescer até a_2 , sob a carga normal de seviço, σ_0 . Realizando periodicamente este ensaio de sobrecarga, o componente será seguro quanto à ruptura por fadiga em operação. Logicamente o intervalo entre ensaios deverá ser no máximo igual a N₁₂. Se for usada a Mecânica da Fratura Elástica Linear no cálculo do tamanho crítico sob a carga de ensaio, obtemos o valor a₃, o que leva a um cálculo conservativo na avaliação de N₁₂, pois $(a_2 - a_3) < a_3$ $(a_2 - a_1)$, resultando uma vida calculada, N₁₂, inferior.

Outra maneira de tornar um componente seguro quanto à propagação instável de defeitos, para pequenos tamanhos críticos, é pelo uso da técnica de remoção periódica de material, ou seja, o material suspeito de conter uma trinca é periodicamente removido. Se existia uma trinca de tamanho crítico, a_2 , pela remoção de material ela pode ser reduzida para o tamanho a_1 . O material removido, $(a_2 - a_1)$, levará a um pequeno aumento na tensão nominal, devido à redução da seção transversal, mas em compensação a vida fica garantida por N_{12} ciclos. Esta solução pode ser a indicada para estruturas de elevado custo, com seções espessas, que tenham tamanhos críticos de trinca

muito pequenos, da ordem de 2 mm, por exemplo. Assim, a remoção de uma pequena camada de material, através de um processo de usinagem, assegura que no máximo tenhamos trincas com o tamanho a₁. O próximo exemplo ilustra em detalhes este procedimento.

EXEMPLO 12.4:

Em um sistema de trem de aterrisagem de um avião de tamanho médio, uma das peças mais críticas é o êmbolo do sistema hidropneumático de suspensão, já que este recebe todo o carregamento de carga axial e de flexão. A geometria do componente está ilustrada a seguir, com a indicação do ponto crítico.



Figura 12.12 - Peça do exemplo 12.4.

O carregamento no ponto crítico é na forma ilustrada na figura 12.13. O material usado na peça é um aço SAE-ABNT 4340, temperado e revenido para 409 HBN, o que lhe confere

 $σ_E$ = 1370 MPa $σ_R$ = 1470 MPa $σ_f$ = 1560 MPa $ε_f$ = 0,48 K_{IC} = 60 MPa \sqrt{m} A tensão nominal que atua na seção crítica, durante o carregamento de impacto, é admitida até σ_E / 1,6. A vida da peça deve ser de ao menos 1,5 · 10⁴ ciclos. Determine se é necessária alguma inspeção para assegurar a vida desejada, considerando um coeficiente de segurança de 1,6 no cálculo da vida, aplicado sobre o carregamento.



Figura 12.13 - Carregamento para o exemplo 12.4.

SOLUÇÃO:

A tensão nominal, quando do impacto, será considerada igual a σ_E / 1,6, o que leva a um carregamento idealizado do tipo mostrado na figura 12.14.

A vida de fadiga para nucleação será obtida pelo uso da curva ϵ - N, estimada pelo método das inclinações universais,

$$\Delta \epsilon = 3.5 \frac{\sigma_R N^{-0.12}}{E} + \epsilon_f^{0.6} N^{-0.6}$$

e substituindo os valores,

 $\Delta \varepsilon$ = 0,02573 N^{-0,12} + 0,64379 N^{-0,6}

 $N_{tr} = 819$ ciclos



Figura 12.14 - Carregamento idealizado para o exemplo 12.4.

A deformação nominal no ponto crítico será

 $\Delta \epsilon_0 = \Delta \sigma_0 / E$

onde $\Delta\sigma_0$ será 856 MPa do carregamento idealizado na figura 12.14. Logo

 $\Delta \varepsilon_0 = 0,00429$

O fator de concentração de tensão, para uma carga de flexão para a geometria da peça, é $K_t = 2,1$ e como o raio é muito grande, podemos assim adotar $K_f = K_t$, logo:

 $K_{f} = 2,1$

A concentração de deformação será neste caso também igual a 2,1 pois estamos em um caso predominante de um estado plano de deformação. Assim, a deformação no ponto crítico será

 $\Delta \varepsilon = K_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{0} = 2,1 \ 0,00429 = 0,00899$

o que corresponde a uma vida de

N = 26700 ciclos

Para verificar a vida, com um coeficiente de segurança de 1,6, resulta $\Delta \varepsilon = 0,01438$, o que por tentativas nos leva a N = 3580 ciclos. Logo a vida não é satisfatória, devendo haver substituição da peça. Se no entanto lembrarmos que esta estimativa é para a nucleação, podemos recuperar a peça com a técnica de remoção periódica de material. Para tal, devemos inicialmente determinar o tamanho crítico da trinca. A geometria considerada como mais provável para uma trinca que venha a se formar na seção crítica é a mostrada na figura 12.15.



Figura 12.15 - Geometria provável de trinca para o exemplo 12.4. Considerado a/c = 0.5, um valor típico para trincas superficiais.



Figura 12.16 - Divisão da vida total em quatro intervalos de inspeção.

Y = 1,12 /
$$\phi$$
; (ϕ = 1,22)
Y = 0,92
a_C = (K_{IC} / Y σ)² / π
a_C = $\frac{1}{\pi} \left(\frac{60}{0,92 \cdot 856} \right)^2$ a_C = 1,85 mm

Vamos fazer uma tentativa de cálculo, dividindo a vida em quatro parcelas iguais de 3750 ciclos, conforme esquematizado abaixo.

É lógico que o tamanho da trinca a_2 , admitido como o tamanho existente ao fim do intervalo entre inspeções, deve ser menor que a_c . Vamos calcular a_2 como o tamanho crítico para uma carga 60% maior que a real de impacto.

$$a_2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{Y \cdot 1, 6 \cdot \sigma} \right)^2$$
 $a_2 = 0,00072 \text{ m} = 0,72 \text{ mm}$

O tamanho a_1 será obtido a partir da informação que $N_{12} = 3750$ ciclos, ou seja, usar a propagação desde a_1 até a_2 em 3750 ciclos. Para um aço martensítico,

$$a = 1,35 \ 10^{-10} \ (\Delta K)^{2,25}$$

e da equação (12.19), para N₁₂ dado,

$$3750 = \frac{10^{-10}}{1,35 \cdot 10^{-10} \left(0,92 \cdot 856 \cdot \sqrt{\pi}\right)^{2,25}} \cdot \frac{a_1^{1-1,125} - a_2^{1-1,125}}{1,125 - 1}$$

Como $a_2 = 0.72$ mm, resulta para o tamanho inicial

$a_1^{-0,125} = 3,22441$

 $a_1 = 0,000086 \text{ m} = 0,086 \text{ mm}$

Em termos práticos é possível tratar a_1 praticamente como zero, ficando a espessura a ser eliminada, em cada inspeção, como uma espessura igual a $a_2 - a_1$. Logo, sendo e a espessura de material a ser usinada, vem e = 0,63 mm, que pode ser colocado como 0,7 mm. Deste modo, como ocorrem 3 remoções de material, a peça soferá uma redução total de espessura na seção crítica de 2,1 mm ao longo de toda a sua vida. Esta redução deve ser avaliada quanto ao aumento de tensão nominal. Outro cuidado é quanto ao processo de remoção do material, evitando que venha a introduzir tensões residuais.

