

Capítulo 7

Tensões higrotérmicas

Até o Capítulo 6 consideramos o comportamento mecânico de placas e vigas laminadas sem levar em conta os efeitos de umidade e temperatura. Isto significa considerar que o conteúdo de umidade presente no laminado e sua temperatura na situação de trabalho são os mesmos existentes durante o processo de cura. Entretanto, quando esses fatores são diferentes desenvolvem-se distribuições de tensões e deformações residuais nas lâminas, que se sobrepõem às tensões mecanicamente impostas. Neste capítulo consideramos esses efeitos, estudando primeiramente a situação mais simples de uma viga laminada sob efeito térmico e em seguida detalhando os efeitos higrotérmicos numa placa.

7.1 Deflexão em vigas bímateriais sob efeito térmico

Considere uma viga formada por várias lâminas isotrópicas ou ortotrópicas com as direções principais alinhadas aos eixos xy como mostrado na Figura 7.1, engastada numa das extremidades e com espessura total H . A primeira lâmina tem módulo de elasticidade na direção x de valor E_1 , espessura h_1 e coeficiente de dilatação térmica α_1 . Para a lâmina 2, simplesmente temos E_2, h_2, α_2 , e assim por diante para cada uma das demais N lâminas. Quando o laminado tem apenas duas lâminas, ambas metálicas, tem-se o chamado **bimetal**. Note que, apesar do título da seção, a formulação apresentada a seguir não se restringe a duas lâminas. O caso bilaminar é referido em alguns pontos apenas para facilitar a exposição do material.

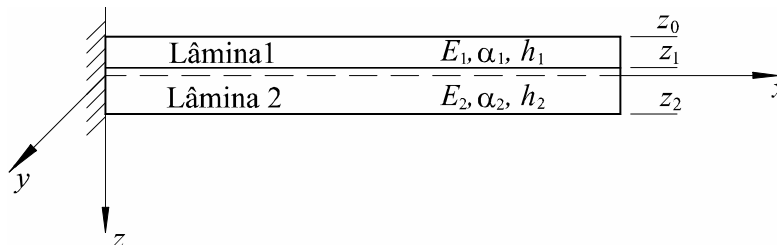


Figura 7.1: Viga composta por lâminas isotrópicas.

Consideremos que, em seu processo de fabricação, a viga tenha sido curada a uma temperatura de cura T_0 , em sua configuração reta mostrada na figura. Caso a viga seja submetida a uma temperatura de trabalho T diferente de T_0 , ela sofrerá, de forma geral, dois tipos de deformações: extensão, isto é, uma variação de comprimento, e flexão. Para obter as expressões referentes aos deslocamentos, usa-se a teoria de vigas de Bernoulli (sem cisalhamento transversal, i.e., com a rotação da normal idêntica à

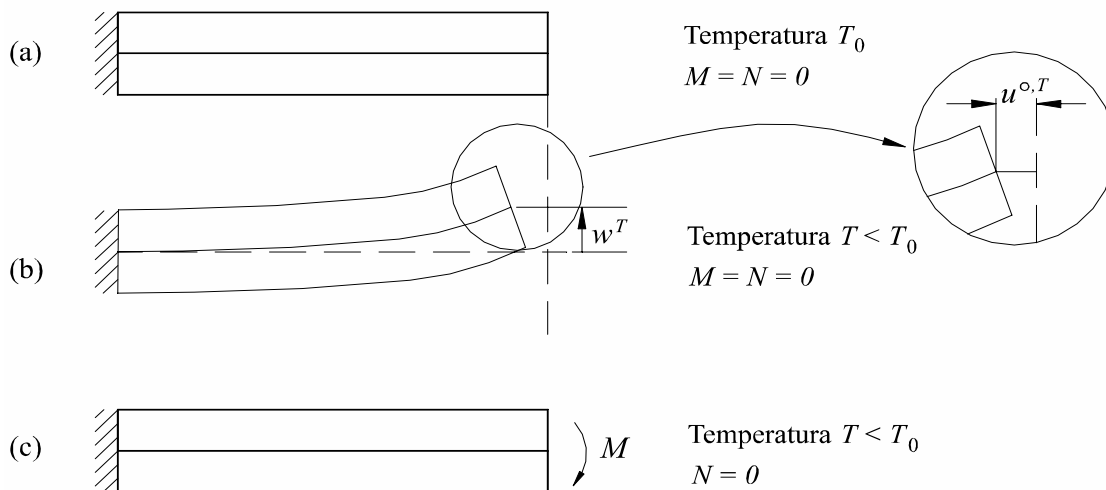


Figura 7.7: Viga pré-deformada do Exemplo 2.

Assim, dada uma viga com certa configuração, representada pelas constantes de rigidez A_v e B_v , dado um certo ΔT que define esforços térmicos N^T e M^T , existe um determinado carregamento M_v que anula a deflexão e que é dado por

$$M_v = \frac{B_v N^T}{A_v} M^T \tag{7.40}$$

7.1.6 Exemplo 3 – Tensões residuais térmicas em viga al-aço-al

Considere uma viga simétrica composta por três lâminas, [alumínio/aço/alumínio] de espessuras idênticas h , em balanço, submetidas a uma diferença ΔT de temperatura trabalho-cura. Estime as tensões residuais térmicas.

Solução:

Este exemplo visa iluminar um tópico comumente mal interpretado. Um laminado simétrico descarregado, sob ação apenas do efeito térmico, possui deflexão térmica transversal nula, porém tensões térmicas residuais não-nulas. De fato, a simetrização impõe restrições ao sistema de forma similar aos efeitos de vínculos nos contornos. O efeito consiste em maximizar as tensões térmicas que, de outra forma, seriam reduzidas caso o laminado fosse livre para se deformar, isto é, se fosse não-simétrico.

Retornemos aos cálculos. De (7.15) e (7.16), os esforços térmicos são ($B_v = 0$ por causa da simetria):

$$N^T = b \Delta T h (2E_{l_1} \alpha_{l_1} + E_{l_2} \alpha_{l_2}), \quad M^T = 0,$$

e de (7.7), a rigidez extensional da viga é $A_v = b h (2E_{l_1} + E_{l_2})$. Os subscritos l_1 e l_2 indicam lâminas 1 e 2, respectivamente. As deformações médias e os deslocamentos vêm de (7.20) como

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^{\circ T} &= \frac{N^T}{A_v}, & u^{\circ T}(x) &= \frac{N^T}{A_v} x, \\ \kappa_x &= 0, & w^T(x) &= 0. \end{aligned}$$

$$\left\{ d\varepsilon^{xT,l_k} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{array} \right\}^{l_k} \Delta T. \quad (7.58)$$

Os coeficientes de dilatação da lâmina α_x , α_y e α_{xy} são obtidos de (7.49).

As tensões térmicas ou residuais na lâmina são (analogamente à eq.(7.24), de vigas):

$$\left\{ \sigma^{xT,l_k}(z) \right\} = \left[\overline{Q}^k \right] \left\{ \varepsilon^{xT,l_k}(z) \right\}, \quad (7.59)$$

que são componentes no sistema $x-y$ de eixos e devem obviamente ser transformadas ao sistema principal antes da aplicação em um critério de falhas para verificação da segurança do laminado sob de ação das tensões residuais.

7.2.2 Tensões mecânicas e efetivas nas lâminas

A deformação total num ponto de uma lâmina genérica sob a ação de carregamento mecânico, medida em relação à configuração em temperatura de cura, é (analogamente à eq.(7.26), para vigas):

$$\left\{ {}_t\varepsilon^{xl_k} \right\} = \left\{ \varepsilon^o \right\} + z_k \left\{ \kappa \right\}, \quad (7.60)$$

onde as deformações generalizadas à direita da igualdade são obtidas resolvendo (7.50) para valores dados de $\{N\}$, $\{M\}$, $\{N^T\}$, $\{M^T\}$ e $[C]$.

