ANAIS PROCEEDINGS

COBEM 79

V CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECANICA

CAMPINAS, 12-13-14 e 15 DEZEMBRO 1979

UNICAMP

ABCM

TRABALHO DE PESQUISA
RESEARCH PAPER N.º D-11 P.P. 156 - 165

PROGRAMA ANALISADOR DINÂMICO DE CASCAS ORTOTRÓPICAS DE REVOLUÇÃO

Domingos Boechat Alves
Prof. Titular - Depto. Eng. Mecânica
CT/UFSC - Florianópolis - SC - Brasil

Sumário

É apresentada uma descrição do processo computacional do Programa Analisador Dinâmico de Cascas (PADCAS) compostas de subcascas uniaxiais de revolução, reforçadas por anéis circulares e/ou nervuras longitudinais. Cada subcasca tem para geratriz da superfície de referência uma função analítica e o seu conjunto constitui uma função seccionalmente contínua. Inicialmente uma solução aproximada é obtida através de princípios energéticos e empregada, em seu refino usando uma generalização do processo iterativo de Vianello-Stodola.

Summary

In this work, the computational process used by the Shell Dynamic Analysis Program (PADCAS) for the determination of the frequencies and vibration mode functions of shells of revolution stiffened by reinforced rings and/or longitudinal strings, is presented. The reference surface generator, for the whole shell, can be a secctionally continuous function. Initially an approximated solution is obtained by energetic principles and used in an iterative generalized Vianello-Stodola process.

1. Introdução

Este trabalho descreve o processo utilizado pelo PADCAS, para determinação da solução estática e/ou dinâmica de estruturas constituídas por uma sucessão uniaxial de subcascas de revolução reforçadas por anéis circulares e nervuras longitudinais. Cada subcasca poderá ser modelada por um conjunto de elementos finitos curvos, do tipo ortotrópico ou sandwich, especificado pelo usuário. As subcascas apresentam ou não continuidade de forma em suas interligações. A função meridiano em cada elemento de cada subcasca apresenta uma forma quadrática, o que permite a continuidade da função e suas derivadas através das interfaces dos elementos.

2. O método de solução

A casca é representada por N elementos finitos de forma anular de geratriz curva e comprimento ℓ o qual a configuração deslocamento é aproximada por uma combinação linear de oito funções linearmente independentes de modo a existir uma correspondência biunívoca entre os coeficientes da função, α_i, (i = 1,8) e os deslocamentos e rotações das interfaces dos elementos, i. é, os α_i's podem ser expressos em termos das três componentes do deslocamento e da rotação meridional nos contornos dos elementos. Todas as condições de compatibilidade são automaticamente satisfeitas se as 4*(N+1) componentes do deslocamento do contorno são selecionadas como coordenadas generalizadas.

O uso do método do elemento finito, com as coordenadas generalizadas dadas pelas componentes do deslocamento de sua interface, tem sido empregada por pesquisadores usando soluções standard tais como Cholesky-Givens, rotações pivotais de Jacobi, etc., entretanto este procedimento é limitado por um aumento de tempo computacional e por problemas de precisão numérica para valores grandes de N, sendo portanto restrito a problemas de autovalores de pequena ordem.

A formulação aqui apresentada é uma variante da técnica de solução usada no PROASED - Programa Analisador Dinâmico de Sistemas Estruturais |1|. Na solução para o J-ésimo modo, ssociado com um número de onda circunferencial, o estado d casca é caracterizado pelos coeficientes de J configuraçõ s deslocamentos total da estrutura, dos quais os J-1 primeiros são aproximações mais precisas, previamente determinadas, dos J-1 primeiros modos e a J-ésima função é a aproximação da J-ésima forma modal. A maior frequência, solução do problema de autovalores de ordem J, fornece uma aproximação intermediária do J-ésimo modo, a qual é usada no cálculo da carga estática equivalente e, através desta, uma nova aproximação melhorada do J-ésimo modo é calculada. Este processo é repetido até a obtenção da precisão desejada.

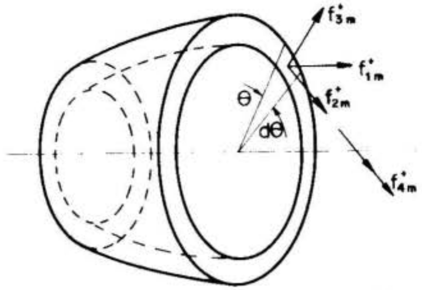
As funções configuração-deslocamento de toda a estrutura são determinadas por uma combinação linear de configurações de cargas ou deslocamentos especificados pelo usuário. A condição necessária e suficiente para que a solução convirja para uma determinada forma modal é que as cargas especificalas contenham uma participação do modo desejado, e a sua convergência é tanto mais rápida quanto maior for a participação deste modo nas funções deslocamento associadas às cargas especificadas.

