



COBEM 79
V CONGRESSO BRASILEIRO DE
ENGENHARIA MECANICA

CAMPINAS, 12-13-14 e 15

DEZEMBRO 1979



TRABALHO TÉCNICO
 TECHNICAL PAPER

N.º 12

p.p. 392 - 401

PROGRAMA ANALISADOR DINÂMICO DE SISTEMAS ESTRUTURAIS

Domingos Roechat Alves

Prof. Titular - Depto. Eng. Mecânica
 CT/UFSC - Florianópolis - SC - Brasil

Sumário

Neste trabalho é apresentada uma descrição sucinta do processo utilizado pelo Programa Analisador Dinâmico de Sistemas Estruturais (PROASE-DINÂMICO) na determinação das frequências e modos de vibração de estruturas espaciais. O programa utiliza configurações de deslocamento admissíveis da estrutura como um todo e determina as cargas estaticamente equivalentes às forças de inércia, com as quais, através do PROASE-ESTÁTICO [1], novas aproximações das funções modais são obtidas.

Summary

This work presents a description of the computational method used by Structural System Dynamic Analysis Program (PROASE-DINÂMICO) to obtain the frequencies and vibration modes of space structures. A set of admissible displacement configurations of the whole structure are, initially, used to determine statically equivalent inertia loads with which the PROASE-ESTÁTICO [1] constructs a set of new better approximations of the frequency and mode shapes.

1. Introdução

Esta publicação descreve o processo usado pelo Programa Analisador Dinâmico de Estruturas espaciais (PROASE-DINÂMICO), um programa digital para a determinação de frequência e funções modais de estruturas constituídas por sub-estruturas modeláveis por um conjunto de pontos (nós) interconectados por elementos finitos ou matrizes de rigidez diretamente especificadas.

Na sua implementação procurou-se facilitar a modelagem de tipos não convencionais de estruturas usadas em pesquisa, utilizando um número reduzido de dados de entrada.

2. O método utilizado

O método usado pelo PROASE-DINÂMICO para a determinação da resposta dinâmica de estruturas lineares espaciais consiste, essencialmente, em:

a) modelar a estrutura por um conjunto de subestruturas interligadas, podendo ser cada uma delas relativamente complexa, modeladas pelo método do elemento finito.

b) representar o estado da estrutura por um número relativamente pequeno de coordenadas generalizadas que deverão incluir as componentes dos deslocamentos dos pontos da curva ou superfície de interligação das subestruturas e os coeficientes das funções deslocamentos que representam a configuração das subestruturas individuais, tais como, formas modais de vibrações livres compatíveis com as condições de contorno.

c) obter as energias cinética e potencial em formas quadráticas das coordenadas generalizadas.

d) resolver o problema de autovalores correspondente obtendo, assim, a contribuição aproximada de cada função coordenada generalizada das subestruturas componentes.

e) usar essas configurações deslocamento da estrutura, como um todo, para calcular a configuração de forças equivalente às forças inerciais.

f) aplicar esta configuração de forças estáticas equivalentes

tes na estrutura e determinar uma nova configuração deslocamento. Repetir os passos e) e f) até que a diferença entre duas configurações deslocamento sucessivas estejam dentro da precisão desejada.

Assim, o método iterativo sintetizado acima é usado para a obtenção de uma sequência de conjunto de funções deslocamentos aperfeiçoadas, conduzindo a uma redução apreciável na magnitude dos erros.

Um programa geral foi desenvolvido para executar a formulação acima no qual as subestruturas podem ser modeladas por meio de elementos finitos (placas ou cascas quadrangulares, vigas etc.), cujos nodos (extremos dos elementos) poderão ser interconectados aos nós através de ligaduras rígidas desprovidas de massa, por meio de matrizes de rigidez diretamente especificadas ou de massas concentradas com inércias rotacionais ligadas aos nós por ligaduras rígidas.

Como condições de contorno poderá ser especificado um conjunto arbitrário de componentes dos deslocamentos e/ou uma simulação de apoio elástico em direções especificadas pelo analista.