A **deformação efetiva** em uma lâmina genérica é (similarmente à eq.(7.27), para vigas):

$$\left\{ \varepsilon^{xl_k}(z) \right\} = \left\{ {}_t\varepsilon^{xl_k}(z) \right\} - \left\{ d\varepsilon^{xT,l_k}(z) \right\}. \quad (7.61)$$

As **tensões mecânicas** numa lâmina genérica são obtidas por

$$\left\{ \sigma^{xl_k}(z) \right\} = \left[\overline{Q}^k \right] \left\{ \varepsilon^{xl_k}(z) \right\}. \quad (7.62)$$

Estas componentes devem ser rotacionadas ao sistema principal de coordenadas, e aplicadas então em um critério de falhas. Lembramos que parte dos valores obtidos são provenientes do carregamento mecânico aplicado e parte constituem tensões térmicas residuais.

As **tensões mecânicas** são obtidas por

$$\left\{ \sigma^{xml_k}(z) \right\} = \left\{ \sigma^{xl_k}(z) \right\} - \left\{ \sigma^{xT,l_k}(z) \right\}, \quad (7.63)$$

e as tensões térmicas à direita vêm de (7.59).

7.3 Cargas de ruptura do laminado

O procedimento de cálculo necessário a uma estimativa do carregamento máximo de um composto laminado está sintetizado no fluxograma das Figuras 7.11 a 7.15. Esse fluxograma é uma generalização do processo de cálculo mostrado no Capítulo 6, Figuras 6.22 a 6.24, página 216, mas aqui incluem-se três diferentes aspectos:

- esforços iniciais $\{N_0; M_0\}$;
- comportamento térmico;
- comportamento higroscópico.

As Figuras 7.9 e 7.10 ilustram os pontos característicos dos diagramas tensão-deformação estimados. Observe que essas figuras são extensões das Figuras 6.21, modificadas para incluir os efeitos térmicos. Tanto no diagrama de esforços quanto no de tensões, aparece inicialmente um segmento associado aos efeitos higrótérmicos. Essa parcela assumirá diferentes valores dependendo da configuração que o laminado possua a cada instante. Isto é, para um dado diferencial de temperatura, a distribuição de tensões será função do nível de dano sofrido pelo laminado, uma vez que devemos considerar que a interação térmica entre as lâminas se altera em presença de rupturas na região, numa certa direção. Assim, após cada falha, estendemos o processo de eliminação de propriedades das lâminas, visto na Seção 6.4.2, página 209, de forma a que ele altere também as constantes de dilatação térmicas e higroscópicas. Tomamos então o seguinte procedimento:

Caso a lâmina falhe pelo modo 1 \rightarrow fazer $\alpha_1 = \beta_1 = 0$,

Caso a lâmina falhe pelo modo 2 \rightarrow fazer $\alpha_2 = \beta_2 = 0$.

Os esforços térmicos devem então ser recalculados após cada falha, assim como as tensões térmicas nas lâminas.

Cada um dos gráficos nas Figuras 7.9 e 7.10 apresenta dois conjuntos de eixos coordenados. O primeiro par de eixos tem a origem na configuração do laminado na temperatura de cura, enquanto o segundo par de eixos mede apenas as tensões mecânicas. Como já comentado, a distância entre as duas origens representa o efeito térmico e tem comprimento diferente após cada falha.

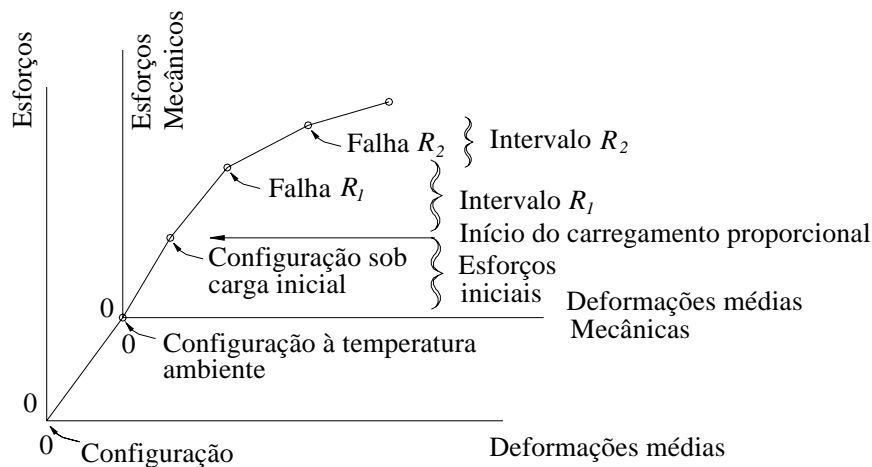


Figura 7.9: Pontos característicos de um diagrama esforço-deformação típico, incluindo carregamento inicial e térmico.

Supõe-se que o carregamento mecânico consiste de uma parcela imutável inicial, sobre a qual um perfil de carga $\{\bar{N}\}$ e $\{\bar{M}\}$ é aplicado e amplificado por um fator de carga até a ruptura final, isto é, o esforço aplicado é dado por

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_0 \\ M_0 \end{Bmatrix} + C_{R_i} \begin{Bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{Bmatrix}.$$

Observe que esta forma permite uma certa flexibilidade na definição do histórico de carga, uma vez que o perfil do carregamento inicial pode ser distinto do perfil de carga sendo amplificado.

O equacionamento mostrado neste capítulo, assim como o fluxograma detalhado das Figuras 7.11 a 7.15, indica apenas os termos térmicos de tensão e de deformação. Como visto no Capítulo 3, a

Capítulo 8

Projeto e análise de vigas laminadas

Um dos elementos estruturais mais importantes, assim como as placas e cascas, são as vigas. O comportamento de vigas isotrópicas homogêneas em flexão foi abordado no Capítulo 5, enquanto o Capítulo 7 tratou brevemente do comportamento de vigas compostas por lâminas isotrópicas sob efeito de dilatação térmica, usando a teoria de Euler-Bernoulli.

Neste capítulo pretende-se dar um tratamento mais abrangente ao tema. Primeiramente, apresentaremos o comportamento mecânico de uma viga delgada (também chamada viga longa) quando a viga tem a forma de uma placa estreita. Neste caso utilizaremos diretamente os resultados obtidos para placas laminadas, vistos no Capítulo 6.

A segunda parte tratará de vigas que não são redutíveis de uma placa. São os casos de vigas em forma de tubos ou outros perfis de paredes finas, abertos ou fechados, submetidos a flexão, tração e torção. Apresentamos algumas formulações aproximativas, que contêm elementos tanto da teoria de resistência dos materiais quanto da teoria de elasticidade.

8.1 Análise de vigas longas de seção plana

Consideramos aqui vigas que são formadas como placas degeneradas, isto é, vigas que têm a forma de uma placa de dimensões $l \times b \times H$, onde l e H são comprimento e altura e a largura b é considerada *pequena*, isto é, não da mesma ordem de grandeza de l . Entretanto, a teoria descrita aqui vai requerer que b seja algumas vezes maior que a espessura H , como ilustrado na Figura 8.1.

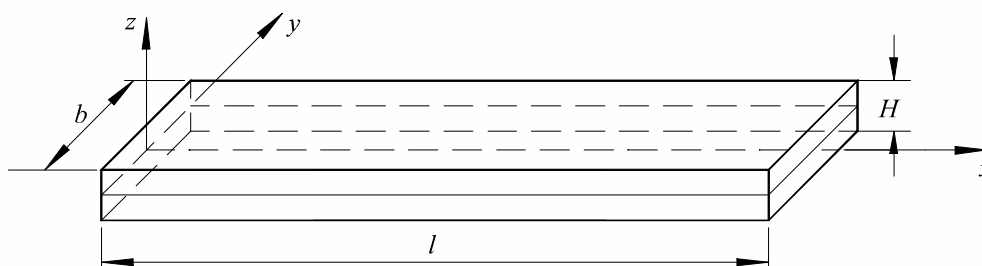


Figura 8.1: Viga laminada plana.