12.4 - ANÁLISE DO SIGNIFICADO DE DEFEITOS

O estudo da resistência mecânica de peças e estruturas que pudessem apresentar defeitos, como no caso de estruturas soldadas, era feito tradicionalmente de uma forma bastante empírica, com base em extensos programas experimentais, até o desenvolvimento da Mecânica da Fratura. Com a metodologia desenvolvida pela Mecânica da Fratura tornou-se possível uma análise criteriosa, levando em conta os efeitos das falhas e defeitos muitas vezes provocados pelo processo de fabricação. No caso de estruturas de responsabilidade torna-se imperativo um exame integral do material para verificar a existência de eventuais defeitos. Na possibilidade de ser detectado algum defeito, são necessários critérios para decidir sobre a rejeição ou não do componente, bem como a eventual necessidade de reparo, quando este for possível.

PROCEDIMENTO GERAL

Tendo sido detectado um defeito em uma estrutura de responsabilidade, por meio de um ensaio não destrutivo, o procedimento discutido a seguir é usado na análise sobre o risco que a presença do defeito apresenta. O procedimento está baseado na teoria e metodologia da Mecânica da Fratura, sendo formado por uma série de passos, que levam a uma quantificação que permite uma tomada de decisão criteriosa, sobre a continuidade do uso, ou não, do componente em análise.

PASSO 1. Definição geometria da trinca.

A partir da geometria do defeito indicado, deve-se definir uma trinca equivalente, idealizada, de modo a permitir a aplicação da Mecânica da Fratura. Normalmente adota-se uma trinca elíptica, quando interna, ou semielíptica quando junto à superfície livre, que sobrepuje a indicação do defeito. O ASME Boiler and Pressure Vessel Code, na Seção XI, apresenta várias configurações de indicações, com as correspondentes geometrias de trincas equivalentes, conforme comentado na seção 12.6.

PASSO 2. Determinação do fator de intensidade de tensão.

Uma vez definida a geometria da trinca, é possível determinar o fator de intensidade de tensão, a partir dos fatores de correção quanto à forma da trinca, bem como do carregamento nominal que atue. Com a máxima carga esperada em serviço calcula-se K_{Imáx}.

PASSO 3. Tenacidade à fratura do material.

A tenacidade à fratura para o ponto onde o defeito está localizado é fundamental para avaliar o risco de ruptura frágil do componente. A tenacidade deve ser compatível com o material, o tratamento térmico, as condições ambientais (temperatura e meio), a espessura do componente, a orientação relativa da trinca nos planos de laminação do material, etc.

PASSO 4. Verificação quanto à ruptura estática.

Sendo K_c a tenacidade à fratura pertinente ao ponto com defeito, deve-se verificar a possibilidade de ruptura estática da peça. Tal ocorre para

 $K_{Imáx} > K_C$

Se $K_{Imáx}$ < K_C então o componente não irá romper quando da primeira aplicação de carga. Como critério de aceitação do defeito pode-se adotar:

$$K_{Imáx} < 0.7 K_{C}$$
 (12.21)

PASSO 5. Propagação por corrosão sob tensão.

Se ocorrer que a combinação material - meio ambiente propicie a corrosão sob tensão, então podemos ter uma propagação do defeito mesmo sob a ação de uma carga estática. Se o defeito for interno ao material, o meio ambiente não vai atacar o material das bordas do defeito. Para

$$K_{Imáx} > K_{ISCC}$$
(12.22)

ocorre a propagação por corrosão sob tensão, onde K_{ISCC} é o limite de sensibilidade para que ocorra o ataque do meio ambiente ao material, (Stress Corrosion Cracking). O seu valor depende especificamente da combinação material - meio ambiente. Em geral, quando existe a possibilidade de corrosão sob tensão, não se admite a existência de trincas superficiais, em contacto com o meio.

PASSO 6. Flutuação do fator de intensidade de tensão.

Se no passo 4 não foi detectada a ruptura estática do componente e a carga aplicada varia ao longo do tempo, deve ser verificada a possibilidade de propagação por fadiga do defeito. Para cada flutuação de tensão, $\Delta\sigma_i$, calcular

$$\Delta K_{i} = f(\Delta \sigma_{i}) = Y \Delta \sigma_{i} \sqrt{\pi a}$$
(12.23)

que é a variação, durante um ciclo de carga, do fator de intensidade de tensão.

PASSO 7. Nível de sensibilidade.

Para o meio ambiente, material e coeficiente de simetria do ciclo, determinar o nível de sensibilidade para propagação por fadiga, ΔK_0 .

PASSO 8. Estacionaricidade do defeito.

Verificar para cada ΔK_i a desigualdade

$$\Delta K_i < \Delta K_0 \tag{12.24}$$

Se tal for satisfeita para todos os níveis de flutuação de tensão, então a trinca fica estacionária, ou seja, o defeito não se propaga por fadiga. Em caso contrário, ocorrerá o crescimento da trinca nas flutuações de tensão em que $\Delta K_i > \Delta K_0$.

PASSO 9. Tamanho crítico do defeito.

Ocorrendo a propagação por fadiga, o defeito vai crescer até atingir o tamanho crítico, para ruptura estática. Este tamanho crítico é necessário para estabelecer a vida de propagação de fadiga, por intermédio da integração da taxa de crescimento da trinca.

$$a_{\rm C} = (1/\pi) (K_{\rm C} / \sigma_{\rm MÁX} Y Y_{\rm p})^2$$
 (12.25)

O cálculo exato de a_c não chega a ser muito importante, devido à grande velocidade de crescimento da trinca nos últimos 5% da vida de propagação. O fator de correção Y_p é calculado por (7.7) ou (7.8), dependendo do modelo de correção da solução elástica adotado.

