

ANAI S



COBEM 79

V CONGRESSO BRASILEIRO DE
ENGENHARIA MECANICA

CAMPINAS, 12-13-14 e 15

DEZEMBRO 1979

PROCEEDINGS

TRABALHO DE PESQUISA
RESEARCH PAPER

N.º

D-19

P. P. 267 - 276

MODELOS PARA ESTIMATIVA DA CONFIABILIDADE
USANDO A TEORIA DA INTERFERÊNCIA

Edison da Rosa

Prof. Assist. - Centro Tecnológico
CT/UFSC - Florianópolis - SC - Brasil

SUMÁRIO

A partir dos conceitos da teoria da interferência de duas populações, através de uma generalização no seu cálculo, foram determinadas curvas que fornecem a probabilidade de interferência para diversas combinações de distribuições probabilísticas. No trabalho são apresentados os resultados na forma de diversos gráficos, bem como um exemplo de aplicação.

SUMMARY

Trough the concepts of the interference theory of two populations, via a generalization in their computation, several curves were determined, which give the interference probability for some combinations of probabilistics distributions. In this paper the results are presented in a graphical form, and also an illustrative example are given.

1. Introdução

O aspecto de confiabilidade vem encontrando diversas aplicações, sendo exigência do uso de sistemas mais elaborados e dispendiosos, onde uma falha pode ter conseqüências desastrosas. A confiabilidade do sistema é especificada através de uma análise detalhada de custos [2, 8], envolvendo custo do controle de qualidade, projeto, fabricação, manutenção, bem como os custos devido à falha do sistema. A confiabilidade especificada será a que minimiza o custo total para o período de vida útil. Dependendo da configuração do sistema é possível determinar a alocação ótima da confiabilidade em cada um dos componentes [2, 8], de modo a minimizar os custos. Uma vez definida a confiabilidade C de cada componente e conhecendo-se o modo de falha característico deste, é possível determinar qual deve ser a probabilidade de interferência P_I entre a distribuição da demanda S e da capacidade R do componente, já que a probabilidade de falha P_f ($P_f = 1 - C$) é função de P_I , [3, 4, 6]. A probabilidade de interferência, definida como $P_I = P(R \leq S)$, é calculada a partir das funções densidade de probabilidade (FDP) da demanda, $f_S(s)$ e da capacidade, $f_R(r)$ [2, 4, 7] como

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds$$

onde $F_R(r)$ é a função de probabilidade acumulada de R .

O cálculo de P_I exige em geral uma integração numérica o que restringe o valor calculado para os valores numéricos dos parâmetros usados no cálculo. Para contornar este problema foi usada uma generalização no cálculo de P_I , tornando possível representar P_I em função dos fatores assintóticos, K_0 e K_1 , [6].

2. Modelos para cálculo de P_I

A probabilidade de interferência depende da expressão de $f_S(s)$ e de $f_R(s)$, que devem ser obtidas seja experimental, analiticamente ou por simulação. Uma vez definidas as FDP da capacidade e da demanda, é possível calcular P_I . O enfoque dado neste trabalho é de projeto do sistema ou com-

ponente, procurando sintetizá-lo respeitando a confiabilidade especificada, através da probabilidade de interferência. Para este processo de síntese, o modo mais objetivo de resolver o problema é, a partir da probabilidade de interferência obter o fator de projeto n , definido como $n = \mu_R/\mu_S$ ou seja, a relação entre a média da capacidade e a média da demanda. O fator de projeto pode ser pensado como uma definição mais rigorosa do coeficiente de segurança normalmente usado em sistemas estruturais. O fator de projeto dá o afastamento relativo entre as médias das duas populações, de modo que exista uma margem de segurança para compensar as dispersões inerentes.

Para três tipos de FDP existe solução analítica que permite obter o fator de projeto a partir da probabilidade de interferência. Quando ambas as FDP envolvidas são exponenciais, o fator de projeto é dado por [4],

$$n_{EE} = 1/P_I - 1$$

Para o caso em que tanto a capacidade como a demanda são normais, com coeficientes de dispersão V_R e V_S , respectivamente, o fator de projeto vale [4]

$$n_{NN} = \frac{1}{\delta_r} [1 + \sqrt{1 - \delta_r \delta_s}]$$

onde $\delta_i = 1 - (Z V_i)^2$ e $V_i = \sigma_{xi}/\mu_{xi}$

sendo Z a abcissa da curva padrão normal que fornece a probabilidade de interferência. Quando ambas as distribuições são lognormal, o fator de projeto é calculado por [4]

$$n_{LL} = \left[\frac{1 + V_R^2}{1 + V_S^2} \right]^{1/2} \exp [Z(\ln(1 + V_R^2)(1 + V_S^2))]$$

onde as variáveis envolvidas são as mesmas definidas no caso das distribuições normais.

