



Green's Function Method". Proc. Int. Conf. Boundary Element Technology, (Ed. Brebbia, C.A. e Venturini, W.S.), Comp. Mech. Publ., Southampton.

- [6] SILVA, L.H.M. - "Novas Formulações Integrais para Problemas da Mecânica". Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, (PhD Thesis), 1988.
- [7] BARBIERI, R.; BARCELLOS, C.S. - "Solução do Problema Potencial pelo Método da Função de Green Local Modificado (MLGFM)". Proc. XI COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São Paulo, 1991.
- [8] BARBIERI, R.; BARCELLOS, C.S. - "A Modified Local Green's Function Technique for the Mindlin's Plate Problem". Proc. 13th. Int. Conf. Boundary Element Technology, Ed. C.A. Brebbia e G. Gipsón.
- [9] FILIPPIN, C.G.; BARBIERI, R.; MACHADO, R.D.; BARCELLOS, C.S. - "O Método da Função de Green Local Modificado Como Ferramenta Computacional na Solução do Problema de Vibração Livre". Revista da Sociedade Brasileira de Acústica - SOBRAC - Acústica e Vibrações. Ed Dr. Samir. Vol 11, 1992.
- [10] BARBIERI, R.; BARCELLOS, C.S. - "Non-Homogeneous Potential Field Solution by the Modified Local Green's Function Method (MLGFM)", Eng. Analysis With Boundary Elements (to appear)
- [11] BARCELLOS, C.S.; BARBIERI, R. - "Solution of Singular Potential Problem by the Modified Local Green's Function Method (MLGFM)". Proc. 13th. Int. Conf. Boundary Element Technology, Ed. C.A. Brebbia e G. Gipsón, 1991.
- [12] MACHADO, R.D.; BARCELLOS, C.S. - "A First Modified Local Green's Function Method Approach To Orthotropic Laminated Plates". Proc. CADCOMP92. Computer Aided Design in Composite Material Technology. Ed. C.A. Brebbia e W.R.Blain. Delaware, USA, 1992.
- [13] BARBIERI, R.; BARCELLOS, C.S.; NOEL, A.T. - "A First Modified Local Green's Function Method Approach to Shell Analysis" (to appear), 1992.
- [14] FILIPPIN, C.G.; BARBIERI, R.; BARCELLOS, C.S. - "Numerical Results for H- and P-Convergences for the Modified Local Green's Function Method". Proc. 14th. Int. Conf. Boundary Element Technology, USA, 1992.
- [15] BARBIERI, R. - "Desenvolvimento e Aplicação do Método da Função de Green Local Modificado (MLCFM) Para Problemas do Meio Contínuo". Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, (PhD. Thesis), 1992.

MÉTODO MODIFICADO DA FUNÇÃO DE GREEN LOCAL (MLGFM):
UMA NOVA ALTERNATIVA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA MECÂNICA
PARTE II - APLICAÇÕES.

BARCELLOS, C.S.^[1]; BARBIERI, R.^[2]; MACHADO, R.D.^[3]; FILIPPIN, C.G.^[3]

[1] UFSC - Dept^o. Engenharia Mecânica. - GRANTE

[2] FEJ - Faculdade de Engenharia de Joinville - SC

[3] UFPr - Setor de Tecnologia - CESE

SUMÁRIO

Na primeira parte deste artigo [1], mostrou-se um novo método integral denominado "Método Modificado da Função de Green Local (MLGFM)", que associa as técnicas de elementos finitos e de contorno, para resolver problemas na Mecânica do Contínuo. O seu desempenho numérico é demonstrado ao longo deste artigo, com aplicações em problemas de potencial, de elastostática, de placas laminadas e, finalmente, de determinação das frequências naturais vibração em membranas elásticas e cavidades acústicas.