As características mencionadas acima foram implementadas no programa com a finalidade de facilitar a modelagem matemática de tipos não convencionais de estruturas usadas em pesquisa.

Se são desejados os N primeiros modos e frequências de uma estrutura, o programa resolve problemas de autovalores de ordem um a N . Assim, se somente os modos de baixa frequência são desejados, o programa executa somente problemas de autovalores de baixa ordem e bem condicionados.

O processo implementado pelo programa para, automaticamente, obter uma sucessão de conjuntos de funções deslocamentos aperfeiçoadas é essencialmente uma generalização do processo de Vianello-Stodola para vigas. Cada configuração modal é usada para a determinação de uma configuração de cargas estáticas equivalentes às forças inerciais para a estrutura total e, através dessas cargas, uma nova configuração modal é calculada e usada na aproximação sucessiva. A chave da eficiência computacional reside na possibilidade

de uma análise estática precisa para a determinação eficiente e econômica dessas funções. Para tal é utilizado o PROASE-ESTÁTICO cuja precisão, eficiência e versatilidade tem sido comprovadas em vários tipos de estruturas.

3. Funções deslocamento dos elementos

Para facilidade de notação e explanação restringir-se-ã a elementos binodais os quais são considerados como membros cujos extremos (origem, término), aqui denominados nodos, se unem aos nós através de ligaduras rígidas desprovidas de massa. Na figura 1 é mostrado tal elemento em sua configuração deformada e indeformada.

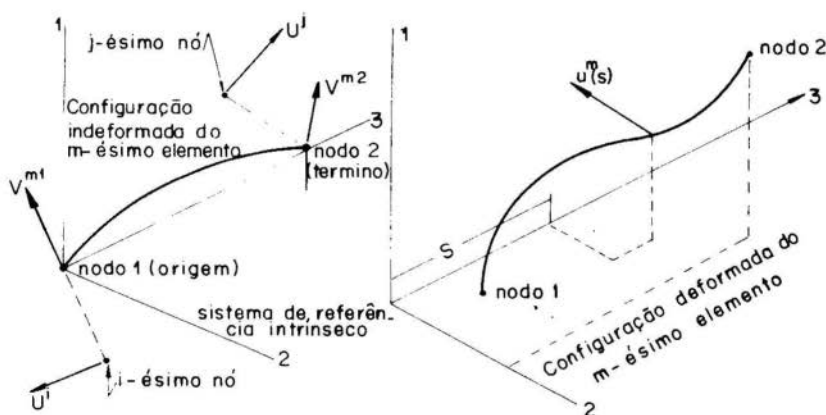


Figura 1 - Elemento binodal

As relações entre os vetores deslocamento dos nodos do m -ésimo elemento e o vetor deslocamento dos nós correspondentes são representadas por

$$V^{m1} = L^{m1} U^i \text{ e } V^{m2} = L^{m2} U^j \quad (1)$$

onde L^{mk} é a matriz de transição de vetores relativos ao sistema global e aplicados nos nós, para vetores aplicados aos nodos com componentes relativos ao sistema intrínseco do elemento.

As energias cinética e potencial do m-ésimo elemento, em função dos vetores deslocamento dos nós por ele interconectados, podem, então, ser expressas por

$$T^m = \frac{1}{2} [\dot{U}^i \quad \dot{U}^j] \begin{bmatrix} \bar{M}_{11}^m & \bar{M}_{12}^m \\ & \bar{M}_{22}^m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}^i \\ \dot{U}^j \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$V^m = \frac{1}{2} [U^i \quad U^j] \begin{bmatrix} \bar{K}_{11}^m & \bar{K}_{12}^m \\ & \bar{K}_{22}^m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^i \\ U^j \end{Bmatrix} \quad (3)$$