Outras combinações de f_S e f_R exigem a solução numérica e o resultado é fornecido na forma de gráficos. As dis-

COMBINAÇÃO SRRW

FATOR DE PROJETO

$$n_o = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w)} \quad n_1 = \frac{\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r)}{\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)}$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_o = \frac{\xi(1 - \Omega_w)(\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)) - \Omega_w(1 - \Omega_r)(K_1 - \xi')}{(\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r))(1 - \Omega_w)}$$

$$K_1 = \frac{1}{1 - \Omega_r} \left[\frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w)} (\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)) - \Omega_r \right]$$

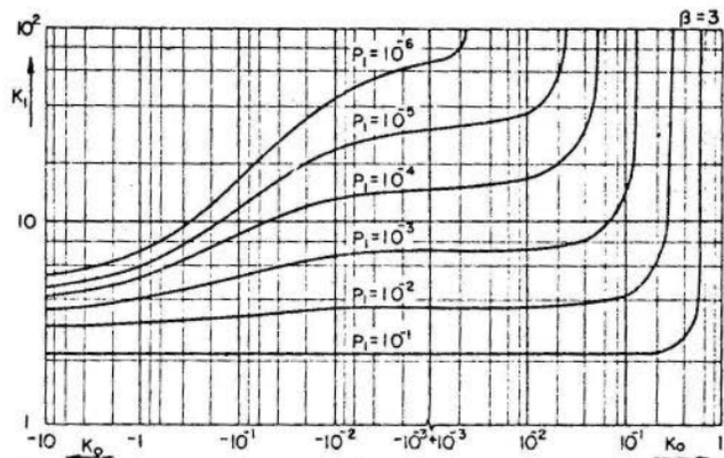
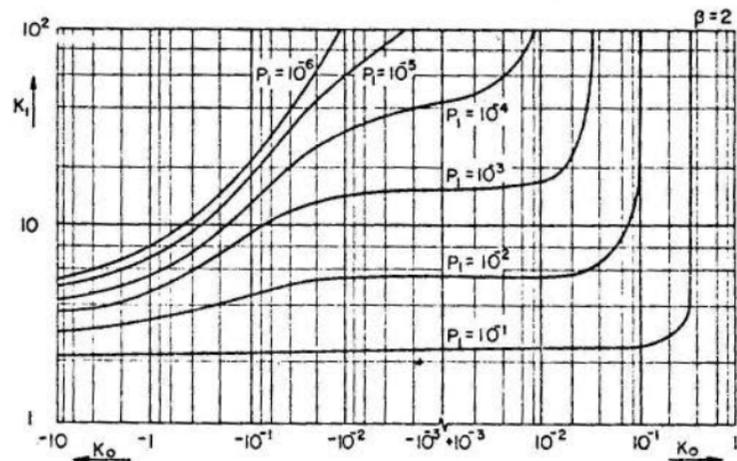
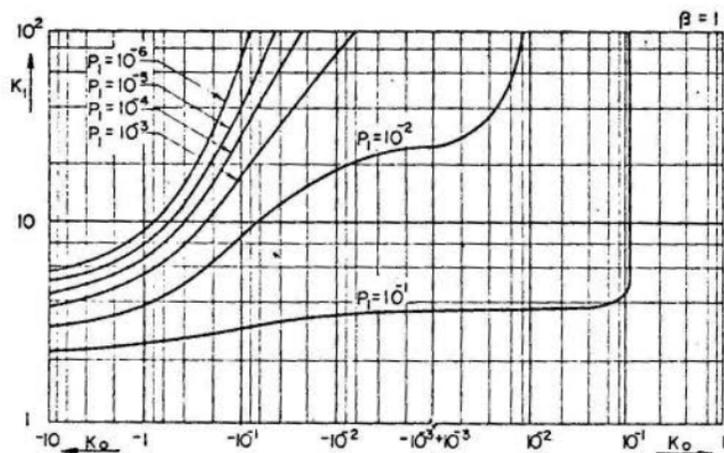