In the first part of this paper [1], a new integral method, named "Modified Local Green's Function Method (MLGFM)", which joins finite and boundary elements techniques to solve problems in Continuum Mechanics, was presented. Its numerical performance is shown in the present work by some examples in potential, elastostatics, laminated plates and determination of natural frequencies of elastic membranes and acoustic cavities free vibration problems.

SUMMARY

1. Introdução.

O Método Modificado da Função de Green Local (MLGFM) é um novo método integral que vem sendo empregado com sucesso em diversos campos da Mecânica. Na primeira parte deste artigo [1] foi feita uma revisão do mesmo e, agora, algumas aplicações são apresentadas.

O MLGFM associa duas técnicas numéricas consagradas: o Método dos Elementos Finitos (FEM) e o Método dos Elementos de Contorno (BEM). Portanto, não apresenta dificuldades de discretização do problema em estudo, pois o domínio e o contorno são subdivididos por meio de elementos finitos e de contorno, como nos casos originalmente resolvidos pelo FEM ou pelo BEM.

No MLGFM, o contorno deve ser discretizado por meio de elementos que são o "traço" [2] dos elementos de domínio, o que implica em utilizar malhas associadas, com elementos que tenham as mesmas funções de interpolação no domínio e no contorno, respectivamente.

Valem as técnicas de discretização comumente empregadas no FEM e, especialmente, no BEM. Assim é que, onde houver mudança abrupta de geometria, condição de contorno, ou de carregamento, deve-se utilizar nós duplos. Em problemas axi-simétricos, o eixo de simetria não deve ser discretizado por elementos de contorno.

As aplicações que serão mostradas referem-se a um problema de potencial, outro de elastostática, e terceiro de placa isotrópica, o seguinte de placas laminadas, e, finalmente, na determinação de frequências naturais em membrana elástica e em cavidade acústica.

2. Aplicações.

2.1. Tubo Circular sujeito a um gradiente térmico.

Analisa-se um tubo de seção anular, com raios externo, $R_e = 32$, e interno, $R_i = 1$, submetido a uma temperatura interna de $T_i = 1000$, e a externa $T_e = 0$. O domínio, Ω , e a discretização do problema estão ilustrados na Figura 1.

Matematicamente o problema consiste em se determinar $u(r, \theta)$ tal que

$$\begin{aligned} \Delta u(r, \theta) &= 0 & \forall (r, \theta) \in \Omega \\ u(1, \theta) &= 1000 & \forall \theta \in (0, 2\pi) \\ u(32, \theta) &= 0 & \forall \theta \in (0, 2\pi) \end{aligned} \quad (1)$$

A solução analítica vale:

$$u(r, \theta) = T_i + [(T_e - T_i) / \ln(R_e/R_i)] \ln(r/R_i) \quad (2)$$

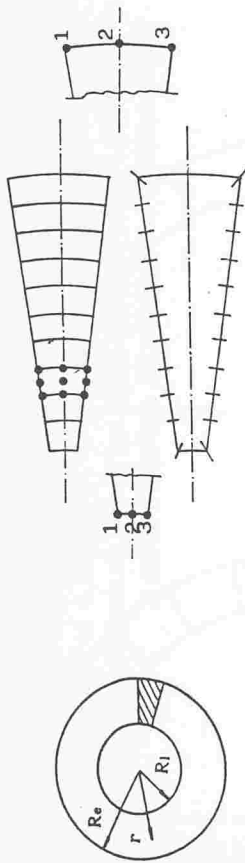


Figura 1 - Domínio e discretização utilizada.

Foram utilizados elementos lagrangeanos quadráticos no domínio e no contorno para discretizar apenas uma parte do tubo, uma vez que o problema é independente da variável θ . Nos pontos de descontinuidade das condições de contorno ou da normal são utilizados nós duplos.

Na Tabela 1 são mostrados os resultados para fluxos para nós internos e externos. A figura 2 indica a variação do erro em potencial (temperaturas) ao longo da parede do tubo. Observa-se que, tanto para fluxos quanto para temperaturas, mesmo utilizando-se malha grosseira, os resultados foram excelentes.