PASSO 10. Determinação da vida.

Se no passo 8 não ficou definida a estacionaricidade da trinca, para todas as flutuações de tensão, ocorrerá a propagação por fadiga. A vida de propagação é obtida pela integração da taxa de propagação entre os tamanhos a_1 (indicação do defeito) e a_2 (tamanho crítico ou fração deste). Colocando a taxa de propagação na forma:

$$a = C (\Delta K)^m$$

vem

$$\int_{N_{1}}^{N_{2}} dN = \int_{a_{1}}^{a_{2}} (C (\Delta \sigma Y \sqrt{\pi a})^{m})^{-1} da$$

Dependendo do tipo de solicitação e do comportamento de Y, como função do tamanho da trinca, temos várias possibilidades:

Para Y $\Delta\sigma$ constante durante toda a vida do componente, é possível realizar a integral analiticamente, que fornece, para m \neq 2:

$$N_{12} = (C (Y \Delta \sigma \sqrt{\pi})^{m})^{-1} \frac{a_{2}^{1-m/2} - a_{1}^{1-m/2}}{1-m/2}$$
(12.26)

Se ocorrer m = 2,

$$N_{12} = (C (Y \Delta \sigma \sqrt{\pi})^2)^{-1} \ln a_2 / a_1$$
 (12.27)

Se o fator geométrico Y for variável com o tamanho a da trinca, a integração deve ser feita de modo discreto, numericamente. Isto é feito arbitrando acréscimos Δ a no tamanho da trinca.

Se $\Delta \sigma$ for variável em blocos, com duração N ($\Delta \sigma_i$) para o nível de tensão $\Delta \sigma_i$, o processo é como esquematizado,

 Para carga aleatória, a integração deve ser feita ciclo a ciclo, N = 1.

PASSO 11. Critério de segurança.

O passo final é avaliar, a partir dos resultados obtidos anteriormente, se os defeitos detectados comprometem ou não a estrutura. A decisão é muitas vezes extremamente difícil, pois na maioria dos casos não estão disponíveis todas as informações e dados que são necessários, na forma desejada. Assim, nestas situações são feitas aproximações ou estimativas com casos semelhantes disponíveis na literatura ou de experiências anteriores. De um modo, ou de outro, a precisão da análise fica comprometida, sendo que os resultados finais devem ser considerados como uma orientação da ordem de grandeza e nunca como um valor numérico exato, absoluto. Outro aspecto a considerar é a dispersão das propriedades do material, entre o corpo de prova usado nos ensaios e o material real da estrutura, ou mesmo ainda, a heterogeneidade do material dentro da própria estrutura. As cargas que agem na estrutura podem também ser diversas das usadas na análise. Assim, o critério para aceitar ou não o componente estrutural com uma indicação de defeito deve ponderar todos os aspectos acima citados, bem como mais alguns eventuais, aplicáveis ao caso em particular. De uma forma resumida, temos duas situações, onde o critério de segurança é aplicado de diferentes formas. Se a estrutura é solicitada estaticamente, então os passos 4 e 5 são os fundamentais, que irão definir o comprometimento da estrutura pela existência de defeitos. Sendo a_c o tamanho crítico da trinca que leva a estrutura ao colapso, uma orientação quanto ao tamanho admissível da trinca equivalente é tomar 10% do tamanho crítico, o que é equivalente a considerar um coeficiente de segurança sobre a carga de 3,16. Para uma estrutura solicitada ciclicamente, a vida N₁₂, calculada no passo 10, é o dado relevante, que deve ser comparado com a vida prevista para o componente. Uma orientação neste caso é adotar a vida admissível na faixa de 5% a 10% da vida calculada, a menos que análises mais criteriosas justifiquem vidas admissíveis maiores.

12.5 - ESTIMATIVA DE DEFEITOS.

Com uma indicação de defeito por um processo não destrutivo é possível definir a trinca equivalente, e a partir desta desenvolver os passos do procedimento discutido na seção anterior. Outra forma de avaliar a existência de defeitos é pelo uso de testes de sobrecarga, que além de eliminarem estruturas defeituosas, seja pela ruptura ou pela deformação plástica excessiva, introduzem um estado de tensões residuais benéfico, nos pontos críticos das estruturas sobreviventes. Estes testes de sobrecarga são particularmente úteis em reservatórios

pressurizados, embora possam ser aplicados em outros tipos de estrutura.

O método de sobrecarga baseia-se no fato de que, para a estrutura que sobreviveu ao teste, fica assegurado um limite superior para os possíveis defeitos existentes, pois se existisse algum, maior que este limite, teria levado a estrutura ao colapso. Este limite é obtido das solicitações que atuam no teste de sobrecarga e a tenacidade à fratura do material. Sendo σ_0 a tensão nominal de trabalho, α o fator de sobrecarga e K_C a tenacidade do material, o limite superior a_{1MÁX} para o tamanho da trinca será dado por

$$K_{\rm C} = Y Y p (\alpha \sigma_0) \sqrt{\pi a_{1 {\rm M} {\rm A} {\rm X}}}$$
 ou

$$a_{1MAX} Y^2 = \frac{C}{(Y_p \alpha \sigma_0)^2} K^2 \frac{1}{\pi}$$

já que não conhecemos também o fator geométrico onde se localiza $a_{1M\dot{A}X}$, se existir tal defeito. A ruptura em serviço, sob σ_0 , irá ocorrer se a trinca crescer deste valor $a_{1M\dot{A}X}$ até o seu valor crítico a_C , como ilustra a figura 12.17. Se a estrutura sobreviveu ao teste, então todos os defeitos existentes serão tais que $a_1 < a_{1M\dot{A}X}$ considerando iguais fatores geométricos. Quando a estrutura é operada com σ_0 , o fator de intensidade de tensão será portanto

$$K_{I} = Y Y_{p} \sigma_{0} \sqrt{\pi a_{1}}$$



Figura 12.17 - Diagrama para determinar as condições ótimas de ensaio.