Figura 1

FATOR DE PROJETO

$$n_o = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w)} \quad n_1 = 1 + K_1 V_s$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_o = \frac{(1 - \Omega_w)\xi - \Omega_w K_1 V_s}{(1 + K_1 V_s)(1 - \Omega_w)}$$

$$K_1 = \frac{(1 - \Omega_w)(\xi - K_o)}{V_s(\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w))}$$

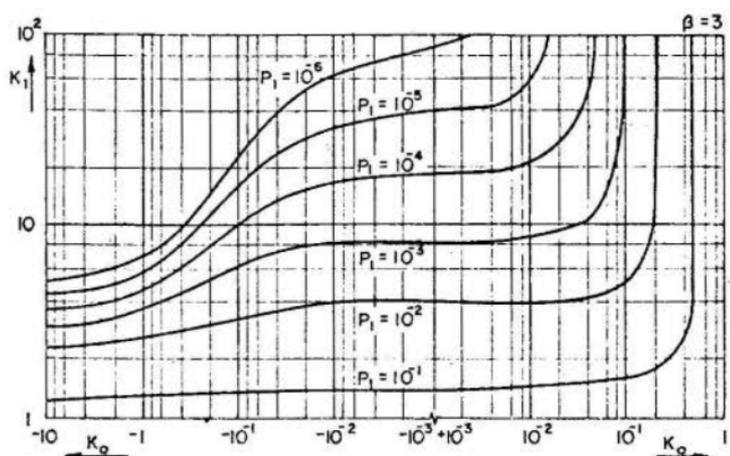
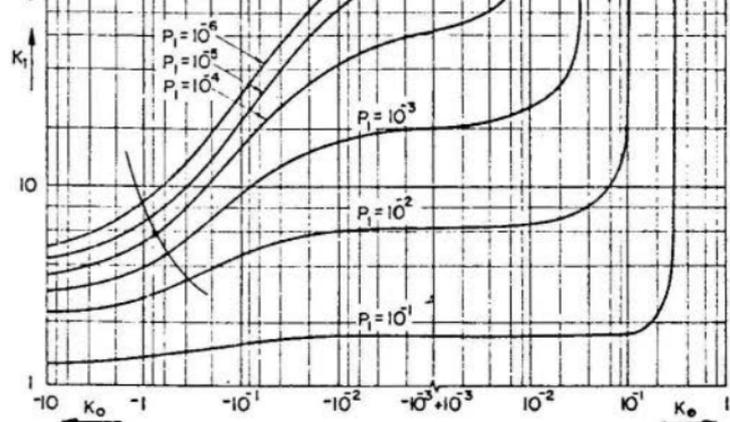
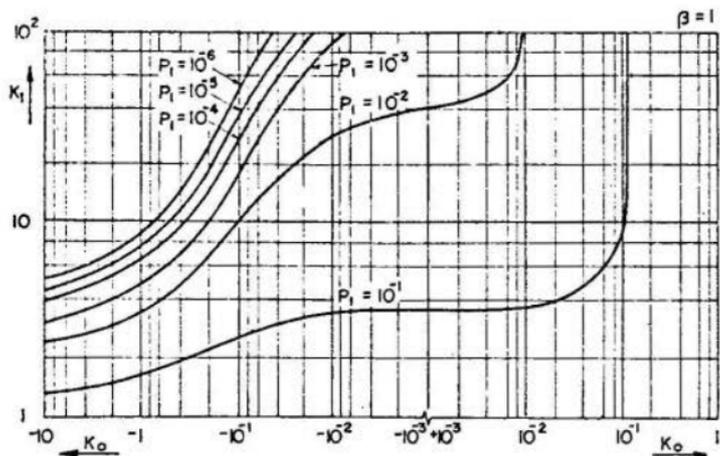


Figura 2

COMBINAÇÃO SERW

FATOR DE PROJETO

$$n_o = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w)} \quad n_i = \Omega_e + K_i(1 - \Omega_e)$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_o = \frac{\xi(1 - \Omega_w) - \Omega_w(\Omega_e + K_i(1 - \Omega_e) - 1)}{(\Omega_e + K_i(1 - \Omega_e))(1 - \Omega_w)}$$

$$K_i = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w) - \Omega_e(\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w))}{(\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w))(1 - \Omega_e)}$$