A repetição do processo iterativo descrito acima requer a determinação da configuração deslocamento, D, associada a uma configuração de carga P. Essas soluções são obtidas através da superposição da configuração deslocamento da estrutura como um todo, quando se vincula todas as interfaces dos elementos, D', com a configuração deslocamento, D'', obtida aplicando nos contornos dos elementos com interfaces não vinculadas, exceto condições vinculares de contorno, a configuração deslocamento produzida pela configuração de forças fixas de contorno com o sinal trocado.

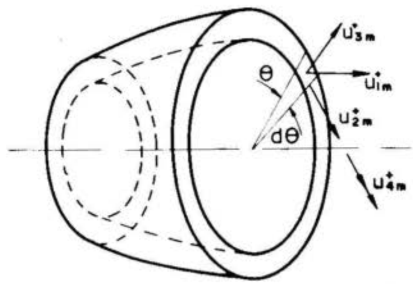
Designando por (fig. 1)

$$X_m^{\pm} = \left[U_m^{\pm},\ F_m^{\pm}\right] = \left[u_{1m}^{\pm},\ u_{2m}^{\pm}\ u_{3m}^{\pm}\ u_{4m}^{\pm}\ f_{1m}^{\pm}\ f_{2m}^{\pm}\ f_{3m}^{\pm}\ f_{4m}^{\pm}\right] \qquad (2.1)$$

os vetores de estado nas faces origem (-) e término (+) do m-ésimo elemento, no qual os quatro primeiros elementos são componentes do vetor deslocamento U e os quatro últimos as componentes do vetor tensão resultante, tem-se



Componentes do vetor forças seccionais F_m



Componentes do vetor deslocamento U_m

Fig. 1 - Componentes do vetor estado da face término do m-ésimo elemento.

$$X_m^+ = \overline{T}_m X_m^- + \overline{Q} \tag{2.2}$$

onde $\overline{T}_m$ é uma matriz de ordem oito cujas submatrizes de ordem quatro são determinadas em função das submatrizes de mesma ordem da matriz de rigidez intrínseca, K, do m-ésimo elemento por

$$\begin{aligned}
\overline{T}_{11}^m &= -(K_{12}^m)^{-1} K_{11}^m \\
\overline{T}_{12}^m &= (K_{12}^m)^{-1} \\
\overline{T}_{21}^m &= K_{21}^m - K_{22}^m (K_{12}^m)^{-1} K_{11} \\
\overline{T}_{22}^m &= K_{22}^m (K_{12}^m)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

e $\overline{Q}$ é o vetor definido por

$$\overline{G}_1^m = (K_{12}^m)^{-1}\ \overline{F}_m^+$$
$$\overline{G}_2^m = K_{21}^m\ (K_{12}^m)^{-1}\ \overline{F}_m^- + \overline{F}_m^+ \qquad (2.4)$$

sendo $\overline{F}_m^-$ e $\overline{F}_m^+$ os vetores forças atuantes nas faces origem e término do m-ésimo elemento sujeito às forças de superfície e com bordas fixas. A matriz $\overline{T}$ e o vetor $\overline{Q}$ são denominados matriz de transferência e vetor carga, respectivamente.

Compatibilidade de deslocamento e condições de equilíbrio da (m+1)-ésima borda comum ao m-ésimo e (m+1)-ésimo elemento fornecem, respectivamente,

$$U_m^+ = U_{m+1}^- \qquad (2.5)$$

$$F_m^+ + F_{m+1}^- + \overline{K}_{m+1}\ U_m^+ + \overline{S}_m = 0 \qquad (2.6)$$

onde $\overline{K}_{m+1}$ é a matriz de rigidez definidora da influência de um anel de reforço situado na (m+1)-ésima borda e $\overline{S}_{m+1}$ é o vetor carga externa aplicado ao anel.

Denotando por

$$R_{m+1} = \begin{bmatrix} I_4 & \Theta \\ -\overline{K}^{m+1} & -I_4 \end{bmatrix} \quad e \quad S_{m+1} = \begin{Bmatrix} \Theta \\ -\overline{S}_{m+1} \end{Bmatrix} \qquad (2.7)$$

as equações (2.5) e (2.6) podem ser combinadas em

$$X_{m+1}^- = R_{m+1}\ \overline{T}_m\ X_m^- + R_{m+1}\ G_m + S_{m+1} \qquad (2.8)$$