O crescimento de qualquer defeito inicial, de tamanho a_1 , pode ocorrer por fadiga ou então por corrosão sob tensão. Em qualquer dos casos, o parâmetro que controla a velocidade de propagação é o fator de intensidade de tensão. Assim, com o conhecimento do limite superior de a_1 , e logo de K_I, é possível estimar a vida de propagação, desde a_{1MAX} até a_C , vida esta que será um limite inferior para a vida da estrutura, por dois aspectos:

- As prováveis trincas existentes serão menores que $a_{1M\dot{A}X}$, embora não se saiba quanto menores;

- Após a sobrecarga desenvolve-se nos pontos mais solicitados, e portanto críticos para a estrutura, devido a um escoamento localizado, um estado de tensões residuais com sinal contrário ao estado de tensões que se desenvolveu durante a operação normal da peça. Esse estado de tensões residuais é benéfico, retardando tanto para a propagação por fadiga como para a propagação por corrosão sob tensão.

Se a estrutura deve ser projetada e construida para uma dada vida é possível então determinar o fator de sobrecarga adequado, que assegure esta vida, ao limitar $a_{1M\dot{A}X}$. Ilustrando no caso de uma propagação por fadiga, onde å = C (ΔK)^m resulta para a vida de propagação, entre $a_1 e a_2$, para o caso de Y $\Delta \sigma$ constante ao longo da propagação,

$$N_{12} = \frac{a_2^{1-m/2} - a_1^{1-m/2}}{C(1-m/2)(\Delta \sigma YY_p \sqrt{\pi})^m} \qquad m \neq 2$$

$$N_{12} = \frac{\ln (a_2 / a_1)}{C (\Delta \sigma Y Y_p \sqrt{\pi})^2}$$
 m = 2

Se agora a_1 = $a_{1M\dot{A}X}$ e a_2 = a_c , conforme a figura 12.17 resulta para a vida N_{12}

$$N_{12} = \frac{(\alpha Y_p)^{m-2} - 1}{CK_c^{m-2} (m/2 - 1)} \cdot \frac{1}{\pi \cdot (Y\Delta\sigma)^2} \qquad m \neq 2$$
(12.28)

$$N_{12} = \frac{2}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi})^2} \ln(\alpha Y_p), \qquad m = 2$$
 (12.29)

onde Y_p vale para a carga de teste de sobrecarga, sendo portanto função de α também, e isolando o produto αY_p , vem

$$(\alpha Y_p)^{m-2} = 1 + N_{12}C (Y \Delta \sigma)^2 \pi K_C^{m-2} (m/2 - 1)$$
 (12.30)
ou então, para m = 2,

$$(\alpha Y_{p}) = \exp N_{12} C (Y \Delta \sigma)^{2} \pi/2$$
 (12.31)

Deve ser observado que em ambas as expressões o produto αY_p é sempre maior do que a unidade.

EXEMPLO 12.5

Seja um reservatório construido com aço ASTM A572, GR 50, que opera a -40°C, devendo ter uma vida prevista de 10.000 pressurizações. Determinar a taxa de sobrecarga para assegurar esta vida, sabendo que para a geometria do defeito provável, Y· σ_0 = 250 MPa. Os dados relevantes do material são:

K_{IC} = 63 MPa√m

$$a^{10} = 10^{-11} (\Delta K)^3$$

- σ_E = 345 MPa
- $\sigma_R = 450 \text{ MPa}$

SOLUÇÃO:

Pela substituição direta na equação (12.30) obtém-se $\alpha Y_p = 1,62$.

Falta separar os fatores α e Y_p, pois os fatores estão acoplados, já que Y_p = f ($\alpha \cdot \sigma_0$). Considerando σ_0 = 250 MPa e σ_L = 389 MPa, de acordo com o modelo de Dugdale, eq (7.8), vem

$$Y_p = \frac{\sigma_E}{\pi \sigma_0} \sqrt{8 \ln(\sec \pi \sigma_0 / 2\sigma_E)}$$

e assim, $Y_p = 1,62$

A tabela abaixo mostra uma das maneiras de se obter o valor de α , no caso, por tentativas. No cálculo dos valores foi usada a tensão σ_L .

α	1,10	1,30	1,31
αY_p	1,25	1,61	1,63

Logo o fator de sobrecarga a usar, de acordo com o esquema proposto, será 1,31, o que leva a uma tensão nominal no ensaio de sobrecarga, $\alpha \cdot \sigma_0$ = 327,5 MPa.

12.6 - PROCEDIMENTOS NORMALIZADOS.

O procedimento geral descrito no item 12.4 é uma aplicação imediata dos conceitos da Mecânica da Fratura, possuindo uma finalidade mais didática, embora seja perfeitamente aplicável em qualquer situação real. Existem procedimentos de análise de defeitos publicados pela ASME, no seu Boiler and Pressure Vessel Code, Seção X, [], pela BSI, na publicação PD 6493/80, [], além da API 579 e mais recentemente a proposta européia SISTAB. A publicação da BSI, assim como a da Seção XI do código da ASME e a API 579, são orientações completas sobre a análise de defeitos. A seguir é feita uma descrição sucinta dos enfoques de cada um dos procedimentos, devendo ser enfatizado que em uma aplicação real devemos usar o próprio procedimento, na íntegra, na sua última edição disponível, ou na edição que for referida no contrato ou nas especificações do equipamento.

RESUMO DO PD 6493/80, DA BSI [6].

Esta publicação não possui efeito de norma, sendo mais uma orientação sobre o estado do conhecimento na especificação de níveis de defeitos admissíveis em soldas. Esta decisão foi tomada devido a dois aspectos:

- Necessidade de mais pesquisas antes de ter-se informações em número suficiente para permitir a especificação de padrões normalizados;

- Necessidade de testar em campo as recomendações contidas no documento, para realimentação no processo de desenvolvimento.

O objetivo do documento é apresentar uma metodologia para níveis de aceitação de defeitos em uniões soldadas, com espessura mínima de 10 mm. Os principais modos de falha analisados são:

- Fratura frágil;
- Escoamento na seção remanescente;
- Fadiga.

Outros modos de falha como corrosão, corrosão sob tensão, fluência, não são abordados com profundidade, sendo geralmente necessário usar experiência anterior para comprovar a aceitabilidade do defeito nestes casos.