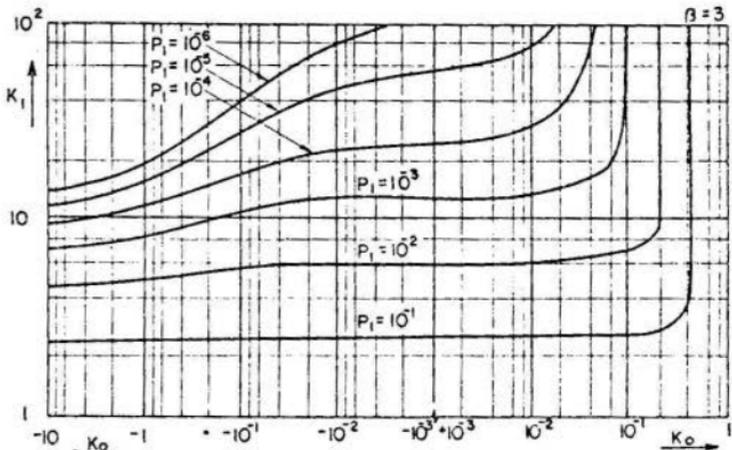
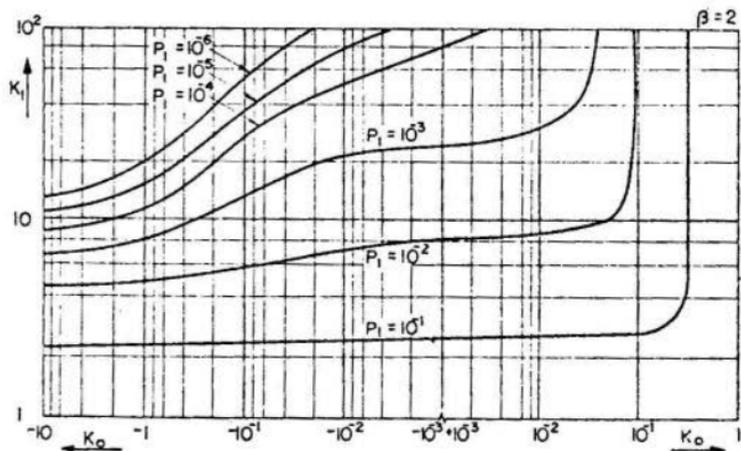
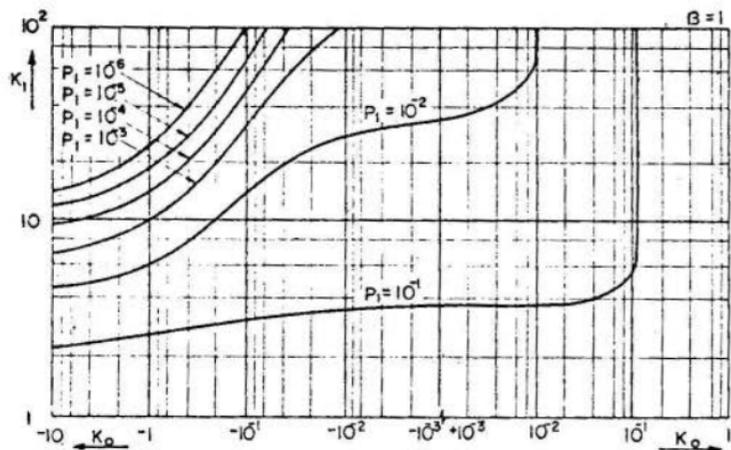


Figura 3

FATOR DE PROJETO

$$n_0 = \frac{1}{1 - K_0 V_R} \quad n_1 = \Omega_e + K(1 - \Omega_e)$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_0 = \frac{\Omega_e + K_1(1 - \Omega_e) - 1}{(\Omega_e + K_1(1 - \Omega_e))V_R} \quad K_1 = \frac{1 - \Omega_e(1 - K_0 V_R)}{(1 - K_0 V_R)(1 - \Omega_e)}$$

FATOR DE PROJETO

$$n_0 = \frac{1}{1 - K_0 V_R} \quad n_1 = \frac{\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r)}{\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)}$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_0 = \frac{(1 - \Omega_r)(K_1 - \xi')}{V_R(\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r))} \quad K = \frac{\xi' + \Omega_r(K_0 V_R - \xi')}{(1 - \Omega_r)(1 - K_0 V_R)}$$