Observa-se que, apesar da semelhança, a resposta obtida por um modelo de viga, isto é, uma placa com b *pequeno*, é diferente da resposta de uma placa real onde b é semelhante a l . Também semelhantes, embora distintas, são as respostas da viga e da placa semi-infinita, $b \rightarrow \infty$, sob flexão

$$\sigma_x^k(z) = \frac{M_v}{b} f_4^k z = \frac{M_v E_x^k}{E_x F I_{yy}} z, \quad \text{para} \quad z_{k-1} \leq z \leq z_k \quad (8.43)$$

8.4 Seções não-planas – Perfis estruturais

Nas seções anteriores foram considerados apenas os casos em que a viga se configurava como uma *placa estreita* com a dimensão *b pequena* em relação ao comprimento, como ilustrado na Figura 8.1. Existe porém uma série de tipos de vigas que não se encaixam neste protótipo: vigas tubulares de seções fechadas arbitrárias, vigas *caixão* de perfil retangular ou circular, e perfis abertos como T, I, [ou [entre outros. Conforme o perfil perde simetria, a resposta da viga torna-se cada vez mais complexa, apresentando acoplamentos entre membrana, flexão e torção de forma ainda mais acentuada que nos casos isotrópicos. Assim, torna-se bastante difícil a descrição do comportamento de certos tipos de viga através de teorias simplificadas de vigas, usando poucas variáveis em formulações unidimensionais. Isto porque o comportamento desse tipo de vigas é mais semelhante ao comportamento de placa, de casca ou mesmo de corpos genéricos tridimensionais. No entanto, é importante ao projetista ter disponíveis algumas ferramentas simples de cálculo que permitam estimativas dos principais parâmetros necessários ao projeto e à análise, ainda que essas estimativas possam ser por vezes grosseiras. Nesse intuito descreveremos a seguir procedimentos para alguns tipos de vigas.

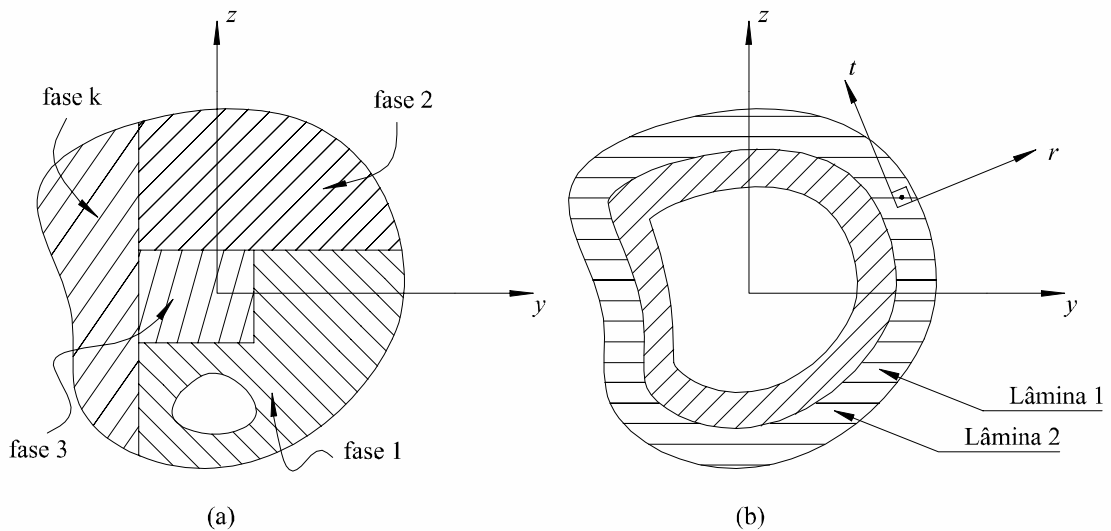


Figura 8.2: Seção sólida com fases não laminadas em (a), e seção tubular fechada laminada em (b).

A Figura 8.2 ilustra dois casos distintos de seções de vigas compostas. No primeiro, a seção é composta por blocos de diferentes materiais numa composição sólida. No segundo caso, a seção é tubular, com paredes delgadas, formada por camadas. Essas camadas podem ser isotrópico-homogêneas ou lâminas ortotrópicas angulares. Neste caso, tanto quanto na Figura 8.1, existem *N* lâminas, agora denominadas também **camadas**, cada uma com espessura *h_k*, com suas próprias propriedades elásticas e orientação *θ_k* em relação ao eixo longitudinal *x*. Consideramos um par de eixos *r-t*, respectivamente nas direções normal e tangencial a cada ponto do laminado, paralelos ao plano *y-z* da seção transversal da viga.

$$\{\sigma^{xl_k}\} \equiv \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_t \\ \tau_{xt} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}^k] [A'] \{N\} \quad (8.85)$$

As componentes σ_t e τ_{xt} são as componentes de tensão normal na direção tangencial e cisalhante no plano $x-t$. Estes eixos são ilustrados na Figura 8.9.

Exemplo 3 – Viga de seção composta assimétrica sólida sob flexão

Considere uma viga com seção transversal composta por duas fases como na Figura 8.10, submetida a um momento fletor $M_v = 10^7 \text{ Nmm}$ na direção y . (Esse momento corresponde a uma carga concentrada de 10 kN centrada numa viga biapoiada de 4 m de comprimento.) As fases são de aço e madeira, consideradas isotrópicas e homogêneas. Determine as tensões máximas em cada fase. As propriedades do aço são $E_{\text{aço}} = 210 \text{ GPa}$ e $\nu_{\text{aço}} = 0,3$, e da madeira, $E_{\text{mad}} = 11 \text{ GPa}$ e $\nu_{\text{mad}} = 0,33$.

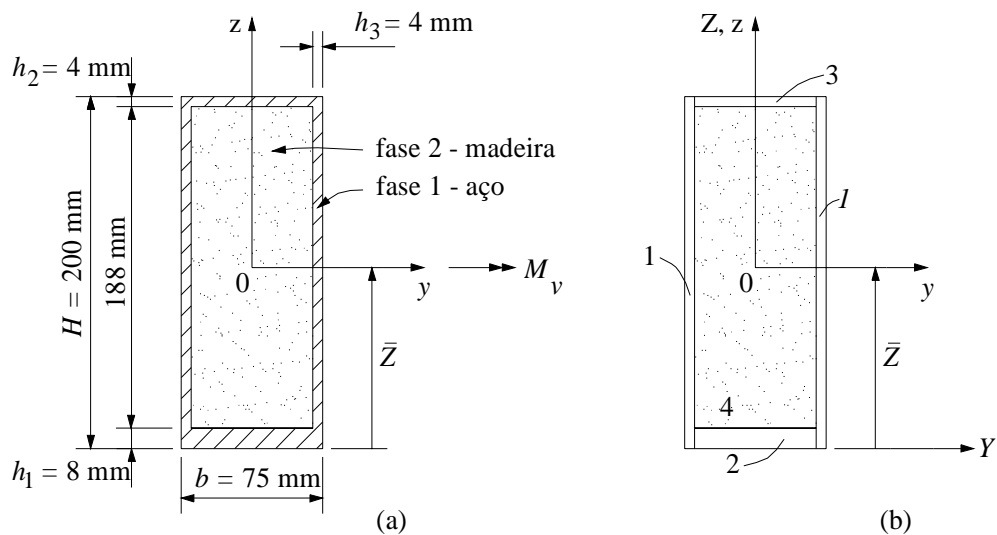


Figura 8.10: Seção transversal de viga sob flexão, composta por duas fases homogêneas.

