VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE DINÂMICA DE TUBULAÇÕES

RENATO BARBIERI
FEJ, SC
DOMINGOS BOECHAT ALVES
DEM-UFSC-SC

O sistema analisado no presente trabalho é um longo tubo flexível e delgado, sujeito a escoamentos interno e externo cruzados,com extremidades suportadas por apoios elásticos.O problema é tratado com a abordagem energética supondo pequenos deslocamentos transversais da estrutura.Especial ênfase é dada para as forças de origem giroscópicas provenientes do escoamento interno,que são responsáveis pela complexibilidade do comportamento dinâmico do tubo,ora estabilizando e ora desestabilizando o sistema.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas,devido à grande necessidade de otimização de projetos estruturais e ao alto grau de confiabilidade exigidos na indústria em geral,o estudo da interação fluido estrutura tem recebido muita atenção.O comportamento dinâmico de tubulações tem sido extensamente investigado devido a sua grande importância nas indústrias petroquímica ,nuclear,etc.

No presente trabalho,as equações que determinam o comportamento dinâmico de tubulações submersas é efetuado com auxílio do princípio de Hamilton,considerando-se as vibrações transversais de pequenas amplitudes.A metologia utilizada no modelamento matemático permite a abordagem do problema com as mais diversas condições de contorno,propiciando a determinação rápida e eficiente das freqüências naturais do sistema.

CARREGAMENTO DEVIDO AO ESCOAMENTO EXTERNO

Em estruturas tubulares o conjunto de forças hidrodinamicas deve ser obtido a partir das equações de Navier Stokes.Entretanto,o presente trabalho é voltado para situaçoes onde a tubulação sofre o processo de excitação auto-induzida pelos fluxos de fluido e, assim,segundo Bishop e Hassan [1],o conjunto de forças hidrodinâmicas desejadas depende também das características dinâmicas da estrutura,tais como a amplitude e freqüência de vibração.

De maneira geral,quando um longo corpo obtuso é imerso em um escoamento de fluido viscoso,haverá a formação de vórtices periódicos,uma vez excedido um certo número de Reynolds (este valor para cilindros circulares é da ordem de 50). A formação desses vórtices dá origem a forças oscilantes periódicas (sustentação e arraste),superpostas à força de arraste média,que é aproximadamente constante para cada número de Reynolds.

Além disso,quando um componente estrutural submerso em um meio fluido, sofre vibrações,o fluido que esta ao seu redor tende a deslocar-se para se acomodar ao movimento oscilatório.Como resultado desse processo de acomodação,pressoes são geradas sobre o corpo,cujo efeito geral é traduzido como forças de características hidrodinamicas que atuam na estrutura.Tais forças influenciam de maneira significativa o comportamento dinâmico da estrutura.

<u>Forças de Arraste e Sustentação</u>.Apesar das forças de arraste e sustentação terem sido intensamente investigadas nas últimas décadas,existe ainda grande dispersão nos resultados de autor para autor,com referência à força de sustentação em cilindros oscilantes. Bishop e Hassan [1] adotam o seguinte modelo para a determinação dessas forças dentro do regime subcrítico

$$F_i = \Phi(a/d, Re, fd/U^2)U^2 A\rho \, 1/2 \qquad (1$$

onde $F_i(t)$ é uma força generica,Φ é uma função genérica,a/d é a razão da amplitude de oscilação pelo diametro d do tubo,Re é o número de Reynolds,f é a freqüência de excitação,U é a velocidade média do flux externo não perturbado,ρ é a densidade do fluido e é a área projetada do cilindro.

As forças de arraste e sustentação atuantes n cilindro são convenientemente aproximadas por [1]

$$F_L(t) = 1/2 \, \rho A U^2 C_L \cos(\Omega t + \psi) \qquad (2$$

e

$$F_d(t) = 1/2 \, \rho A U^2 (C_d + C_{do} \cos(2\Omega t)) \qquad (3$$

onde $F_L(t)$ é a força de sustentação,$F_d(t)$ a força d arraste,C_L é o coeficiente de sustentação,ψ é o angulo de fase entre a força de sustentação e o movimento oscilatório do cilindro,C_d e C_{do} são os coeficiente de arraste constante e alternado,respectivamente, $\Omega = 2\pi f$.

Valôres dos coeficiente de arraste e sustent ção,assim como do ângulo de fase ψ,podem ser encontr dos nas referência [2-4].