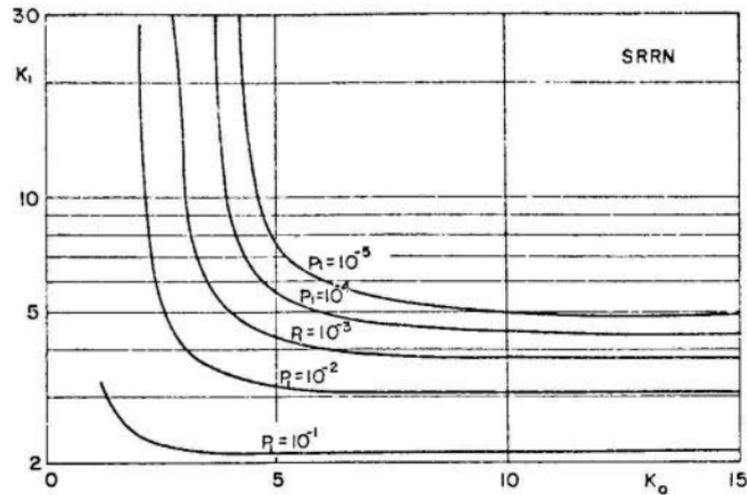
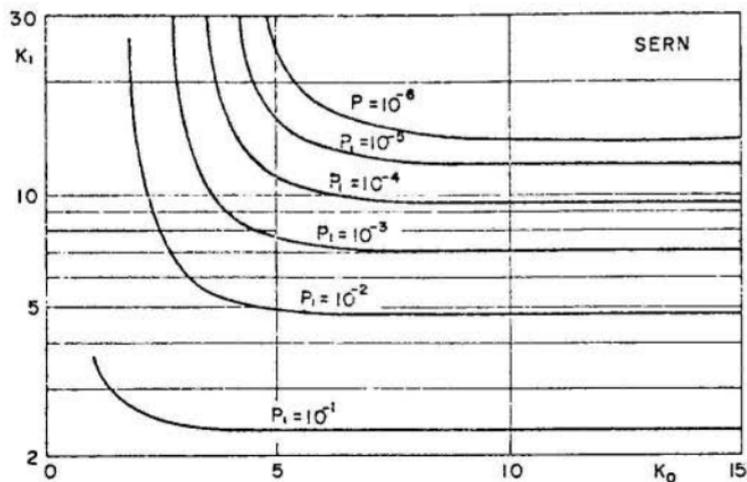


Figura 4

tribuições usadas foram, para a demanda: Normal, Rayleigh e Exponencial e para a capacidade: Normal e Weibull, sendo que as distribuições de Rayleigh e Exponencial são generalizadas no sentido de que são definidas para valores superiores a um limite inferior, não necessariamente nulo, [7]. As combinações entre as FDP da demanda e as FDP da capacidade, excluindo o caso normal-normal, SNRN, são SRRW, SNRW, SRRN e SERN.

3. Equação de compatibilidade

Nos casos em que a integração numérica é usada no cálculo de P_I , os resultados são plotados em função dos parâmetros assintóticos K_0 e K_1 nos gráficos que seguem. Para obter o fator de projeto nestes casos é necessário entrar com os dados que caracterizam as distribuições $f_R(r)$ e $f_S(s)$ e com a probabilidade de interferência desejada. O modo de obter o fator de projeto é através da equação de compatibilidade do problema [6], que representa justamente o aspecto físico do problema. A equação de compatibilidade representa uma curva no plano $K_0 \times K_1$ e a intersecção desta com a curva de P_I constante fornece o ponto de solução do problema, já que a partir das coordenadas do ponto de intersecção é calculado o fator de projeto. As expressões que definem o fator de projeto em função de K_0 ou K_1 , bem como as equações de compatibilidade para cada combinação de distribuições estatísticas utilizada constam junto aos gráficos que fornecem a probabilidade de interferência, figuras 1 a 4.

4. Exemplo de aplicação

É um fato reconhecido atualmente que qualquer estrutura de grande porte, principalmente quando é uma estrutura soldada, apresenta defeitos macroscópicos no material, na forma de vazios, inclusões ou mesmo pequenas fissuras. Com a aplicação cíclica da carga durante a vida da estrutura, estes defeitos dão origem a trincas que se propagam, até que eventualmente atingem um tamanho crítico em que ocorre a ruptura final. A partir do controle de qualidade usado para detectar os defeitos iniciais e da Mecânica da Fratura é

possível obter uma estimativa do tamanho das trincas após um período de vida da estrutura.