Solução:

Podemos usar aqui a formulação representada pelas eqs.(8.46), e (8.62)–(8.68). Primeiramente, cabe determinar a posição dos eixos principais $y-z$ da seção. Como a seção é simétrica em relação ao eixo vertical, basta determinar a posição \bar{Z} do centróide, como indicado na Figura 8.10. Esta determinação é feita com o auxílio de (8.70), como segue. Dividimos a seção nas quatro regiões retangulares ilustradas na Figura 8.10b, de forma a permitir os cálculos. As áreas de cada região são

$$\begin{aligned} A_1 &= 2 \times 4 \times 200 = 1.600 \text{ mm}^2, & A_3 &= 67 \times 4 = 268 \text{ mm}^2, \\ A_2 &= 8 \times 67 = 536 \text{ mm}^2, & A_4 &= 67 \times 188 = 12.596 \text{ mm}^2, \\ & & A_{\text{aço}} &= 2.431 \text{ mm}^2. \end{aligned}$$

$$\bar{Z} = \frac{E_{\text{aço}} [2 \times A_1 \times 100 + A_2 \times 4 + A_3 \times 198] + E_{\text{mad}} [A_4 \times 102]}{E_{\text{aço}} A_{\text{aço}} + E_{\text{mad}} A_4}$$

Note que os índices usados nas tensões foram x - z , que correspondem ao plano de aplicação das tensões na face $y = +20$ mm da barra. As componentes σ_x nas lâminas 1 e 2 são esboçadas na Figura 8.12. As tensões na lâmina 3 são supostas idênticas às da lâmina 1 em virtude da pequena espessura da parede, condição necessária à formulação apresentada.

8.6 Torção de eixos

Consideramos aqui diversas aproximações a serem utilizadas dependendo do tipo de eixo. Para seções circulares axi-simétricas, podem-se usar as premissas simples da resistência dos materiais, uma vez que as deformações podem ser consideradas como variando linearmente ao longo do raio, como nos eixos isotrópico-homogêneos de seção circular. Eixos com seções tubulares fechadas de paredes finas de formato arbitrário podem ser simulados usando algumas hipóteses simplificativas inspiradas nas teorias lineares de torção de eixos isotrópicos. Outros casos, como eixos de seções fechadas de parede espessa, eixos de seções abertas, perfis como I ou T e vigas laminadas de seção retangular plana, parecem não admitir simulação por fórmulas simples, a menos que se usem fatores de correção.

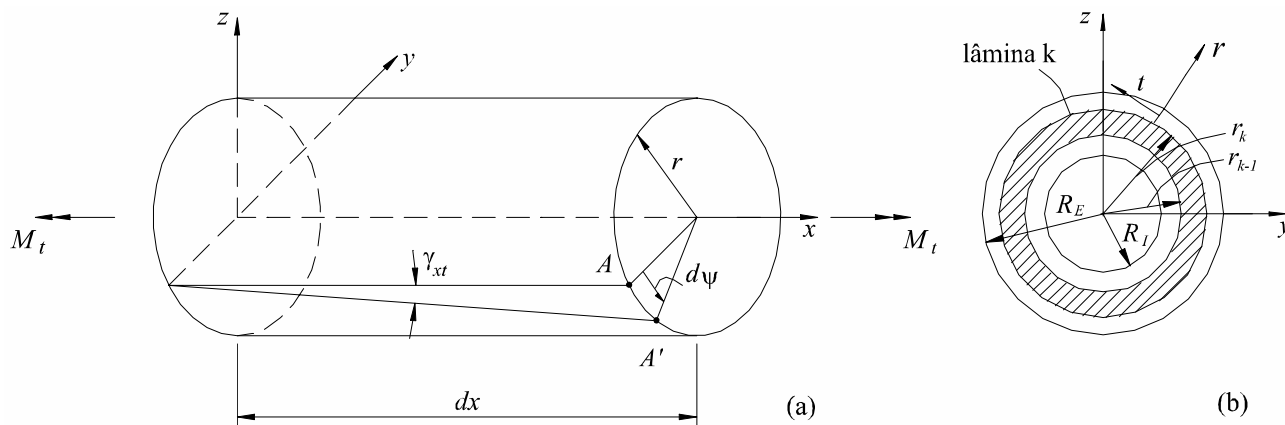


Figura 8.13: Elementos de um eixo composto sob torção. R_l e R_e são os raios interno e externo da seção; r_{k-1} e r_k , os raios interno e externo da lâmina genérica k .

8.6.1 Torção de barras de seção circular

Consideramos aqui a seção circular com camadas uniformes de espessura, propriedades e orientações constantes. **Uma restrição fundamental na formulação desenvolvida nesta seção é a de que as camadas devem ser concêntricas, como na Figura 8.13b e de materiais isotrópicos ou ortotrópicos com as direções principais alinhadas nas direções axiais x e tangencial t da barra.** Cada camada é modelada apenas pelo seu módulo de elasticidade individual G_{xt}^k , sem levar em conta nenhum efeito de acoplamento. Aparentemente, a formulação poderia ser usada para lâminas angulares, através do uso de G_{xt}^k obtido a partir das fórmulas (4.61), página 97. Entretanto, os resultados obtidos neste caso podem apresentar erros que atingem até 400%. **Entretanto, a presente formulação permite a modelagem adequada de eixos de paredes espessas ou mesmo barras maciças.** A formulação é uma extensão da teoria clássica de torção de barras de seção circular homogêneo-isotrópica da resistência dos materiais. Considera-se que as deformações e tensões variam linearmente ao longo do raio da seção. (O próximo tópico apresenta o tratamento

As tensões em cada lâmina variam linearmente com o raio e são dadas por (8.97):

$$\tau_{xt}^{l_1} = \tau_{xt}^{l_3} = \frac{M_t G_{xt}^{l_1}}{G_{xt} J} r = \frac{60.000 \times 7,6}{6,3 \times 510.000} r = 0,142 r,$$

$$\tau_{xt}^{l_2} = \frac{M_t G_{xt}^{l_2}}{G_{xt} J} r = \frac{60.000 \times 3,8}{6,3 \times 510.000} r = 0,0707 r.$$

As tensões nas superfícies médias de cada camada são obtidas para os respectivos raios médios $\bar{r}_1 = 29$ mm, $\bar{r}_2 = 30$ mm e $\bar{r}_3 = 31$ mm, o que resulta

$$\tau_{xt}^{l_1} = 4,12 \text{ MPa}, \quad \tau_{xt}^{l_2} = 2,12 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad \tau_{xt}^{l_3} = 4,40 \text{ MPa}.$$

8.6.2 Torção de tubos de seção fechada de paredes finas

A seção da viga considerada é aquela esboçada na Figura 8.14a. É uma parede formada por uma curva fechada simples com espessura constante ao longo da direção tangencial t . A parede é formada por camadas de espessura constante h_k e propriedades elásticas também constantes ao longo da direção tangencial t .