<u>Massa Adicional e Amortecimento Viscoso.</u> Quand um componente estrutural move-se com velocidade vari vel em um meio fluido,o movimento fica sujeito a um resistência. Seu comportamento é como se uma massa a dicional de fluido estivesse rigidamente ligada e mo vendo-se com a estrutura.Quando o sistema sofre e citações,não somente sua massa fica submetida a est alteração,mas também,a massa adicional de fluido é a fetada.

Genéricamente,as forças devido à massa adicio nal e ao amortecimento viscoso são expressas como [5

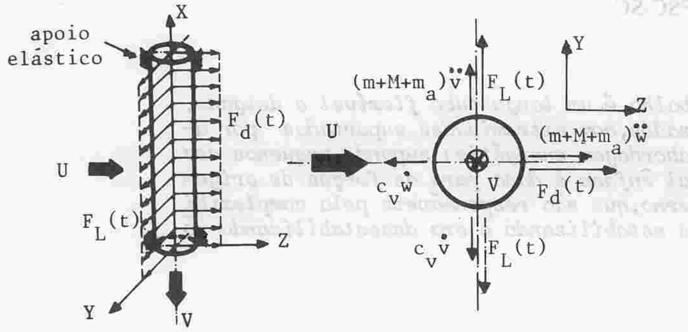
$$F_a(t) = m_a \partial^2 v^*/\partial t^2 + c_v \partial v^*/\partial t \qquad (4$$

onde $F_a(t)$ é a força adicional, m_a e a massa adicio nal, c_v é o coeficiente de atrito viscoso e v* é u deslocamento transversal genérico do tubo.

Valôres dos coeficientes m_a e c_v podem ser en contrados nas referências [6-9].

MODELAMENTO MATEMÁTICO

Com referência à Figura (1), o modêlo em consideração é um longo tubo posicionado verticalmente, com área de seção transversal S, rigidez efetiva de flexão EI e massa por unidade de comprimento m constantes. O tubo é submetido a um escoamento externo perpendicular a sua direção axial, com velocidade média do fluxo não perturbado igual a U e outro escoamento interno com velocidade média V, sendo nas extremidades suportado por apoios elásticos.



a) Forças de Arraste e Sustentação b) Seção Transversal

Fig.1 - Discretização da Estrutura

Considerando-se o efeito do escoamento externo como um conjunto de forças atuantes na estrutura externamente, a previsão do comportamento oscilatório do tubo pode ser obtida utilizando-se o Princípio de Hamilton, como desenvolvido e apresentado por Benjamin [3]

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} L\,dt - \int_{t_1}^{t_2} MV\{\, \underset{\sim}{R}_o\big|_{x=\ell} + V\underset{\sim}{\tau}\big|_{x=\ell}\}\times\delta\underset{\sim}{R}_o\big|_{x=\ell}\, dt = 0 \quad (5)$$

onde L é a energia lagrangeana, M é a massa de fluido interno por unidade de comprimento do tubo, $\underset{\sim}{R}_o$ é o vetor posição de um ponto genérico pertencente à linha de centro do tubo, τ é um vetor unitário e tangente a $\underset{\sim}{R}_o$ e o símbolo × indica produto interno.

A energia lagrangeana é [4]

$$L = T_{fi} + T_t - (U^* - Wext) \quad (6)$$

onde T_{fi} é a energia cinética do escoamento interno, T_t é a energia cinética do tubo, U* é a energia de deformação do tubo e Wext é o trabalho efetuado pelas forças externas. Essas quantidades são dadas por [4]:

$$T_t \cong 1/2\int_0^{\ell} \rho_t S(\,\dot{v}^2 + \dot{w}^2\,)dx + TOS \quad (7)$$

onde ρ_t é a massa específica do tubo, v e w são os deslocamentos do tubo nas direções y e z, o símbolo · sobre as variáveis indica derivação com relação ao tempo e TOS refere-se aos termos de ordem superior negligenciados.

$$T_{fi} \cong M/2\int_0^{\ell}\{2V\frac{d}{dt}\int_0^{x} 1/2(\,v,_x^{\,2} + w,_x^{\,2}\,)\,dx + \dot{v}^2 +$$

$$+ \dot{w}^2 + V^2 + 2\dot{w}w,_x V + 2\dot{v}v,_x V\}\,dx + TOS \quad (8)$$

onde o símbolo $,_x$ indica $\partial/\partial x$.