Na verificação quanto à ruptura frágil, são consideradas duas situações, dependendo do nível de solicitação no material. Se a tensão máxima existente na região do defeito (calculada como se este não existisse) for menor que a tensão limite de escoamento, é recomendado o uso da Mecânica da Fratura Elástica Linear. Se o fator de intensidade de tensão calculado for menor que 70% de K_{IC}, o defeito é considerado aceitável, o que corresponde a um coeficiente de segurança de 1,43 quanto às cargas ou de 2,0 quanto ao tamanho da trinca. Se o valor de K_{IC} não é válido, é recomendado usar o conceito do deslocamento de abertura da trinca, COD, crítico, $\delta_{\rm C}$. Quando a tensão máxima na seção ultrapassa $\sigma_{\rm E}$, o uso de $\delta_{\rm C}$ é obrigatório, através da definição de tamanho efetivo a*, pelo uso de gráficos, derivados de soluções elásticas modificadas. A partir das curvas de projeto de COD, é definido o tamanho admissível a_m, na forma:

 $a_{m} = C (K_{IC} / \sigma_{E})^{2}$ $a_{m} = C (\delta_{C} / \varepsilon_{E})$

sendo aceitável o defeito se o tamanho efetivo for menor que o admissível. Quanto à propagação por fadiga, o procedimento recomendado é de integrar a equação de propagação ciclo a ciclo, até a vida prevista, sendo o critério de aceitabilidade o de ruptura estática ao fim da vida.

RESUMO DA SEÇÃO XI DO ASME BOILER AND PRESSURE VESSEL CODE [2].

Essa seção diz respeito a inspeções em serviço de vasos sob pressão, com requisitos quanto aos procedimentos para inspeção, intervalos destas inspeções, caracterização das indicações, etc. No Capítulo IBW 3000, são fornecidos os padrões para a aceitabilidade dos defeitos, em termos de percentagem de área, para várias categorias de componentes de soldas. Quando a indicação de defeito for maior do que a admissível, uma análise mais detalhada, de acordo com o Apêndice A da norma, deve ser feita, com base na Mecânica da Fratura Elástica Linear. O fator de intensidade de tensão é calculado pela soma dos efeitos da tensão de membrana e da tensão de flexão, na seção que contém a trinca. O tamanho máximo do defeito deve ser tal que, com a propagação por fadiga, ao longo da vida, o tamanho final não exceda 10% do tamanho crítico de defeito. O procedimento do Apêndice A é limitado a espessuras maiores que 100 mm e com aços com uma tensão limite de escoamento de 345 MPa ou menos.

CAPÍTULO 13

UMA VISÃO DE CONJUNTO DA FADIGA

13.1 - ANÁLISE CRÍTICA

No estágio atual atual de conhecimento sobre a fadiga, existem ainda muitas lacunas, mas já é possível, ao menos, obter uma visão do processo, embora ainda um incompleta nos detalhes, que fornece uma indicação dos principais fenômenos envolvidos.

O estudo da fadiga se preocupa sempre com a fratura da peça, ou seja, conhecendo o modo como o material falhou é possível dimensionar um componente impedindo que venha a romper em serviço. Desta forma, para estudar o modo de falha do material, o processo clássico de estudo da fadiga, baseado na tensão limite de fadiga, é de pouca valia, pois se preocupa basicamente em evitar a ruptura do metal, usando uma tensão admissível adequada. Este método de enfoque é referido como Wöhler - Gerber.

Para uma vida de fadiga com pequeno número de ciclos de carga, para provocar a ruptura do material é necessário um nível de solicitação que leve o material ao estado plástico. Desta forma, a fadiga a baixo número de ciclos fica evidenciada por uma deformação plástica macroscópica, como a detectada pela largura do laço de histerese tensão-deformação. Este conceito de fadiga a baixo núnero de ciclos em geral vai até valores de vida da ordem de 10⁵ ciclos, embora seja variável de material a material. Com grandes deformações plásticas aplicadas ciclicamente, a nucleação e mesmo a propagação da fissura são acompanhadas pela formação de uma superfície rugosa e ondulada, proveniente do grande trabalho plástico. Muitos pontos de nucleação da trinca ocorrem, com a posterior propagação de microtrincas, inicialmente de um modo cristalográfico (estágio I de propagação) e, após, normalmente à direção das tensões de tração aplicadas (estágio II). Continuando a propagação, ocorre a união de pequenas fissuras formando outras maiores, até que umas poucas trincas restam no material. Este processo é o de nucleação múltipla, ou simultânea.

Para uma vida de fadiga com alto número de ciclos, a nucleação da fissura é um evento bastante isolado, decorrente de instrusões ou extrusões formadas nas bandas de escorregamento, em regiões de deformação plástica altamente localizada. A superfície do material fica inalterada, mas eventuais microtrincas que venham a se propagar levam à falha. Neste caso de solicitação, a deformação plástica não é um parâmetro útil para relacionar com a falha, pois é geralmente bastante pequena. Além disto, durante a nucleação, a deformação plástica se distribui aleatoriamente no meterial, dependendo da orientação dos planos de arranjo atômico nos grãos em relacão à carga aplicada.

As equações de Coffin-Manson fornecem uma indicação da vida da peça, até o início da fissura. O número de ciclos previsto corresponde à formação da trinca, ou seja, é o tempo necessário para nuclear a fissura e iniciar a sua propagação. Em solicitação a baixo número de ciclos, em que a deformação plástica é predominante, existem indicações de que o expoente c = - 0,5 caracteriza melhor a nucleação da trinca, enquanto que c = - 0,6 caracterizaria melhor a ruptura final do componente, (11).

Usando os conceitos da mecânica da fratura é possível prever a velocidade de crescimento da fissura e o instante em que ocorrerá a ruptura brusca do componente. Se eventualmente o componente possuir uma fissura inicial, proveniente por exemplo do processo de fabricação, todo o período de vida será usado na propagação desta fissura, ficando descartado o período de nucleação. No caso de um corpo de prova liso, a vida deste fica dada pela parcela necessária para a nucleação da trinca, mais a parcela necessária para a propagação até um tamanho crítico, quando ocorre a ruptura final.

De um modo geral a mecânica da fratura se aplica tanto a um corpo com algum defeito inerente, como a um corpo perfeito que tenha atingido o estágio final do período de nucleação da trinca. Em ambos os casos ocorre apenas propagação da fissura, até a ruptura. Esta ruptura brusca ocorre quando o fator de intensidade de tensões atinge o correspondente valor crítico, K _{IC}, ou K _C, e no caso de uma solicitação dinâmica, quando K_{máx} = K _{IC} ou K _C, levando à ruptura final da peça ou componente so estudo.