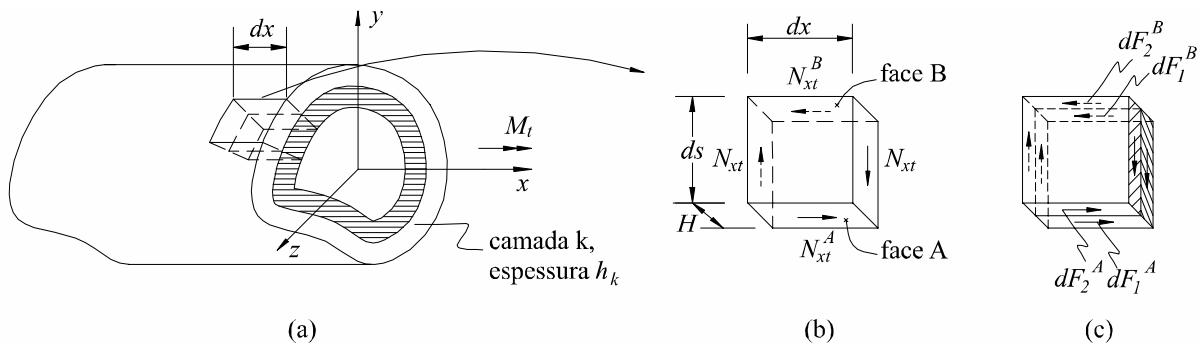


Figura 8.14: Torção em tubos de seção transversal fechada de parede fina.

Uma restrição fundamental nesta formulação é a de que as camadas sejam ou isotrópicas ou ortotrópicas, com as direções principais alinhadas nas direções axial x e tangencial t do eixo. Todo tipo de acoplamento de propriedades de material e interação entre as camadas é ignorado. (Tubos com camadas ortotrópicas angulares são tratados na próxima seção, numa formulação que tem esta como caso particular. Entretanto, a presente formulação permite uma computação mais simples dos resultados.)

Consideremos inicialmente o elemento volumétrico de dimensões diferenciais cortado como na Figura 8.14b, com dimensões $dx \times ds \times H$. Os esforços provenientes da torção podem ser considerados como sendo apenas os esforços coplanares de cisalhamento N_{xt} indicados na Figura 8.14b. Observe que, se a espessura é uniforme, o equilíbrio de forças na direção x implica que as forças tangenciais nas faces A e B, indicadas na Figura 8.14b, devem ser idênticas, isto é, N_{xt} **não varia ao longo da direção tangencial da seção**. Observe que essa condição é a mesma hipótese usada para torção de tubos fechados de paredes finas de material homogêneo-isotrópico, vista por exemplo em Timoshenko [170]. Naquele caso essa hipótese era suficiente para produzir uma solução aproximativa do problema. Já no caso atual de tubos laminados, precisamos estender um pouco mais a aproximação.

Capítulo 9

Estruturas-sanduíche

As placas chamadas sanduíche constituem um tipo especial de laminado, composto por três itens principais: duas camadas externas, finas, chamadas **faces** e uma camada interna, espessa, chamada **núcleo**. A função das faces é a de suportar tensões normais de tração, compressão ou cisalhamento coplanar, associadas à flexão da placa, como ilustrado na Figura 9.1. Uma das funções do núcleo é manter o afastamento das faces, garantindo um alto momento de inércia, de forma análoga à alma de uma viga de perfil I. O núcleo deve ter uma rigidez na direção perpendicular às faces tal que o esmagamento seja evitado. Também sua rigidez ao cisalhamento transversal deve ser grande o suficiente para garantir que o conjunto funcione como uma unidade. Uma vez que as tensões normais na região central de uma placa flexionada são bastante pequenas, o núcleo pode ser constituído por uma série de materiais e formas construtivas bastante leves. As principais **formas construtivas** dos núcleos são, por exemplo:

- | | |
|--|--------------|
| • colméias; | • madeira; |
| • espumas formadas por plásticos expandidos; | • plásticos. |
| • corrugados; | |

Os corrugados mais conhecidos são aqueles vistos no núcleo de papelão comum usado em embalagens, onde duas folhas de papel servem de face e uma folha corrugada é usada como núcleo. Outros tipos comuns de sanduíches são as portas e divisórias de escritórios e móveis. Os materiais usados em corrugados e colméias vão de papel e papelão até algodão, tecidos têxteis impregnados e lâminas de

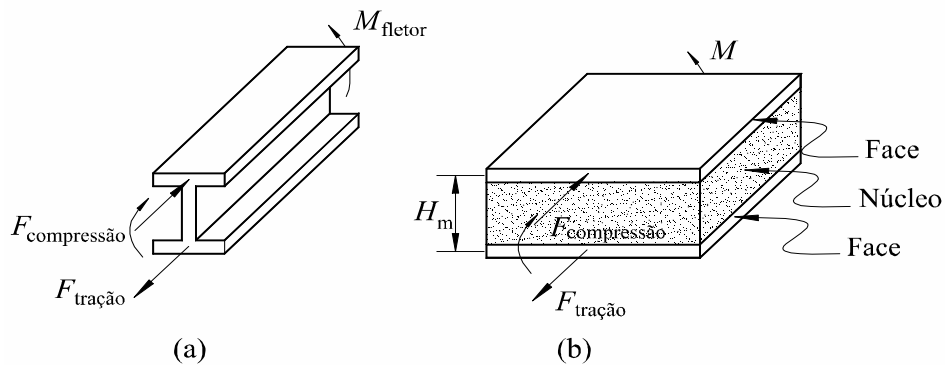


Figura 9.1: Analogia entre viga I em (a), e placa sanduíche em (b).

9.2 Adesivos e construção de painéis-sanduiche

A Figura 9.3 ilustra uma vista explodida de um painel-sanduiche de colméia. Para outros tipos de núcleo a composição e o processo de fabricação são similares.

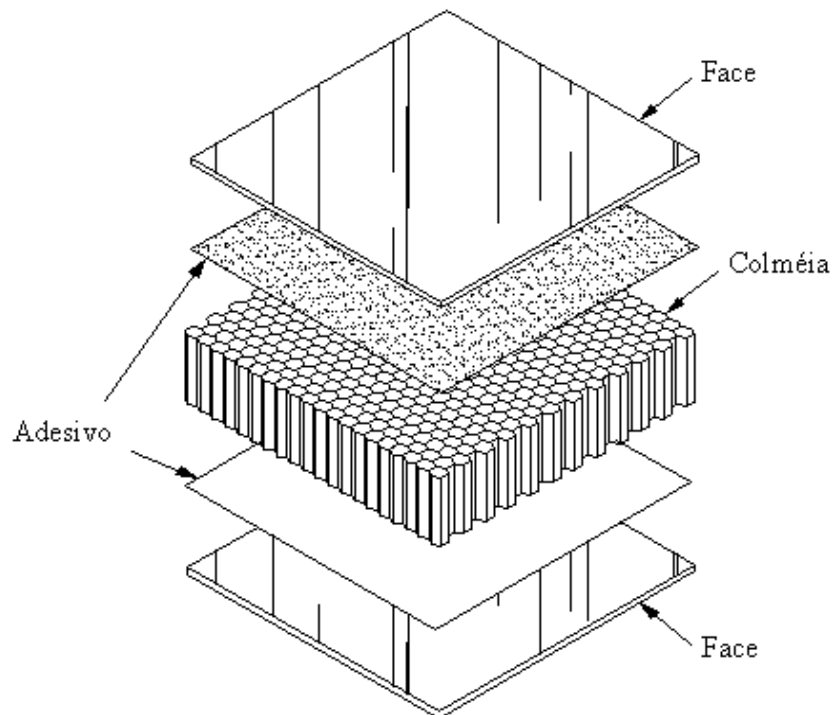


Figura 9.3: Vista explodida de um painel-sanduiche de colméia.