Tabela 1 - Fluxos:
Solução Analítica x MLGFM

nó	R_i	R_e
1	288.7434	-9.0180
2	288.5535	-9.0199
3	288.7434	-9.0180
Anal.	288.5390	-9.0168

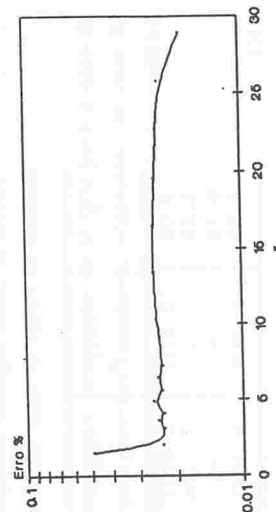


Figura 2 - Erro (%) no Potencial

2.2. Cascas Esféricas com Pressão Interna.

Dois cascas esféricas, uma espessa e a outra semi espessa, serão a seguir analisadas. Inicialmente, considera-se uma casca de parede espessa, conforme indicada

Figura 3, onde podem ser vistas, também, as malhas de domínio e de contorno. O raio interno vale $a = 3.0$, o externo, $b = 9.0$, e existe pressão interna $p = 1.0$. São utilizados elementos lagrangeanos quadráticos no domínio e no contorno (exceto o eixo de simetria, Y), usando ainda nós duplos nos cantos. Os resultados de deslocamentos e de tensões coincidem com analíticos [3], conforme a Tabela 2.

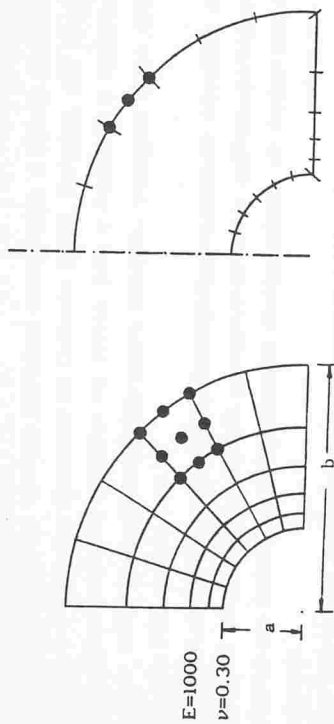


Figura 3 - Casca espessa - Discretização de domínio e de contorno

Tabela 2. Casca Espessa: Deslocamentos Radiais e Tensões Normais ao Longo do Raio. (Solução Analítica dada por [3]).

r	$\delta_{ANAL} \cdot$ ($\times 10^{-3}$)	$\delta_{CALC} \cdot$ ($\times 10^3$)	$\sigma_{ANAL} \cdot$	$\sigma_{CALC} \cdot$
3.00	2.0711	2.0701	0.5577	0.5747
5.20	-	-	0.1382	0.1458
6.75	-	-	0.0840	0.0890
9.00	0.3635	0.3633	0.0577	0.0612

Considere-se, agora, o caso da casca semi-espessa cujas discretizações de domínio e de contorno estão indicadas na Figura 4, mediante a utilização de elementos cúbicos. Sendo o raio interno, $a = 10$, o externo, $b = 11$, e a pressão interna, $p = 1$, os resultados de deslocamentos e de tensões normais estão apresentados na Tabela 3.