As quantidades X_1^- e X_{N+1}^+ são especificadas como condições de contorno nas faces extremas da casca, e a partir da face inicial pode-se escrever com

$$T_m = R_{m+1}\ \overline{T}_m \quad e \quad G_m = R_{m+1}\ \overline{G}_m \qquad (2.9)$$

$$X_2^- = T_1\ X_1^- + G_1 + S_2$$

$$X_3^- = T_2\, T_1\, X_1^- + T_2(G_1 + S_2) + (G_2 + S_3)$$

$$X_4^- = T_3\, T_2\, T_1\, X_1^- + T_3\, T_2(G_1 + S_2) + T_3(G_2 + S_3) + G_3 + S_4)$$

$$\vdots$$

$$X_{m+1}^- = (\prod_{k=1}^{m} T_i)X_1^- + \sum_{k=1}^{m-1} (\prod_{j=k+1}^{m} T_j)(G_k + S_{k+1}) + (G_m + S_{m+1})$$

$$\vdots$$

$$X_{N+1}^- = (\prod_{k=1}^{N} T_i)X_1^- + \sum_{k=1}^{N-1} (\prod_{j=k+1}^{m} T_j)(G_k + S_{k+1}) + (G_N + G_{N+1}) \quad \ldots(2.10)$$

A última equação (2.10) é compactada em

$$\overline{Y} = \overline{A}\, X_1 + \overline{B} \qquad (2.11)$$

Seja P_1 a matriz representativa da permutação que reordena o vetor $\overline{X}_1$ de tal forma que p grandezas conhecidas apareçam nas p primeiras posições. Similarmente P_2 reordena o vetor $\overline{Y}$ com grandezas conhecidas nas q primeiras posições. Então com

$$X = P_1\, \overline{X}_1 \qquad Y = P_2\, \overline{Y}$$

$$A = P_2\, \overline{A}\, P_1 \quad \text{e} \quad B = P_2\, B \qquad (2.12)$$

tem-se

$$Y = A\, X_1 + E \longrightarrow \begin{Bmatrix} Y_c \\ Y_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_c \\ X_d \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} \qquad (2.13)$$

de onde resulta

$$X_d = A_{12}^{-1}(Y_c - A_{11}\, X_c - B_1) \qquad (2.14)$$

$$Y_d = A_{12}\, X_c + A_{22}\, X_d + B_2 \qquad (2.15)$$

Assim, calculados X_d e Y_d usando as condições de contorno extremas forma-se X_1 e através das relações (2.10) determinam-se os vetores de estado X_k para k = 2, n.

3. Estrutura do programa PADCAS

Foi codificado em FORTRAN IV um programa digital para a implementação do processo descrito anteriormente. A figura 2 apresenta a sequência de subprogramas que o PADCAS utiliza na solução das funções modais de vibrações livres. A finalidade de cada um desses subprogramas é sumarizada abaixo.

A subrotina LEDADO lê o cartão de controle geral, as propriedades geométricas do meridiano das subcascas, as propriedades mecânicas das subcascas, dos anéis e das nervuras longitudinais, o número aproximado desejado de elementos em cada subcasca, posição de anéis e vínculos especiais.

O subprograma PROCED processa esses dados e determina as submatrizes armazenadoras das propriedades geométricas do meridiano (PRMERD), dos elementos de cada subcasca (PRCASC), dos anéis de reforços (PRANEL), das nervuras longitudinais (PRNERV), das condições de contorno (PRCONT), e dos vínculos especiais (PRVINC). Além disso esse subprograma determina os endereços do início de todas as submatrizes, as quais são armazenadas sequencialmente em uma matriz global A (fig. 2), e constroi as matrizes de coordenadas origem dos elementos cascas (XSUB), o número e o tamanho axial desses elementos (NELE e XELE).

No subprograma CASCAM, as matrizes de rigidez e massa de cada elemento (MRIGD, MMSS) são construídas e armazenadas em A. Similarmente são construídas as matrizes de tensões para os extremos do elemento (TENSA e TENSB). Quando o espaço reservado em A, para essas matrizes, se esgotar, o programa as transfere para unidades secundárias de armazenamento (discos). De maneira similar, no subprograma ANELM, são construídas e armazenadas as matrizes de rigidez e massa dos anéis e nervuras longitudinais (MRRIGD, MRMSS, MNRIGD, MNMSS).

O subprograma SEQRED constroi as matrizes

$$\prod_{i=1}^{m} T_i \quad \text{e} \quad \prod_{j=k+1}^{m} T_j$$

as reordena, de acordo com as relações (2.12) e as condições vinculares da estação considerada, e as armazena em unidades