As etapas principais de construção são as seguintes:

- preparação das ferramentas ou moldes, em gesso ou polímero, que serão posteriormente usadas para comprimir o conjunto;
- usinagem do núcleo, para produzir o perfil requerido de espessuras, uma vez que o painel não é necessariamente de faces planas e paralelas; o conjunto é posicionado sobre uma das ferramentas preparadas no item 1.
- alguns adesivos liberam um volume excessivo de gases antes da cura. Nesses casos pode ser necessário prover escape para os gases;
- o adesivo é aplicado. Adesivos são disponíveis em diversas **formas**, como líquidos, pastas, pós e filmes. A **aplicação** pode ser feita por *spray*, por rolo ou espátula, além de outras formas manuais. Em caso de núcleo ou faces metálicas, aplicar um **primer anticorrosivo** (por exemplo, a empresa Hysol produz o EA 9205 e o EA 9210, baseados em solventes, e o EA 9289, baseado em água, e a American Cyanamid produz o BR 127);
- o conjunto é selado usando um saco de náilon, mylar ou borracha;

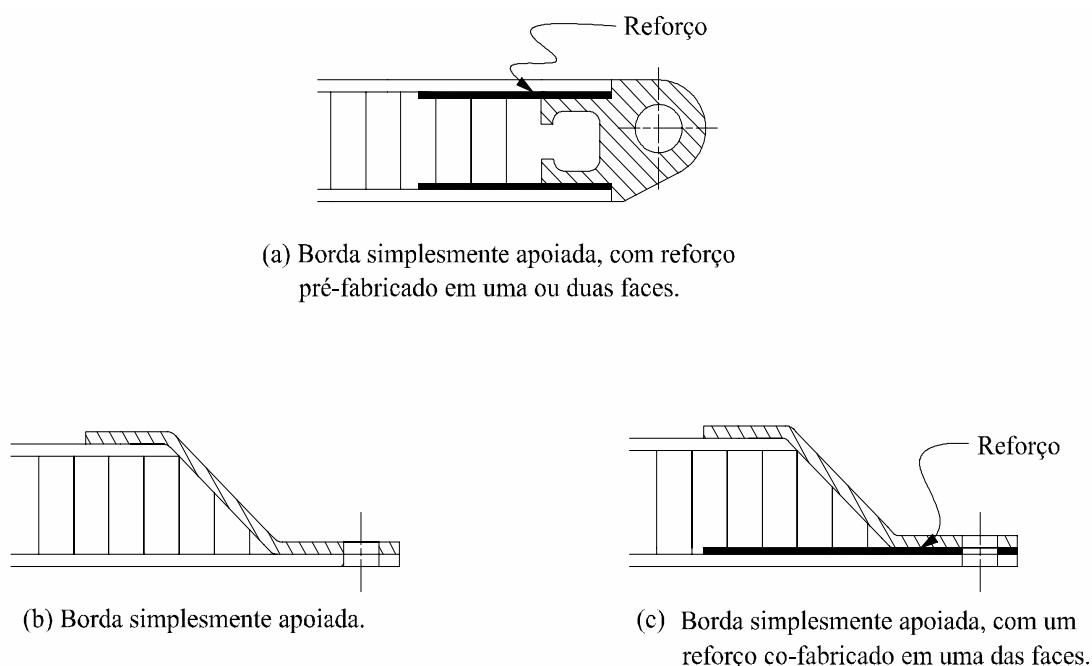


Figura 9.8: Apoios que aproximam bordas simplesmente apoiadas. [27].

nas faces, os dispositivos co-fabricados são ainda mais caros que os pós-fabricados, porque freqüentemente requerem uma operação extra, o fresamento no núcleo, para permitir o encaixe do dispositivo de fechamento. Isto pode ser visto, por exemplo, nas Figuras 9.7. Isto significa que, aparentemente, estes dispositivos não apresentam vantagens. Mas existe uma situação em que eles não representam acréscimo de trabalho e custo. É o caso de painéis curvos, ou trapezoidais em que geralmente não se usa a prensa aquecida, mas uma cura em autoclave ou em membrana sob vácuo aquecida em forno. Neste caso precisa-se de uma ferramenta especial para dar a curvatura necessária ao painel, de forma que as alterações necessárias para permitir a colocação de um dispositivo de fechamento co-fabricado possam ser feitas com pouco trabalho extra. Pode-se então usar os fechamentos externos da Figura 9.6.

Observe que os fechamentos externos representam irregularidades geométricas na superfície do painel. Em algumas situações isto pode ser altamente indesejável, como no caso do painel em região de escoamento de gás ou líquido. Nestes casos, novamente, os fechamentos co-fabricados, internos, são necessários independentemente do custo. Para melhor distribuição dos esforços na borda, é aconselhável que a extensão da largura do dispositivo seja da mesma ordem de grandeza da espessura do painel, como ilustrado na Figura 9.7.

Observe que a colagem de dispositivos internos exige uma aderência do dispositivo tanto com a colméia quanto com as faces, como ilustrado na Figura 9.7. Isto exige uma usinagem com tolerâncias bastante pequenas. Uma forma de contornar este problema é com o uso de adesivos em forma de espuma.

Vinculações no contorno

Os fechamentos vistos nas Figuras 9.6 e 9.7 têm, quase todos, a utilidade de permitir a vinculação do painel a uma superestrutura ou a outros painéis. O tipo de vínculo obtido pode ser totalmente

Tabela 9.5: Propriedades de alguns tipos de colméias de resina reforçada. Ver o significado das abreviações, variáveis e unidades na tabela anterior.

| c | h_c | ρ_n | Compressão na direção T | | | | Cisalhamento transversal | | | |
|----------------------------|---------------|--------------------------------|-------------------------|------------|-----------|-------|--------------------------|----------|----------|----------|
| | | | Z_c | Z_c | Z_{esm} | E_t | S_{LT} | G_{LT} | S_{WT} | G_{WT} |
| mm | μm | $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ | não-estabiliz. | estabiliz. | | mód. | resist. | mód. | resist. | mód. |
| (pol.) | | | méd/mín | méd/mín | méd | méd | méd/mín | méd | méd/mín | méd |
| Colméia de vidro/fenólico | | | | | | | | | | |
| 4,8 | | 65 | 3,5/3,0 | 4,0/3,5 | | 400 | 2,0/1,5 | 90 | 1,0/1,0 | 50 |
| (3/16") | | 110 | 8,0/6,0 | 9,0/7,0 | | 1.000 | 4,5/3,5 | 210 | 2,5/2,0 | 100 |
| | | 200 | 1,6/12,5 | 18,0/14,0 | | 1.800 | 7,0/5,5 | 350 | 5,0/4,0 | 200 |
| 6,4 | | 50 | 2,9/2,0 | 3,0/2,9 | | 300 | 2,0/1,0 | 70 | 1,0/0,8 | 35 |
| (1/4") | | 80 | 5,0/4,0 | 6,0/4,5 | | 600 | 3,0/2,0 | 140 | 1,5/1,0 | 70 |
| | | 100 | 7,0/6,0 | 8,0/6,5 | | 850 | 4,0/3,0 | 170 | 2,5/2,0 | 90 |
| 9,5 | | 35 | 1,0/1,0 | 1,0/1,0 | | 90 | 1,0/0,5 | 40 | 0,5/0,5 | 20 |
| (3/8") | | 70 | 4,0/3,0 | 5,0/4,0 | | 450 | 2,0/2,0 | 100 | 1,5/1,0 | 60 |
| | | 130 | 10,0/7,0 | 10,0/8,0 | | 1.050 | 5,0/4,0 | 190 | 3,0/2,5 | 130 |
| Colméia de vidro/poliéster | | | | | | | | | | |
| 4,8 | | 70 | 3,0/2,5 | 4,0/3,5 | | 550 | 2,0/1,5 | 100 | 1,0/0,5 | 35 |
| (3/16") | | 150 | 12,0/10,0 | 12,0/9,0 | | 1.250 | 3,5/2,5 | 140 | 2,0/1,5 | 50 |
| 6,4 | | 65 | 3,0/2,0 | 4,0/3,0 | | 470 | 1,5/1, | 90 | 1,0/0,6 | 40 |
| (1/4") | | 130 | 10,0/7,0 | 11,0/7,0 | | 1.100 | 3,0/2,0 | 130 | 1,5/1,0 | 50 |
| 9,5 | | 40 | 1,5/1,0 | 2,0/1,5 | | 340 | 1,0/2,0 | 70 | 0,5/0,5 | 30 |
| (3/8") | | 70 | 3,0/2,5 | 4,0/3,5 | | 550 | 2,0/1,5 | 100 | 1,0/0,5 | 40 |