$$U^* \cong EI/2\int_0^{\ell}(\,v,_{xx}^{\,2} + w,_{xx}^{\,2}\,)\,dx + TOS \quad (9)$$

onde o símbolo $,_{xx}$ indica $\partial^2/\partial x^2$.

$$Wext \cong \int_0^{\ell}(m+M)g\int_0^{x} 1/2\,(\,v,_x^{\,2} + w,_x^{\,2}\,)\,dxdx -$$

$$-\{T - pA'(1-2\nu\theta)\}\int_0^{\ell} 1/2(\,v,_x^{\,2} + w,_x^{\,2}\,)\,dx \quad (10)$$

onde g é a aceleração da gravidade, T é a tensão aplicada no extremo da tubulação, p é a pressão na extremidade do tubo, A' é a área de escoamento do fluido interno, ν é o coeficiente de Poisson e θ é 1 para tubulações com extremidades com restrições totais de deslocamento e 0 para tubulações livres.

Com auxílio das equações (7),(8),(9),(10) e (6) é possível obter as equações que definem o comportamento oscilatório da tubulação, ou seja [4]:

$$(m+m_a+M)\ddot{v} + c_v\dot{v} + EIv,_{xxxx} + M\{2\dot{v},_x V + \dot{V}(\ell-x)v,_{xx}\} +$$

$$+ MV^2 v,_{xx} - (m+M)g\{(\ell-x)v,_x\},_x - F_L(t) +$$

$$+ \{pA'(1-2\nu\theta) - T\}v,_{xx} = 0 \quad (11)$$

sujeita às seguintes condições de contôrno

$$EIv,_{xx} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \delta v,_x\big|_0^{\ell} = 0 \quad (12.1)$$

$$EIv,_{xxx} + \{[-M\dot{V} + (m+M)g(\ell-x) + [T - pA'(1-2\nu\theta)]]v,_x +$$

$$+ MV\dot{v} + MV^2 v,_x = 0 \quad \text{ou} \quad \delta v\big|_0^{\ell} = 0 \quad (12.2)$$

As equações diferenciais e condições de contôrno na direção z são completamente análogas às anteriores, alterando apenas a componente da força de excitação, ou seja, assume o valôr $F_d(t)$.

Solução Numérica. Para adimensionalizar a equação (11), utiliza-se o seguinte conjunto de variáveis:

$$\xi = x/\ell \qquad \eta = v/\ell$$

$$V^* = (M/EI)^{1/2}V\ell \qquad \beta = M/(M+m+m_a)$$

$$\gamma = (M+m_a+m)\ell^3 g/EI \qquad \Gamma = T\ell^2/EI$$

$$\Pi = pA'\ell/EI \qquad \tau^* = (EI/(M+m+m_a))^{1/2}t/\ell^2$$

e $$\chi = c_v\ell^2/(EI(M+m+m_a)^{1/2}) \quad (13)$$

Substituindo o conjunto de variáveis definidas acima na equação (11) obtem-se:

$$\frac{\partial^4\eta}{\partial\xi^4} + \{V^{*2} - \Gamma + \Pi(1-2\nu\theta) + \{-\gamma + \beta^{1/2}\frac{\partial V^*}{\partial\tau^*}\}(1-\xi)\}\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2} +$$

$$+2\beta^{1/2}V^*\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi\partial\tau^*} + \gamma\frac{\partial\eta}{\partial\xi} + \chi\frac{\partial\eta}{\partial\tau^*} + \frac{\partial^2\eta}{\partial\tau^{*2}} = \ell^3 F_L(t)/EI \quad \ldots\ldots (14)$$

A solução analítica da equação (14) é bastante difícil de ser obtida, se existir. Assim sendo, a solução η é aproximada pela série η', tal que:

$$\eta \cong \eta' = \sum_{n=1}^{r} a_n\phi_n(\xi)\phi_n(\tau^*) \quad (15)$$

onde a_n é o vetor das constantes, que podem, inclusive, assumir valôres complexos, $\phi_n(\xi)$ é um conjunto de funções linearmente independentes satisfazendo pelo menos as condições de contorno geométricas do problema e $\Phi_n(\tau^*)$ são funçoes que descrevem o comportamento do movimento oscilatório no tempo.