A mecânica da fratura se aplica apenas na propagação da fissura e, assim, é interessante definir o ponto inicial de aplicação. Existe uma certa ambiguidade quando à distinção exata entre o período de nucleação da trinca e o período de propagação desta. A rigor, a nucleação é o período em que a deformação plástica de cisalhamento cíclica forma as intrusões e extrusões na superfície externas, nos grãos mais desfavoravelmente orientados. De uma maneira mais prática o período de nucleação pode ser tomado como o número de ciclos necessário para que a trinca passe ao estágio II de propagação. No entanto, experimentalmente é difícil definir o ponto em que termina a nucleação e inicia a propagação. Uma maneira mais conveniente é definir um tamanho padrão da trinca, fácil de medir e suficientemente pequeno, da ordem de 1 a 2 mm, por exemplo, e considerar que até este tamanho de trinca ocorre a nucleação e, a partir daí, a propagação. Outra possibilidade de definição do fim do período de nucleação é considerar o ponto em que o material no extremo da trinca pode ser tratado como um contínuo, com plena aplicação da mecânica da fratura, guando a trinca pode ser tratada macroscopicamente, não mais sofrendo a influência de aspectos microscópicos. Em relação a este último enfoque, a zona plástica que se forma no extremo da trinca assume importância fundamental.

Quando a propagação da fissura é tratada pela mecânica linear da fratura, é necessário que o estado do material seja essencialmente elástico, exceto na zona plástica no extremo da trinca.

No estágio inicial da fissura, esta é bastante pequena e , deste modo, a zona plástica também. Neste estágio a propagação é sensível à variações das propriedades do material ao passar de um a outro grão, pois a microestrutura representa um fator que altera o comportamento da trinca. O ambiente também é importante e efeitos químicos na superfície, como a oxidação, tem uma influência bastante importante no processo de fratura que ocorre no pico de tração do ciclo de carga.

Quando a trinca atinge um tamanho tal que a zona plástica pode ser tratada como um contínuo, uma determinação quantitativa da propagação da trinca pode ser feita pelos métodos da mecânica de fratura. Conforme comentado, deve ser definido o tamanho inicial da trinca, ou seja, o tamanho desta ao fim da nucleação, para determinar a vida. Este problema é fundamental na fadiga a alto ciclos pois a nucleação da trinca representa a maior parte da vida e não pode ser despresada.
13.2 - DIAGRAMA DE DESENVOLVIMENTO DA TRINCA

A ruptura final de um corpo de provas pode ocorrer de um modo frágil ou ductil, dependendo do material e do nível de solicitação. No caso de uma ruptura frágil, esta ocorre quando o fator de intensidade de tensão atinge um valor crítico. Assim este critério indica K > K_C para a falha, que se aplica quando a tensão nominal for inferior à tensão de escoamento. Uma ruptura ductil fica caracterizada por um valor crítico do deslocamento de abertura do extremo da fissura (6 ; 70), ou equivalentemente por um valor crítico da integral J, definida por Rice (58). Usando este último critério, a ruptura ductil ocorre quando J > J_C.

Todos os parâmetros que definem a ruptura final, bem como os que fornecem o critério de propagação da fissura, dependem da tensão nominal aplicada e do tamanho da trinca, para uma dada geometria. Deste modo, para estudar os possíveis modos de falha por fadiga, é conveniente usar um diagrama $\Delta \sigma$ versus a, onde $\Delta \sigma$ é a faixa de tensão que está submetido o corpo de prova e a é uma dimensão característica da fissura (72). A figura 13.1 ilustra o que é proposto. Para simplificar o raciocínio, é conveniente tratar com um corpo de prova liso, sem descontinuidades geométricas, solicitado por uma tensão senoidal de amplitude constante. A tensão média, não necessariamente nula, é representada pelo fator de assimetria de carga, R.



Figura 13.1 - Diagrama de nucleação, propagação e ruptura final (diagrama de desenvolvimento da trinca de fadiga).

O ponto em que $\sigma_{max} = \sigma_{E}$ é dado por

 $\Delta \sigma = (1 - R) \sigma_E$

a partir da definição de R. De modo semelhante ocorre quando temos $\sigma_{máx} = \sigma_R e$ quando K_{máx} = K_{IC}. Ainda no que se refere às tensões, σ_F é a tensão limite de fadiga, para o valor de R considerando, ou seja, obtida através da linha de Gerber ou Goodman ou outra análoga. A linha de $\Delta K = \Delta K_0$ é a linha do fator de intensidade de tensões limite, abaixo da qual não ocorre propagação da fissura, não importa o número de ciclos aplicado.

No diagrama de desenvolvimento, a região limitada pelas curvas de Δ K = (1 - R) K_C e J = J_C, corresponde aos possíveis pontos em que não ocorre uma ruptura estática, seja ela frágil (K_C) ou dúctil (J_C). Abaixo da curva Δ K = Δ K₀ não há propagação por fadiga da trinca.

Para tensões alternantes abaixo da tensão limite de fadiga é razoável supor que não ocorra a nucleação de trincas de fadiga que venham a comprometer a integridade do componente. No entanto é possível que existam inicialmente trincas no material, na forma de inclusões, porosidades, etc.

Quando a tensão nominal máxima não excede $\sigma_{\rm E}$, é possível aplicar a mecânica linear de fratura, apenas levando em conta a zona plástica no extremo da fissura, (8; 25; 47). No caso em que a tensão de escoamento é excedida, o conceito do fator de intensidade de tensões já não encontra aplicação. No entanto, existem indicações de que o fator de intensidade de deformações correlaciona adequadamente a propagação da trinca de fadiga (61).

Para ocorrer a falha com tensões inferiores à $\sigma_{\rm F}$, é necessária a existência de trincas iniciais, de tal forma que Δ K > Δ K ₀, para que ocorra a propagação da trinca. Com o crescimento da fissura, a tensão nominal tende a aumentar, conforme indica a curva 1 da figura 5.2. Pode ocorrer no entanto que a trinca cresça um pouco e após venha a parar, pelo fato de encontrar uma região com tensões residuais de compressão, reduzindo Δ σ no extremo da trinca, ou porque chegou a uma região de maior resistência, com Δ K ₀ a um nível mais elevado. A curva 2 da figura 13.2 ilustra a primeira situação descrita.