No processo de solução descrito mais adiante, a configuração de toda a estrutura é representada por uma combinação linear de N funções deslocamento linearmente independentes. Assim, o vetor deslocamento em um ponto de coordenada s ao longo do eixo z do sistema intrínseco do m-ésimo elemento $u^m(s)$ tem para componentes

$$u_i^m(s) = \sum_{j=1}^6 c_j^m v_{ij}^m(s) \quad i = 1, 6 \quad (4)$$

onde os coeficientes c_j^m são relacionados com as coordenadas generalizadas como se verá subsequentemente. A energia cinética do m-ésimo elemento em termos do vetor de componentes (4) é

$$T^m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \int_0^L \mu_i^m(s) \left(\sum_{j=1}^6 c_j^m v_{ij}^m(s) \right)^2 ds \quad (5)$$

Rearranjando a relação (5) e definindo a integral

$$\bar{M}_{j\ell}^m = \int_0^L \sum_{i=1}^6 \mu_i^m(s) v_{ij}^m v_{i\ell}^m ds \quad (6)$$

resulta

$$T^m = \frac{1}{2} (\dot{C}^m)^t \bar{M}^m \dot{C}^m \quad (7)$$

onde $\mu_k^m(s)$, $k \leq 3$ é a massa por unidade de comprimento no ponto de coordenada s do m-ésimo elemento.

$v_k^m(s)$, $k > 3$ é o momento de massa da secção transversal no ponto de coordenada s em relação ao eixo $k-3$ do sistema intrínseco.

C^m é o vetor coluna de ordem N

\bar{M}^m é a matriz cujos elementos são as submatrizes \bar{M}_{ij}^m .

Para a energia potencial, seguindo um raciocínio análogo, se obteria

$$V^m = \frac{1}{2} (C^m)^t \bar{K}^m C^m \quad (8)$$

onde $\bar{K}^m = [\bar{K}_{ij}^m]$; entretanto, é mais expedito e natural tirar vantagem do conhecimento da distribuição de cargas estáticas correspondentes à configuração deslocamento da estrutura como um todo. As forças e momentos distribuídos, que agindo sobre o elemento formam a carga estática equivalente que produzirá a função deslocamento para a estrutura total, associada com a coordenada generalizada q_j são denominadas por $f_{ij}^m(s)$, na qual $i \leq 3$ representa forças na direção i e $i > 3$ denota momentos em relação ao eixo $i-3$.

Considerações acerca do trabalho externo dessas cargas fornecem

$$\bar{K}_{j\ell}^m = \sum_{i=1}^6 \int_0^L f_{ij}^m(s) v_{ij}(s) v_{i\ell}(s) ds \quad (9)$$

A matriz massa, $M = [M_{ij}]$ e a matriz de rigidez, $K = [K_{ij}]$, para toda a estrutura é construída em arquivo de armazenamento secundário através do fluxograma da figura 2.

Obtidas as matrizes M e K tem-se o seguinte problema de autovalores

$$\omega^2 MX - KX = 0 \quad (10)$$

onde $U = X \text{ sen } \omega t$ sendo U o vetor deslocamento

$$U = (U^1, U^2, U^3, \dots, U^N) \quad (11)$$

O programa resolve o problema de autovalores (10) pelo processo das rotações pivotais de Jacobi. Entretanto, es

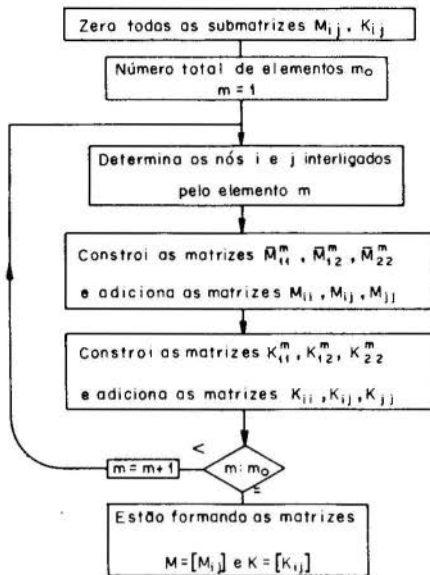


Figura 2 - Construção das matrizes M e K

te processo, embora expedito e de boa precisão para problemas de baixa ordem, apresenta a peculiaridade de perder precisão rapidamente à medida que a ordem das matrizes se eleva.