Como a série η é truncada em processos computacionais, a parte homogênea da equação (14), aqui representada por $\mathcal{E}(\eta)$, não será exatamente zero, i.é,

$$\mathcal{E}(\eta') = \varepsilon \qquad (16)$$

onde ε é um êrro admissível.

A questao toda consiste em determinar a série η' apropriada, tal que o êrro ε seja mínimo. Para isso, escolhe-se uma série η' que satisfaça as condições de ortogonalidade dentro do domínio analisado, ou seja:

$$\int_0^1 \mathcal{E}(\eta') \times \phi_n(\xi) = 0 \qquad (17)$$

O resultado da equação (17) é a obtenção do conjunto de constantes a_n apropriado para a aproximação η' e as freqüências naturais de vibração da estrutura.

Resultados. Seja, por exemplo, uma tubulação simplesmente apoiada nos dois extremos. A aproximação satisfatória de η é

$$\eta' = \text{Real}\Big(\sum_{n=1}^{r} a_n e^{i\omega\tau^*} \text{sen}(n\pi\xi)\Big) \qquad (18)$$

pois $\eta'(0) = \eta'(1) = 0$.

Substituindo a equação (18) na equação (17) obtem-se:

$$\text{Real}\Big(\sum_{n=1}^{r} a_n e^{i\omega\tau^*} \underset{\sim}{A}\Big) = 0 \qquad (19)$$

onde $\underset{\sim}{A}$ é uma matriz de ordem r, cujos elementos valem:

$$a_{nn} = \{(n\pi)^4 - [V^{*2} - \Gamma + \Pi(1-2\nu\theta) - \gamma/2](n\pi)^2 + \chi i\omega - \omega^2\}/2 \qquad (20.1)$$

e

$$a_{nm} = \{2\beta^{1/2} V^* nm\omega i/(m^2+n^2)\} + \{2\beta mn(n^2+m^2)/[(n-m)^2(n+m)^2]\} \qquad (20.2)$$

se n e m forem de paridade distinta. Caso contrário, a_{nm} é zero.

A solução não trivial da equação (19) requer que

$$\text{Det}\ \underset{\sim}{A} = 0 \qquad (21)$$

As raízes da equação (21) corresponderão às freqüências naturais adimensionais do sistema e a determinação do vetor a_n é feita com utilização da equação (19).

Algumas freqüencias adimensionais calculadas estão mostradas na Figura (2) e (3). As partes Real (ω) e Imag (ω) estão plotadas no diagrama de Argand, tendo V* como parâmetro variável.

Na Figura (2) nota-se que, com o aumento da velocidade, a freqüencia correspondente ao primeiro modo diminui e se anula em $V^* \cong \pi$, que é a primeira velocidade crítica de flambagem. Similarmente, os segundo e terceiro modos se anulam em $V^* \cong 2\pi$ e 3π, respectivamente. Entretanto, para uma velocidade ligeiramente superior a 2π, a posição do primeiro e segundo modos permanece no eixo Imag (ω) e, quando deixam o eixo, fazem em pontos simétricos que indicam o início do acoplamento do 1º e 2º modo de vibração.