Para uma tensão alternante superior a $\sigma_{\rm F}$, a solicitação cíclica no material provoca um dano que vai acumulando. Este dano é a nucleação da fissura, que se desenvolve basicamente com tensão constante, no caso aqui considerado. Apenas após o início da propagação é que a tensão nominal passa a crescer, no início lentamente e após mais rápido. No caso da fadiga a alto ciclos, a ruptura final é normalmente frágil, como mostra a curva 3. Para a fadiga a baixo ciclos, a tensão nominal máxima é sempre superior ao limite de escoamento e o período de nucleação da trinca é

sensivelmente reduzido. Isto ocorre porque a deformação plástica nos planos de escorregamento é maior bem como porque a trinca necessária para o início da propagação é de tamanho menor do que no caso da fadiga a alto ciclos. A curva 4 mostra o percurso neste caso. A ruptura final se dá de uma forma geralmente dúctil, logo J_C é o critério da falha final.



Figura 13.2 - Possíveis trajetórias para o crescimento de uma trinca.

A região limitada por $\Delta K = \Delta K_0$ e por $\Delta \sigma = 2 \sigma_F$, fornece uma indicação de quando o corpo de prova, ou a peça, terá vida infinita. Em qualquer outra região do diagrama, o componente terá uma vida finita, com um período de nucleação da trinca e outro período de propagação desta. Neste caso, o projeto será adequado, ou não, dependendo da capacidade do material de resistir a cargas externas, quando fissurado.

13.3 - CONCLUSÕES

No método usual de tratar o problema de fadiga, baseado nos trabalhos pioneiros de Wöhler, a variável de controle que atua sobre o material é a tensão. Neste caso o conceito de tensão limite de fadiga encontra plena justificativa e é a base de todo o estudo. O processo visa dimensionar o componente de modo a impedir a formação de trincas. De uma forma geral o material se comporta elasticamente, com excessão dos pontos onde ocorrem concentração de tensões, de modo que o limite de escoamento do material pode ser ultrapassado. Em componentes isentos de fissuras iniciais e que devem durar indefinidamente, o processo é ainda hoje válido.

Quando a vida do componente é finita, se este for isento de fissuras e a solicitação fornecida em termos de deformações, seja porque o material sofre deslocamentos pré determinados ou porque o registro da solicitação que se tem é de deformação (obtido experimemtalmente por extensômetros), o método de cálculo derivado das equações de Coffin - Manson são de fundamental importância. Dentro do regime elástico não há qualquer diferença substancial em se usar deformações ou tensões mas, no regime plástico, a deformação é uma variável muito mais relevante do que a tensão, pela forma quase horizontal que o diagrama σ - ϵ possui habitualmente. Este aspecto assume importância quando existe a possibilidade de sobrecargas, que levam o material ao escoamento, de uma forma relativamente frequente, de modo que podem provocar a falha por fadiga.

O período de nucleação da trinca é dado aproximadamente pelas equações de Coffin - Manson, enquanto que a mecânica da fratura fornece meios de estudar quantitativamente o período de propagação da fissura. No entando, o processo de nucleação da trinca não está quantificado suficientemente, de forma a ser acoplado efetivamente com a mecânica da fratura e fornecer uma previsão da vida do componente que seja confiável.



Figura 13.3 - Campo de aplicação dos principais métodos de estudo da fadiga.

Resumindo as informações, a figura 13.3 mostra no diagrama de desenvolvimento da trinca, as regiões em que cada método de estudo do problema da fadiga se aplica.

Finalmente, é interessante observar que o processo de nucleação da trinca é, em essência, aleatório e, desta forma, um esforço no sentido de aliar a teoria das discordâncias com conceitos probabilísticos pode apresentar bons resultados, (14; 30). Este raciocínio se baseia no fato de que a dispersão que ocorre em ensaios de fadiga é devido principalmente à grande variação que há no período de nucleação da trinca.

NOMECLATURA

А	 Área; área instantânea da seção transversal
A _f	- Área final da seção transversal do corpo de prova
Α ₀	- Área original da seção transversal do corpo de prova
а	- Tamanho da trinca
a _{eq}	- Tamanho da trinca equivalente
В	 Constante da equação de Basquim, espessura
BJ	- Espessura mínima para um ensaio de J _{IC}
Β _κ	- Espessura mínima para um ensaio de K $_{ m IC}$
B _{máx}	- Espessura máxima onde ocorre um EPT
B _{mín}	- Espessura mínima para assegurar um EPD
BHN	- Dureza Brinell
b	- Dimensão do ligamento; expoente da equação de Basquim; largura
С	 Coeficiente da equação tensão-vida
С	- Coeficiente da equação de Paris
С	- Confiabilidade, flexibilidade
CV	- Energia absorvida no ensaio Charpy
с	- Distância da linha neutra à fibra mais solicitada
с	 Expoente da equação de Coffin-Manson
D	- Diâmetro
D _i	- Diâmetro interno
D ₀	- Diâmetro externo

d	- Diâmetro
d ₀	- Diâmetro inicial
E	- Módulo de elasticidade longitudinal
EPD	- Estado plano de deformações
EPT	- Estado plano de tensões
е	- Espessura
е	- Deformação de engenharia (convencional)
e _f	- Deformação de fratura; elongação
e _x	- Deformação na direção do eixo x
e _y	- Deformação na direção do eixo y
e _z	- Deformação na direção do eixo z
F	- Força; tensão de pico
F _E	- Força de início de escoamento
FL	- Força de colapso plástico
F _{máx}	- Força máxima
F _P	 Força de plastificação da seção
F_{IC}	- Força de ruptura frágil
F _R	- Força de ruptura
G	- Módulo de elasticidade transversal
Н	- Módulo tangente
Ι	- Momento de inércia de área
J	- Momento polar de inércia de área
K _c	- Tenacidade à fratura
K _f	 Fator de concentração de tensão para fadiga
K _{máx}	- Valor máximo de K _I no ciclo de carga
K _N	 Fator de concentração de tensão para vida finita
K _R	- Fator de ruptura
K _t	 Fator teórico de concentração de tensão
K _I	- Fator de intensidade de tensão no modo I
K _{II}	- Fator de intensidade de tensão no modo II
K _{III}	- Fator de intensidade de tensão no modo III
K _{IC}	- Tenacidade fratura em um EPD
${\sf K}_{\sf Iscc}$	- Limite de sensibilidade para corrosão sob tensão
K _σ	- Fator de concentração de tensão, no regime plástico
Kε	- Fator de concentração de deformação, no regime plástico