Usando os autovetores pelo processo de Jacobi com a primeira aproximação das funções modais, o seguinte processo iterativo foi implementado no programa.

Considere-se determinadas, com a aproximação desejada, as $k-1$ primeiras formas modais e respectivas frequências que se conheça uma aproximação inicial da k -ésima forma modal. Para determinar uma melhor aproximação do k -ésimo modo é resolvido uma sequência de problemas de autovalores do tipo discutido anteriormente. As $k-1$ funções deslocamento (configuração deslocamento da estrutura como um todo) usadas em cada uma dessas soluções são as $k-1$ formas modais previamente determinadas, e a k -ésima função é a mais recente aproximação do k -ésimo modo. Se se representar por X_i $i = 1, N$ as componentes do autovetor associado com a p -ésima

ma aproximação do k-ésimo modo, a ela corresponderá, para o m-ésimo elemento, o vetor deslocamento no ponto de coordenada s cujas componentes são dadas por

$$\bar{v}_{ik}^{m(p)} = \sum_{j=1}^N \chi_{jk}^{(p)} v_{ij}^{m(p)} \quad i = 1, 6$$

e a configuração cargas estáticas equivalentes correspondente à configuração deslocamento acima será

$$\bar{f}_{ik}^{m(p)} = \mu_i^m \bar{v}_{ik}^{m(\ell)} \quad i = 1, 6$$

Com estas cargas equivalentes o PROASE-ESTÁTICO determina a configuração deslocamento $v_{ik}^{m(p+1)}$ que será a (p+1)-ésima aproximação da k-ésima função modal.

Note-se que as k-1 configurações deslocamento da estrutura são aproximações com precisão desejada dos k-1 primeiros modos e, portanto, os termos fora da diagonal principal das matrizes M e K, exceto a última linha e coluna, podem ser desprezados em comparação com os termos da diagonal principal.

Através do processo iterativo sintetizado acima o PROASE-DINÂMICO determina as N funções modais.

4. Sequência de subprogramas do PROASE-DINÂMICO

A figura 3 apresenta a sequência de subprogramas utilizados pelo PROASE-DINÂMICO na obtenção das frequências e formas modais de vibrações livres. A função de cada um desses subprogramas é sumarizada a seguir.

A configuração geométrica e mecânica da estrutura é determinada pelo PROASE-ESTÁTICO [1], o qual utiliza geradores multidimensionais e dados [2] de entrada minimizando, deste modo, a possibilidade de erros acidentais. Este subprograma fornece as matrizes de rigidez e massa da estrutura e um conjunto de configurações deslocamento, resultante de configurações de forças especificadas pelo usuário, o qual será usado mais tarde.

O subprograma LOCARM efetua armazenamento dos dados necessários à análise dinâmica e as propriedades associadas

com massas concentradas diretamente especificadas são processadas em MAISAD. A seguir AUTVAL determina, pelo processo das rotações pivotais de Jacobi, um conjunto de funções modais as quais, com as configurações de deslocamento obtidas acima, constituirão as coordenadas generalizadas do problema.

O subprograma NEOFNC seleciona um conjunto linearmente independente dessas funções que fornecem, através do subprograma FALAMB, um conjunto de cargas estáticas equivalentes às forças inerciais, as quais são novamente aplicadas a estrutura em SOLEST, fornecendo novas configurações de deslocamento. Estas funções de deslocamento são normalizadas em NORMA e a seguir são calculadas as novas energias cinética e potencial do sistema. O processo indicado em VIBRA se repete até a obtenção da precisão desejada.

Bibliografia

- [1] Alves, D.B. Programa Analisador de Sistemas Estruturais, Anais do III COBEM, Dez. 1975, pp. 1067-1077.
- [2] Alves, D.B. PROASE/V75, Manual do usuário. Fundação do Ensino da Engenharia em Santa Catarina, 1975.