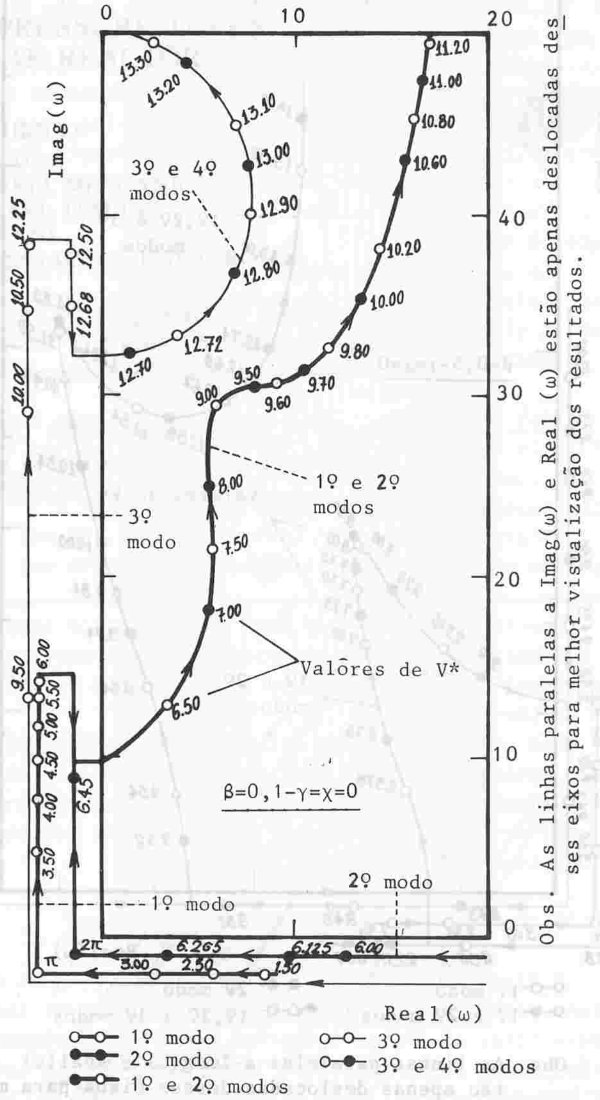


Fig.2 - Freqüências Adimensionais Complexas

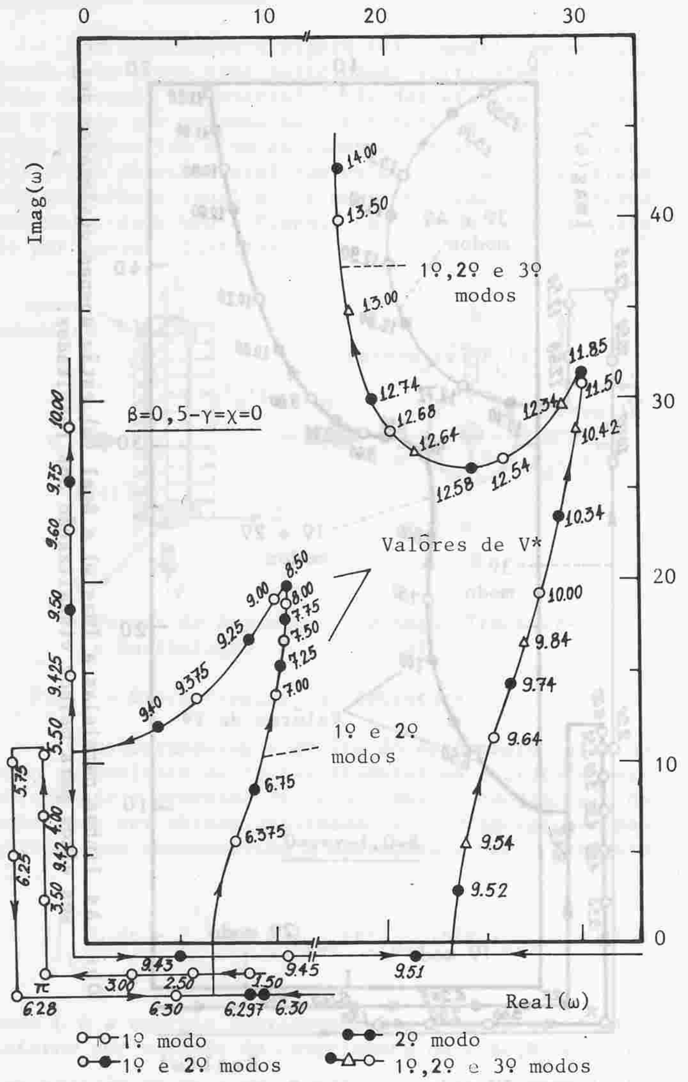
Na Figura (3) é verificado o comportamento análogo do sistema, obedenco ao mesmo mecanismo de flambagem e acoplamento dos modos.

CONCLUSÕES

É importante notar as diferenças de comportamento entre sistemas com baixas e altas razões de massa, β. Para pequenos valôres de β o sistema flamba no 1º, 2º 3º e 4º modo, para que, depois, se verifiquem os acoplamentos. Para sistemas com razões de massa altas, a estrutura só flamba no 1º modo, verificando-se o acoplamento dos modos antes que a flambagem ocorra nos modos subsequentes.

Outra característica importante a ressaltar é o efeito estabilizante das forças de origem giroscópicas ($\beta \neq 0$). Aqui este efeito é demonstrado claramente, pois, após ultrapassar a velocidade crítica de flambagem, a força de Coriolis tende a estabilizar, ou estabiliza o sistema antes do início dos acoplamentos dos modos de vibração. Evidentemente, tal efeito é mais pronunciado para valôres altos de β.