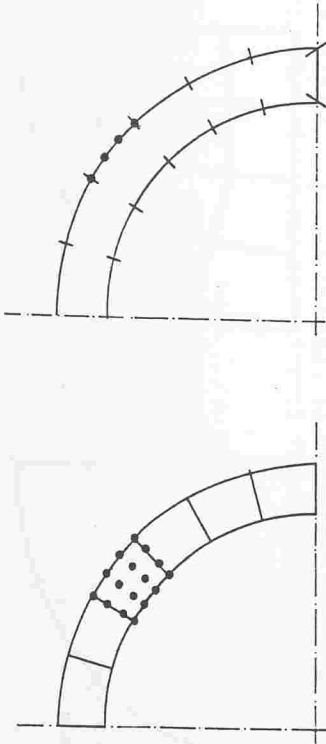


Figura 4 - Casca Semi-Espessa - Malhas de Domínio e de Contorno

Tabela 3 - Casca Semi-Espessa - Deslocamentos Radiais e Tensões Normais ao Longo do Raio. (Solução Analítica dada por [3]).

r	$\delta_{ANAL} \cdot$ ($\times 10^{-2}$)	$\delta_{CALC} \cdot$ ($\times 10^{-2}$)	$\sigma_{ANAL} \cdot$	$\sigma_{CALC} \cdot$
10.00	3.8222	3.8360	5.0317	5.0867
10.33	-	-	4.8434	4.8245
10.66	-	-	4.6778	4.7565
11.00	3.4894	3.5024	4.5317	4.2933

2.3. Placa Circular Engastada.

O exemplo a seguir apresentado demonstra o desempenho do MLCFM para o caso de malhas distorcidas. Trata-se de uma placa circular isotrópica, engastada, de raio R , espessura h , e submetida a um carregamento uniforme $q(x,y) = 1$. A solução analítica para o deslocamento central, δ , é dada por:

$$\delta = \frac{R^4}{64 D} \left[1 + \frac{8}{3k(1-\nu)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \right] \quad (3)$$

com $k = 5/6$ e $\nu = 0.30$.

Aproveitando a simetria do problema, somente $1/4$ do domínio foi discretizado, conforme a Figura 5. Foram utilizados elementos quadráticos ou cúbicos, num total de 12 elementos finitos por análise. Os resultados constam na Tabela 4, para a relação $R/h = 100$. Observa-se o bom desempenho do MLCFM comparado com os resultados de Bathe et alii [4] e de Weissman e Taylor [5] determinados por meio do Método dos Elementos Finitos.

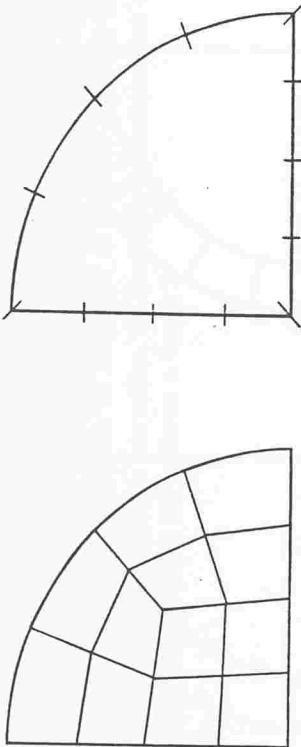


Figura 5 - Placa Circular Isotrópica Engastada. Malhas Utilizadas

Tabela 4 - Placa Circular Engastada - Deslocamento Central Adimensionalizado para $R/h = 100$ e malha com 12 elementos.

Fonte	Deslocamento	Erro %
Analítica	1.000457	-
MLGFM quadrat.	0.999350	0.110E+0
MLGFM cúbico	1.000467	2.745E-4
MITC4 [4]	0.948	5.243E+0
MITC8 [4]	0.997	0.345E+0
MITC9 [4]	0.998	0.245E+0
CRB1 [5]	1.049224	-4.874E+0
CRB2 [5]	1.133619	1.331E+1
S1 [5]	0.914496	8.592E+0