A solicitação em um elemento trincado pode ser posta em termos do fator de intensidade de tensões K , que fornece o nível de tensões no extremo da fissura. A ruptura brusca ocorre quando o fator de intensidade de tensões atinge um valor crítico K_c , característico do material.

A distribuição estatística para K pode ser estimada por simulação numérica a partir das distribuições das variáveis envolvidas ou mesmo analiticamente nos casos mais simples [1]. No presente caso será suposto que a demanda segue uma FDP normal, com coeficiente de dispersão $V_S = 0,20$, onde $V_S = \sigma_S/\mu_S$.

O valor crítico do fator de intensidade de tensões é bastante afetado por heterogeneidades na microestrutura, sendo assim bastante disperso. Neste exemplo é considerado que K_c segue uma distribuição de Weibull com o expoente $\beta = 2$ e coeficiente de dispersão $V_R = 0,15$. Admitindo uma probabilidade de interferência $P_I = 10^{-4}$, deve ser obtido um fator de projeto que leve a esta probabilidade. A figura 2 fornece os gráficos para o caso de demanda normal e capacidade Weibull.

Para obter a equação de compatibilidade é necessário Ω_w , ξ e V_S , onde Ω_w pode ser obtido a partir de V_R , pois no caso da distribuição de Weibull [7]

$$V_R = \frac{(1-\Omega_w)\phi}{(1-\Omega_w)\xi + \Omega_w} \quad \text{com } \xi = \Gamma(1+1/\beta) \text{ e } \phi^2 = \Gamma(1+2/\beta) - \Gamma^2(1+1/\beta)$$

e como $\beta = 2$, resulta $\Omega_w = 0,688$ para $V_R = 0,15$. A equação de compatibilidade para $\Omega_w = 0,688$, $\xi = 0,886$ e $V_S = 0,20$ está traçada no gráfico de $\beta = 2$ da figura 2. A intersecção desta equação com a curva de $P_I = 10^{-4}$ possui como coordenadas $K_0 = -0,733$ e $K_1 = 5,50$ e assim resulta $n_0 = n_1 = n = 2,10$.

Isto significa que o material deve possuir um valor médio de K_c igual a 2,10 vezes o valor médio do fator de intensidade de tensões previsto para um período de vida do componente. Deste modo é possível selecionar o material ou

o tratamento térmico adequado, ou por outro lado analisar a influência do controle de qualidade.

5. Conclusões

São apresentados neste trabalho os resultados numéricos obtidos para a probabilidade de interferência na forma de gráficos, para diferentes combinações de distribuições estatísticas para a demanda e para a capacidade. Em três situações particulares existe uma solução analítica para o fator de projeto, enquanto que no caso de uma solução numérica é necessário o conceito de equação de compatibilidade.

Com o enfoque de confiabilidade no projeto é possível quantificar a influência de diversas variáveis que de outro modo seriam consideradas de uma forma puramente empírica. No entanto o processo exige um volume de informações bastante superior ao processo convencional e na maioria das vezes estas informações não são completamente disponíveis.

Bibliografia

- [1] Arnett, L.M., Optimization of inservice inspection of pressure vessels, Savannah River Lab. DP-1428, 1976.
- [2] Carter, A.D.S., Mechanical reliability, McMillan, 1972
- [3] Freudenthal, A.M., Critical appraisal of safety criteria and their basic concepts, 8th Congress, Int. Assoc. for Bridge and Struc. Engineers, New York, 1968.
- [4] Freudenthal, A.M.; Schveller, G.I., Risikoanalyse von Ingenieurtragwerken, Konstr. Ingenieurbau, 1976, pp.7-95
- [5] Nichols, R.W., The assesment and assurance of pressure vessel reliability, Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 189 nº 47-75, 1975.
- [6] Rosa, E. da., Aplicação da teoria da interferência de duas populações na previsão da confiabilidade. IV COBEM
- [7] Rosa, E. da., Generalização no cálculo da probabilidade de interferência entre a solicitação e a resistência, em sistemas, Tese, UFSC, 1976.
- [8] Siddal, J.N., Analytical decision making in engineering design, Prentice Hall, 1972.
- [9] Smith, R.E.; Ayres, D.J., Statistical analysis of charpy-V impact properties SA 533 grade B class 1 and SA 516 grade 70 plate material, Journal of Engineering for Industry, February, 1973, pp. 158 - 162.