k	- Fator de forma
k	- Coeficiente de resistência, na curva tensão-deformação estática
k'	- Coeficiente de resistência, na curva tensão-deformação cíclica
k ₁	- Fator de acabamento superficial
k ₂	- Fator de tamanho
k ₃	- Fator de confiabilidade
k ₄	- Fator de temperatura
L	 Fator de restrição da deformação plástica
$\ell_{\rm f}$	- Comprimento final
ℓ_{0}	- Comprimento inicial
ℓ	- Comprimento instantâneo
М	 Constante da equação de Coffin-Manson; momento
Μ _E	- Momento de início de escoamento
ML	 Momento de colapso plástico
М _Р	 Momento de plastificação da seção
M _R	- Momento de ruptura
M _{IC}	- Momento de ruptura frágil
MFEL	- Mecânica da fratura elástica linear
MFEP	- Mecânica da fratura elasto-plástica
m	- Expoente da curva tensão-vida
Ν	- Número de ciclos para falha
N _{tr}	 Número de ciclos de transição
n	- Número de ciclos aplicados
n	 Coeficiente de segurança, ou fator de projeto
n	 Expoente de encruamento estático
n'	- Expoente de encruamento cíclico
n _i	- Número de ciclos aplicados
P _b	- Tensão primária de flexão
P _I	- Probabilidade de interferência
P _m	- Tensão primária de membrana
р	- Pressão
p _m	- Pressão média
Q	 Carga generalizada; fator de intensificação de tensão
Q _E	- Carga generalizada de início de escoamento
Q _F	- Carga generalizada de falha

$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
q- Fator de sensibilidade ao entalheq_s- Fator estático de sensibilidade ao entalheR- Fator de simetria do ciclo; raior- Raio de concordânciar- Coordenada radial em um sistema polarr_E- Raio do núcleo elásticor_p- Raio de plastificação na frente da trincaS- Energia de superfície
q_s- Fator estático de sensibilidade ao entalheR- Fator de simetria do ciclo; raior- Raio de concordânciar- Coordenada radial em um sistema polarr_E- Raio do núcleo elásticor_p- Raio de plastificação na frente da trincaS- Energia de superfície
 R - Fator de simetria do ciclo; raio r - Raio de concordância r - Coordenada radial em um sistema polar r - Raio do núcleo elástico r - Raio de plastificação na frente da trinca S - Energia de superfície
r- Raio de concordânciar- Coordenada radial em um sistema polarr _E - Raio do núcleo elásticor _p - Raio de plastificação na frente da trincaS- Energia de superfície
r- Coordenada radial em um sistema polarr _E - Raio do núcleo elásticor _p - Raio de plastificação na frente da trincaS- Energia de superfície
r E- Raio do núcleo elásticor P- Raio de plastificação na frente da trincaS- Energia de superfície
 r_p - Raio de plastificação na frente da trinca S - Energia de superfície
S - Energia de superfície
T - Torque; temperatura
T _E - Torque de início de escoamento
T _F - Temperatura absoluta de fusão
T _P - Torque de plastificação da seção
t - Espessura; tempo
U - Energia de deformação
U _d - Densidade de energia de distorção
U ₀ - Densidade de energia de deformação
U _r - Módulo de resiliência
U _t - Módulo de tenacidade
u - Deslocamento na direção x
V _R - Coeficiente de dispersão da resistência
V _s - Coeficiente de dispersão da solicitação
VHN - Dureza Vickers
v - Deslocamento na direção y
W - Largura
W _f - Módulo de rigidez flexão
w - Deslocamento na direção z
x, y, z - Eixos cartesianos
lpha - Fração da seção transversal que resiste a tração
β - Ângulo de posição frente da trinca

γ - Deformação cisalhante

γ	- Densidade de energia de superf!cie
δ	- Deslocamento de abertura da trinca
δ*	- Deslocamento de abertura da trinca adimensional
δ_{IC}	- Deslocamento crítico de abertura da trinca
$\Delta \sigma$	- Faixa de variação de tensão
Δε	- Faixa de variação de deformação
$\Delta\epsilon_{e}$	 Faixa de variação de deformação elástica
$\Delta\epsilon_{p}$	 Faixa de variação de deformação plástica
$\Delta\epsilon_{0}$	- Faixa de deformação correspondente tensão limite de fadiga
ΔK	- Faixa de variação de K $_{\rm I}$
ΔK_0	 Limite de sensibilidade para propagação
$\Delta \ell$	- Variação de comprimento, ℓ - ℓ_0
3	- Deformação real
ε _a	- Deformação alternante
8 _E	- Deformação de escoamento
ε _e	- Deformação elástica
ε _f	- Deformação real de fratura
8 _m	- Deformação média
8 _p	- Deformação plástica
ε _r	- Deformação residual
ε ₀	- Deformação inicial, deformação nominal
ν	- Coeficiente de Poisson
ν_{eq}	- Coeficiente de Poisson equivalente
σ	 Tensão real do ensaio de tração
σ_{A}	- Tensão alternante, resistente
σ_{a}	- Tensão alternante, solicitante
σ_{cr}	- Tensão crítica
σ_{cl}	- Tensão de falha por clivagem
σ_{E}	- Tensão limite de escoamento
σ_{e}	- Tensão limite de elasticidade

σ_{eq}	- Tensão equivalente
σ_{F}	- Tensão limite de fadiga do material
$\sigma'_{\sf F}$	- Tensão limite de fadiga da peça
σ_{f}	- Tensão real de fratura
σ_L	- Tensão limite, média entre σ_{E} e σ_{R} .
σ_{M}	- Tensão média, resistente
σ_{m}	- Tensão média, solicitante
$\sigma_{\text{máx}}$	- Tensão máxima na seção ou no ciclo de carga
$\sigma_{\text{mín}}$	- Tensão mínima do ciclo de carga
σ_{N}	- Tensão alternante, para vida de N ciclos
σ_p	- Tensão limite de proporcionalidade
σ_{R}	- Tensão limite de resistência
σ_{R}	- Desvio padrão da resistência
σ_{s}	 Desvio padrão da solicitação
σ_r	- Tensão residual
σ_x	- Tensão normal na direção x
σ_y	- Tensão normal na direção y
σ_z	- Tensão normal na direção z
σ_{IC}	- Tensão de falha para fratura frágil
σ_0	- Tensão nominal
σ_1	- Tensão principal
σ_2	- Tensão principal
σ_{3}	- Tensão principal
τ_{E}	- Tensão cisalhante de início de escoamento
τ_{R}	- Tensão cisalhante limite de resistência
$ au_{máx}$	- Tensão cisalhante máxima
τ_{xy}	- Tensão cisalhante no plano xy