As componentes das forças associadas na direção β são, respectivamente,

$$F_2 = \frac{lG_{ch}ah_c}{H_n} \cos^2(\alpha - \beta), \quad F_3 = \frac{lG_{ch}ah_c}{H_n} \cos^2(\alpha + \beta). \quad (9.11)$$

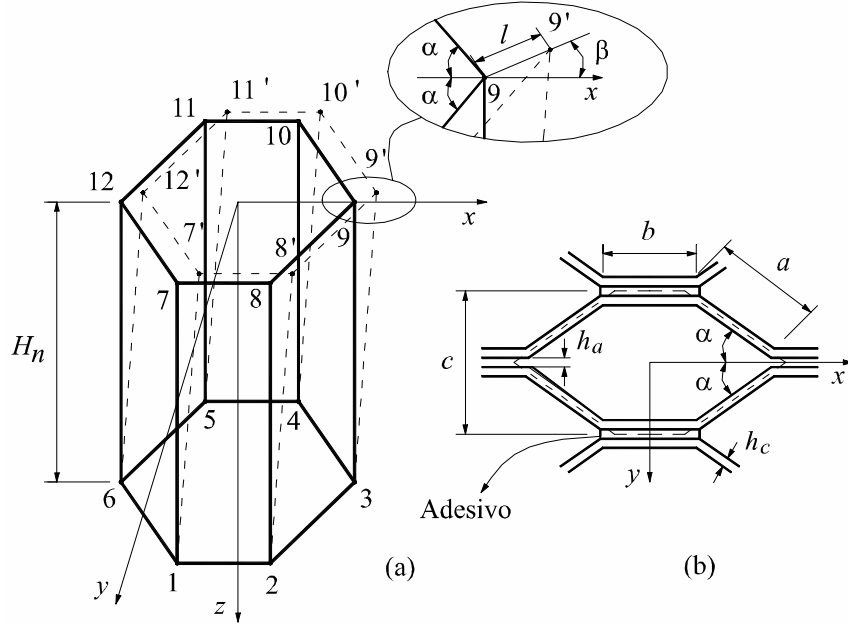


Figura 9.20: Parametrização de uma célula e idealização do campo de deslocamentos [50].

A tensão cisalhante média sobre a célula como um todo na direção β é

$$\tau_\beta = \frac{F}{A} = \frac{F_1 + F_2 + F_3}{A}. \quad (9.12)$$

A é a área média do hexágono da célula, definida pela linha tracejada na Figura 9.20b. Substituindo as expressões das forças,

$$\tau_\beta = \frac{2lG_{ch}bh_c}{H_n A} \left[\cos^2 \beta + \frac{a}{2b} (\cos^2(\alpha - \beta) + \cos^2(\alpha + \beta)) \right]. \quad (9.13)$$

Uma vez que a área do hexágono é

$$A = 2ab \sin \alpha \left(1 + \frac{a}{b} \cos \alpha \right), \quad (9.14)$$

a tensão será

$$\tau_\beta = \frac{lG_{ch}h_c}{aH_n} \left[\frac{\cos^2 \beta + \frac{a}{2b} (\cos^2(\alpha - \beta) + \cos^2(\alpha + \beta))}{\left(1 + \frac{a}{b} \cos \alpha \right) \sin \alpha} \right]. \quad (9.15)$$

A deformação cisalhante sofrida pela célula como um todo associada ao deslocamento inicial l aplicado na direção β é $\gamma = l/H_n$. Pode-se então usar (9.15) numa relação constitutiva linear do tipo $\tau_\beta = G_\beta \gamma$ e obter uma expressão para o **módulo cisalhante equivalente da colméia** como

Capítulo 10

Projeto de placas-sanduíche

Numa placa de material composto por lâminas reforçadas por fibras existem parâmetros que devem ser especificados pelo projetista: propriedades ortotrópicas de cada lâmina, a seqüência das lâminas, suas orientações, espessuras e a quantidade dessas lâminas. Para uma placa-sanduíche o número de parâmetros pode ser maior: além dos anteriores é necessário ainda especificar as propriedades no núcleo e sua espessura, que determina o afastamento entre as faces e a espessura de cada face. Para facilitar o processo, alguns procedimentos simplificados de cálculo têm sido usados. São procedimentos não tão precisos quanto as teorias desenvolvidas ou referenciadas nos capítulos seguintes. São procedimentos geralmente baseados em fórmulas simples e argumentos como os usados na “resistência dos materiais” tradicional. São portanto métodos recomendados para uma **estimativa inicial de dimensões**, para um **anteprojeto do componente**. Dependendo da responsabilidade do componente, ele pode ser diretamente construído, posto em testes, ou pode ter aquelas dimensões usadas numa modelagem mais sofisticada através de um método como o de elementos finitos, por exemplo.

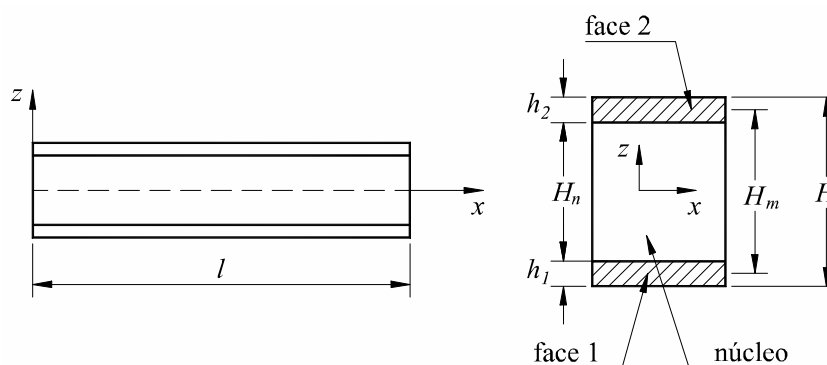


Figura 10.1: Nomenclatura usada numa viga-sanduíche.

Uma vez que existem vários parâmetros, é interessante estabelecer alguns deles, ou uma relação entre eles. De forma simplificada, o projeto tem as seguintes etapas:

- *primeira etapa:* as propriedades das faces e do núcleo são arbitradas;
- *segunda etapa:* as espessuras de cada face, h_1, h_2 , e do núcleo, H_n , são obtidas.

10.1.4 Correção da área para a deformação cisalhante

Consideremos o desenvolvimento mostrado na Seção 8.8.2 e na Figura 8.21, página 317, que ilustra a decomposição do deslocamento de uma viga em suas parcelas de flexão pura $w_f(x)$ e de cisalhamento $w_c(x)$ conforme (8.158). Para a viga homogênea ilustrada, o ângulo formado pela curva $w_c(x)$ é igual à deformação cisalhante γ_{xz} da seção, conforme (8.163). No caso da viga-sanduiche, aquela relação ainda pode ser usada, uma vez que ela produz uma deformação média sobre toda a seção. Para o sanduiche, porém, é possível refinar um pouco a aproximação, uma vez que o cisalhamento é desenvolvido preponderantemente no núcleo. **Esta correção é mais útil no caso em que as faces não possam ser consideradas finas, mas sim espessas.** Desta forma, consideremos o esquema para as deformações cisalhantes de um sanduiche visto na Figura 10.3.