Na prática, é interessante obter-se a primeira velocidade crítica de flambagem para efeito de projeto de tubulação. Algumas dessas velocidades estão relacio



Obs. As linhas paralelas a Imag(ω) e Real(ω) estão apenas deslocadas desses eixos para melhor visualização dos resultados.

Fig. 3- Freqüencias Adimensionais Complexas

nadas no quadro abaixo,para a situação de tubulações simplesmente apoiadas nos dois extremos.

CONDIÇÃO CRÍTICA DE ESTABILIDADE

γ	V^{*2}
-10	2,1
-5	2,7
0	π
5	3,5
10	3,8
15	5,6

Os resultados mostrados nas Figuras (2) e (3) apresentam excelente acuidade quando comparados com os obtidos em [10],não apresentando qualquer diferença nos resultados.Além disso,a gama de velocidades utilizadas na obtenção das freqüencias críticas adimensionais é bastante extensa,permitindo a análise do comportamento do sistema desde as mais baixas até altas velocidades,o que não é apresentado em [10].

Veloso e Loula [11] utilizam a teoria clássica de vigas para obtenção da equação que descreve o comportamento oscilatório de tubulações sujeitas a vibrações induzidas,ou seja

$$(m+m_a)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c_v\frac{\partial v}{\partial t} + EIv_{,xxxx} = F_L(t) \qquad (22)$$

que não leva em consideração o efeito da força de Coriolis.Dessa maneira, a ação das forças giroscópicas é totalmente desprezada e o efeito de estabilização e ou desestabilização do sistema é efetivamente negligenciado.Ainda, não é levado em consideração o carregamento da tubulação devido às forças de tração(compressão) externa e da pressão interna.Tais inconvenientes são plenamente contornados com utilização da equação(11) e, a análise da influencia de cada um desses parâmetros no comportamento dinâmico da tubulação é facilmente executada com a metodologia desenvolvida para resolução do problema.

REFERÊNCIAS

[1] Bishop, R.E.D and Hassan, A.Y. "The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder in a Flowing Fluid", Proc.Royal Society of London,A,277 (1964) ,p. 51-75.

[2] Gerrard, J.H. "An Experimental Investigation of the Oscillating Lift and Drag of Circular Cylinder Shedding Turbulent Vortices",J.Fluid Mech. (1961), p. 244-256.

[3] Benjamin, T.B. "Dynamics of a System of Articuled Pipes Conveying Fluid"-I Theory,Proc.Royal Society of London,A,293 (1961),p.457-86.

[4] Barbieri, R. "Dinâmica das Oscilações Auto Induzidas em Tubulações", Dissertação de Mestrado, UFSC (1984).

[5] Chen, S.S. and Chung, H. "Design Guide for Calculating Hydrodinamic Mass- Part I: Circular Cylindrical Structures",Argonne National Laboratory (1976).

[6] Chen, S.S.,Wambsganss, M.W. and Jendrzejczyk, J.A. "Added Mass and Damping of a Vibrating Rod in Confined Viscous Fluids",J.Applied Mechanics, June (1976)

[7] Dong, R.G. "Effective Mass and Damping of Submerged Structures",Lawrence Livermore Laboratory,University of Califórnia,(1978).

[8] Chandrasekaran, A.R.,Saini, S.S. and Malhotra, M. M. "Virtual Mass of Submerged Structures",J. of Hydraulics Division,Proc. ASCE,May (1972).

[9] Skop, R.A.,Romberg, S.E. and Ferer, K.M. " Add Mass and Damping Forces on Circular Cylinders", ASME paper 76 (1976).

[10] Païdossius, M.P. and Issid, N.T. "Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid",J.Sound and Vibration,33(3) (1974),p. 267-294.

[11] Veloso, P.A. e Loula, A.F.D. " Vibrações Induzidas por Vórtices em Tubos com Restrições Unilaterais",Laboratório de Computação Científica - RJ - (1984)

SUMMARY

The analised system in the present paper is a long flexible and thin pipe,loaded by crossed external and internal flow,with elastic constrains in both ends. The problem is here treated by energetic aproach and assumed only small transversal structural displacements. An especial enphasis is given for the giroscopic forces generated by the internal flow,which are responsable for the complexibility of the pipe dynamic behavior,sometim s stabilizing and othertimes destabilizing the system.