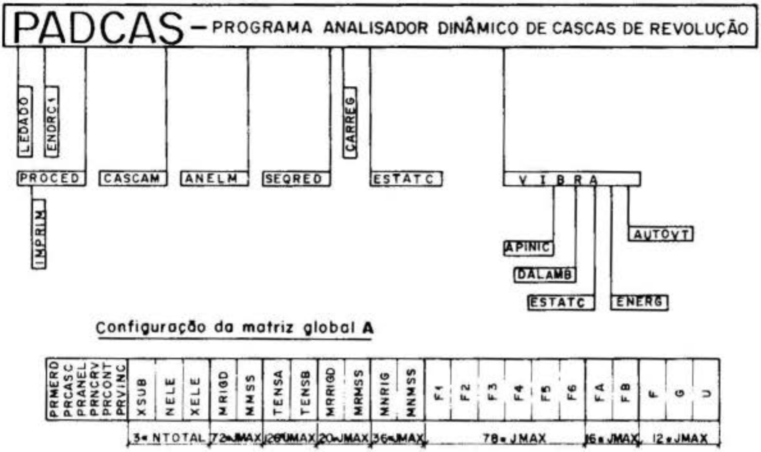


Fig. 2 - Fluxograma reduzido do PADCAS e matriz global A

de armazenamento secundárias, MTRANS, para uso posterior.

Na subrotina CARREG são lidas as configurações de cargas usadas no subprograma ESTATC para a determinação das configurações deslocamento compatíveis, usando o arquivo MTRANS com o processo indicado nas equações (2.10) a (2.15).

Essas configurações deslocamento são normalizadas na subrotina de obtenção das aproximações iniciais, APINIC, e utilizadas nas duas chamadas do subprograma DALAMB (fig. 3), para a determinação das forças inerciais equivalentes devidas aos anéis, se existirem, e ao elemento casca. Com essas configurações de carregamento, o subprograma ESTATC determina as configurações deslocamento correspondentes e, novamente, o subprograma VIBRA chama DALAMB para uma reavaliação das forças inerciais. Com as configurações de forças e de deslocamentos a subrotina ENERG calcula as matrizes massa e rigidez generalizadas, as quais são utilizadas na subrotina AUTOVT para a determinação das frequências e modos de vibração |3|.

No cartão de controle geral da solução dinâmica |3| o usuário fornece os números máximos de iterações, ITMX, de modos desejados, MODMX, assim como a tolerância de precisão dinâmica, DITOL. Após calcular as formas modais da I-ésima

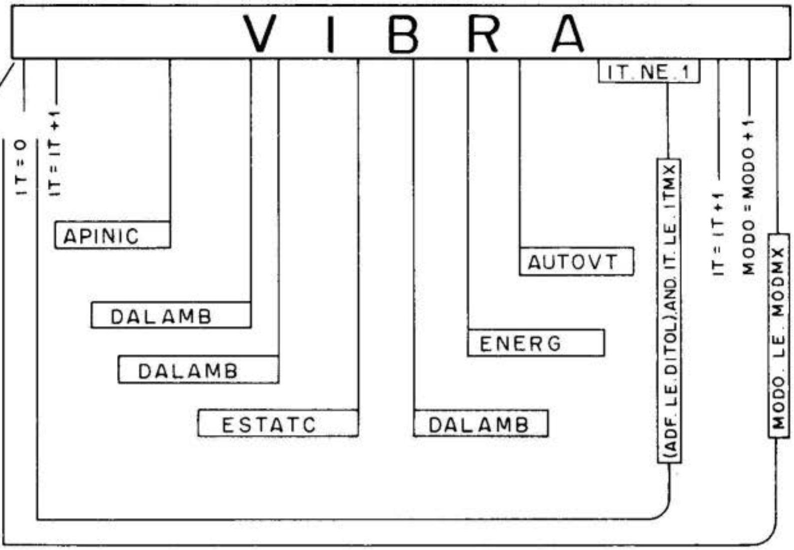


Fig. 3 - Fluxograma reduzido do subprograma VIBRA.

iteração para o M-ésimo modo é obtido o valor máximo das diferenças, ADF.

$$X(K,M,I) - X(K,M,I-1), \quad K = 1, N$$

O subprograma compara as variáveis IT e ADF, respectivamente, com os limites máximos ITMX, DITOL, retornando ao seu início se um desses limites for alcançado.

Após alcançar a última forma modal, o subprograma retorna ao programa principal para impressão dos resultados.

Antes dessa impressão, são escritos vários valores de erros, tais como, erros energéticos máximos, erros no equilíbrio de forças nas diversas estações e, também, nos diversos elementos, os quais constituem uma informação de grande valia na verificação da validade da solução.

4. Agradecimento

O autor agradece à Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) e à Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN) que

apoiaram a realização desta pesquisa.

Bibliografia

|1| Den Hartog, J.P., Advanced strength of material, McGraw-Hill Book Company, Inc., pp. 268-273 (1952)

|2| Alves, D.B., Programa Analisador Dinâmico de Sistemas Estruturais, V COBEM, Campinas (SP), (1979).

|3| Alves, D.B., Características dinâmicas de sistemas de cascas uni-axiais de revolução, Centro Tecnológico - UFSC, Florianópolis(SC).