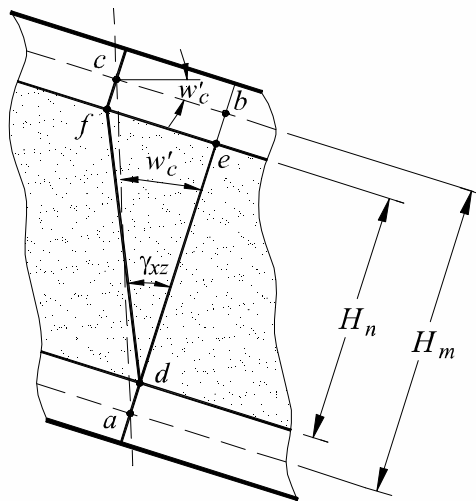


Figura 10.3: Deformação cisalhante de uma viga-sanduiche com faces espessas. dw_c/dx é definido pelo triângulo abc , e γ_{xz} pelo triângulo efg .

Graças à baixa rigidez do núcleo, o cisalhamento é mais pronunciado nele que nas faces. Em (10.19) está implícito que γ_{xz} se desenvolveria entre os centróides das faces, o triângulo abc da Figura 10.3. Mas nessa figura observamos que uma melhor aproximação para γ_{xz} quando as faces são espessas é o triângulo def .

Temos que os segmentos \overline{bc} e \overline{ef} são dados por

$$\overline{bc} = H_m \frac{dw_c}{dx}, \quad \overline{ef} = H_n \gamma_{xz}. \quad (10.21)$$

Considerando que $\overline{bc} = \overline{ef}$, e usando (10.19),

$$\boxed{\frac{dw_c}{dx} = \gamma_{xz} \frac{H_n}{H_m} = \frac{Q}{G_{xz} b H_m} \frac{H_n}{H_m} = \frac{Q}{G_{xz} A_s}, \quad \text{com} \quad A_s = \frac{b H_m^2}{H_n}} \quad (10.22)$$

A_s é uma área de deformação cisalhante para vigas-sanduiche de faces espessas. O produto $G_{xz} A_s$ é a rigidez cisalhante do sanduiche. Se denominarmos A_n como a área verdadeira do núcleo, $A_n = b H_n$, podemos ver que

10.5 Minimização de peso com momento fletor dado

Procuramos agora as dimensões da placa de tal forma a minimizar a massa total, dadas as propriedades de cada componente, sob a restrição de que a placa deve suportar um **momento fletor** M_x **dado** [104]. Consideramos o caso de **faces idênticas**, tal que

$$M_x = \sigma_f H_m h_f, \quad (10.65)$$

onde σ_f é a tensão numa face, h_f é a espessura de cada face e H_m , a distância entre os centros das faces. A expressão (10.65) é então a restrição do problema de minimização e a função objetivo é a massa da placa dada por

$$m_c = 2\rho_f h_f + \rho_n H_m. \quad (10.66)$$

Aqui é possível resolver o problema por substituição. Eliminamos a espessura da face h de (10.65) em (10.66), obtendo

$$m_c = \frac{2\rho_f M_x}{\sigma_f H_m} + \rho_n H_m. \quad (10.67)$$

Diferenciando m_c em relação a H_m obtém-se

$$\boxed{H_m = \left(\frac{2\rho_f M_x}{\sigma_f \rho_n} \right)^{1/2}, \quad h_f = \left(\frac{\rho_n M_x}{2\rho_f \sigma_f} \right)^{1/2}} \quad (10.68)$$

A relação entre a massa do núcleo e a massa total é

$$\frac{m_n}{m_c} = \frac{\rho_n}{2\rho_f \frac{h_f}{H_m} + \rho_n}.$$

De (10.68),

$$\frac{h_f}{H_m} = \frac{\rho_n}{2\rho_f}, \quad (10.69)$$

e conseqüentemente,

$$\boxed{\frac{M_n}{M} = \frac{1}{2}} \quad (10.70)$$

O valor da tensão σ_f na face pode ser feito igual a um valor limite de tensão, como por exemplo a tensão relacionada à carga de flambagem local ou uma fração da tensão limite de escoamento.

10.6 Rotina de cálculo para sanduíches

Apresentamos a seguir um roteiro das principais etapas no processo de projeto de vigas e placas-sanduiche retangulares. O leitor não terá dificuldades em fazer as adaptações necessárias ao projeto de painéis não-retangulares ou mesmo cascas. Nesses casos, freqüentemente as tensões e deslocamentos usados nas diversas etapas são obtidos pelo método de elementos finitos.

ETAPA 1 – Viga ou placa?

Caso o painel seja apoiado apenas por duas bordas opostas, é necessário decidir se ele poderá ser analisado com as fórmulas de viga, de placa infinita sob flexão cilíndrica ou de placa retangular finita. Uma decisão aproximada pode ser tomada com base nos resultados de placas isotrópicas vistos na Seção 5.7, página 160:

$$\frac{b}{a} \lesssim 0,3 \longrightarrow \text{comportamento de viga,}$$

$$\frac{b}{a} \gtrsim 0,8 \longrightarrow \text{placa infinita sob flexão cilíndrica.}$$

Sem dúvida, componentes apoiados por mais de duas bordas devem ser analisados como placas.

ETAPA 2 – Carregamentos

Identificar os carregamentos aplicados, se de flexão ou compressão. Buscar uma adaptação dos carregamentos aos tipos disponíveis nas ferramentas simplificadas de cálculo em uso. O uso de carregamentos mais complexos, próximos da situação real, fica para as etapas seguintes de análise, com o uso do método de elementos finitos, por exemplo.

Os carregamentos para os quais apresentamos solução de forma simples são os seguintes:

- q_o – carga distribuída uniforme por unidade de área sobre placa simplesmente apoiada;
- p_o – carga distribuída uniforme por unidade de comprimento de viga;
- F – carga concentrada transversal ou compressiva em viga.

ETAPA 3 – Definir os materiais das faces e do núcleo

Faces iguais ou diferentes? Isotrópicas e homogêneas? Laminadas? Núcleo isotrópico de espuma, laminado, de colméia ou corrugado?

ETAPA 4 – Propriedades elásticas

Identificar E_x^f e ν_{xy}^f nas faces. Em caso de faces laminadas, o módulo equivalente E_x^f na face é obtido usando os procedimentos indicados em (10.25). Observe que se ignora o efeito de acoplamento membrana-flexão. Observe também que, no caso de faces laminadas, esta etapa não pode ser completamente dissociada da Etapa 5, uma vez que o cálculo do módulo equivalente E_x^f da face depende das espessuras das lâminas (exceto no caso de laminado com lâminas idênticas). Neste caso deve-se partir de um valor estimado para E_x^f para o início dos cálculos. Os valores da Tabela 9.8, página 339, podem ser usados como estimativa em caso de se usarem laminados pré-fabricado nas faces.

Se forem disponíveis ferramentas computacionais de cálculo para sanduíches com faces ortotrópicas, será necessário também definir ν_{xy}^f , E_y^f e G_{xy}^f para as faces.

Identificar E_x^n , E_y^n , ν_{xy}^n , G_{xz}^n e G_{yz}^n do núcleo. Caso seja de colméia, pode-se usar a notação G_{WT} e G_{LT} como na Figura 10.5. Pode-se usar dados de fabricante ou estimar as propriedades usando as Tabelas 9.4 e 9.5, página 339. A formulação analítica disponível para o pré-cálculo permite apenas núcleos com as direções principais paralelas aos eixos x e y . Caso o núcleo seja de corrugado, usar dados do fabricante ou estimar as propriedades usando a Seção 6.6. Caso o núcleo seja de **espuma**, usar dados do fabricante ou estimar as propriedades da Tabela 9.7, página 346.

ETAPA 4a – Propriedades de resistência

Identificar para as **faces**: resistências a tração e compressão X_t e X_c na direção x (ou W , conforme a Figura 10.5), e Y_t e Y_c na direção y (ou L). Usar por exemplo os dados da Tabela 9.8, página 339.