2.4. Placa Laminada Não Simétrica.

Por ainda não existir solução fundamental apropriada para resolver placas laminadas pelo Método dos Elementos de Contorno, é que este exemplo se torna interessante, pois o MLGFM a determina numericamente. O primeiro caso analisado corresponde a uma placa quadrada laminada não simétrica, de duas lâminas, $0^\circ/90^\circ$, $a/h=10$, submetida a um carregamento senoidal, com dois lados opostos simplesmente apoiados e os outros dois apoiados, engastados ou livres. O segundo caso é idêntico ao primeiro, porém existem 10 lâminas, $0^\circ/90^\circ/\dots$. Placas laminadas não simétricas, como as deste exemplo, apresentam acoplamento dos efeitos de membrana e de flexão. Os resultados adimensionalizados de deslocamentos e de tensões estão indicados na Tabela 5 onde são mostrados, também, os fornecidos por Reddy [6], e as soluções analíticas apresentadas em [6], obtidas por meio de um processo do tipo Levy. Devido às condições de simetria, 1/4 do domínio foi discretizado por 2 e por 4 elementos lagrangeanos quadráticos. A formulação empregada, baseia-se em modelo de deslocamentos, e utiliza

uma expansão polinomial de primeira ordem, conforme descrito em [7]. Tanto os resultados de deslocamentos quanto os de tensões são muito bons. Os dados utilizados são os seguintes:

$$E_1/E_2 = 25; \quad G_{12} = G_{13} = 0.5 E_2; \quad G_{23} = 0.2 E_2; \quad \nu_{12} = 0.25 \quad (4)$$

Tabela 5 - Placa Laminada Não Simétrica $[0^\circ/90^\circ/\dots]$, $a/h = 10$. Carregamento Senoidal; Condições de Contorno para dois bordos opostos: (SS) - Apoiados; (CC) - Engastados; (FF) - Livres. Resultados do MLGFM para Malhas 2×2 e 4×4 (*).

N. L. Sol.	Fonte	SSSS	SSCC	SSFF	
2	\bar{w}	FSDT [6]	1.238 (1.237)	0.657 (0.656)	2.027 (2.028)
		MLGFM _{FSDT}	1.237 (1.237)	0.656 (0.656)	2.026 (2.028)
		CPT [6]	1.043 (1.064)	0.417 (0.429)	1.786 (1.777)
	$\bar{\sigma}_1$	FSDT [6]	6.948 (7.157)	4.232 (4.450)	2.331 (2.442)
		MLGFM _{FSDT}	7.262 (7.225)	4.539 (4.491)	2.570 (2.550)
		CPT [6]	6.659 (7.157)	4.348 (4.800)	2.034 (2.403)
	$\bar{\sigma}_2$	FSDT [6]	6.948 (7.157)	3.661 (3.799)	11.654 (11.884)
		MLGFM _{FSDT}	7.262 (7.225)	3.852 (3.845)	11.940 (11.910)
		CPT [6]	6.659 (7.157)	2.615 (2.914)	11.614 (11.849)
	$\bar{\sigma}_4$	FSDT [6]	2.652 (2.729)	1.459 (1.523)	3.814 (3.882)
		MLGFM _{FSDT}	3.065 (3.253)	1.673 (1.771)	4.622 (4.980)
		FSDT [6]	0.616 (0.615)	0.386 (0.385)	0.914 (0.915)
10	\bar{w}	FSDT [6]	4.863 (5.009)	2.550 (2.692)	1.648 (1.723)
		MLGFM _{FSDT}	5.103 (5.061)	2.776 (2.727)	1.815 (1.796)
		CPT [6]	4.611 (5.009)	2.798 (3.167)	1.324 (1.725)
	$\bar{\sigma}_1$	FSDT [6]	4.863 (5.009)	3.031 (3.135)	7.384 (7.533)
		MLGFM _{FSDT}	5.103 (5.061)	3.187 (3.165)	7.573 (7.551)
		CPT [6]	4.611 (5.009)	1.694 (1.911)	7.395 (7.480)
	$\bar{\sigma}_2$	FSDT [6]	2.652 (2.729)	1.648 (1.708)	3.782 (3.853)
		MLGFM _{FSDT}	2.193 (2.345)	1.370 (1.467)	3.064 (3.311)
		FSDT [6]	0.616 (0.615)	0.386 (0.385)	0.914 (0.915)
	$\bar{\sigma}_4$	FSDT [6]	4.863 (5.009)	2.550 (2.692)	1.648 (1.723)
		MLGFM _{FSDT}	5.103 (5.061)	2.776 (2.727)	1.815 (1.796)
		CPT [6]	4.611 (5.009)	2.798 (3.167)	1.324 (1.725)

(*) - Números entre parênteses : Solução Analítica [6]
Números entre colchetes : Solução MLGFM - Malha 4×4

Os valores adimensionalizados constantes na Tabela 5 são determinados por:

$$\bar{w} = (wE_2h^3)/O^2/(a^4P_0); \quad \bar{\sigma}_1 = -\sigma_1 \frac{a}{2} \frac{b}{2} \frac{h}{2} 10/(a^2P_0)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 \frac{a}{2} \frac{b}{2} \frac{h}{2} 10/(a^2P_0); \quad \bar{\sigma}_4 = \sigma_4 (0, \frac{b}{2}, 0) h 10/(aP_0) \quad (5)$$

Tabela 6 - Frequências da Membrana em "H"

Ω_n	DONNELLY [9]	MILSTED [8]	MLCFM
Ω_1	7.7330	7.7842	7.8859
Ω_2	-	-	8.6997
Ω_3	-	-	14.0889
Ω_4	14.305	14.320	14.0902
Ω_5	-	-	14.5991
Ω_6	19.739	19.751	18.0202
Ω_7	-	-	20.0000
Ω_8	-	-	25.5800
Ω_9	-	-	27.0626
Ω_{10}	-	-	27.0988

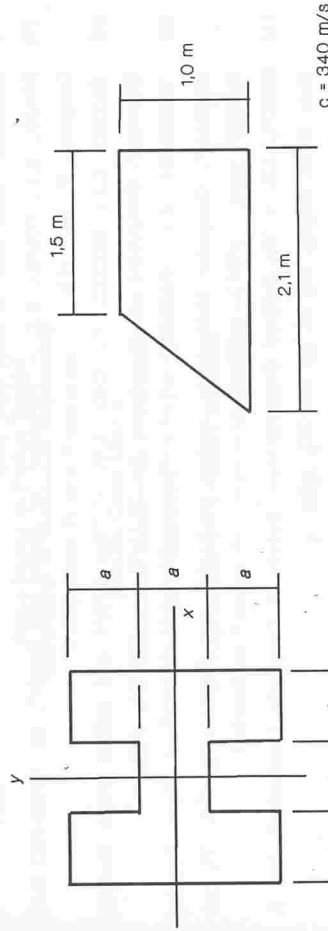


Figura 6 - Membrana em "H"

Figura 7 - Cavidade Trapezoidal

Tabela 7 - Frequências Naturais (Hz) para a Cavidade Acústica Trapezoidal

Ω_n	SHUKU [10]		ALI [11]		MLCFM	ERRO (%)
	FEM	EXPERIM.	S/ Pts INT.	9 Pts INT.		
Ω_1	92.5	93	93.7	92.9	92.47	-0.57
Ω_2	162.5	164	169.3	165.0	162.17	-1.11
Ω_3	179.1	182	187.6	182.3	178.61	-1.86
Ω_4	-	-	-	-	209.86	-
Ω_5	-	-	-	-	243.24	-
Ω_6	-	-	-	-	291.90	-

3. Conclusões.

Pelos exemplos aqui apresentados, verifica-se que o MLCFM tem um excelente desempenho, sendo capaz de fornecer ótimos resultados, tanto de deslocamentos ou temperaturas, quanto de tensões ou fluxos. Sua viabilidade em problemas sem solução fundamental apropriada está comprovada e, pelo seu desempenho, muitas outras formulações ficam estimuladas. As características de super-convergência nodal, bem como a boa

2.6. Determinação das Frequências Naturais de Vibração de uma Membrana "H".

A análise pelo Método dos Elementos Finitos de uma membrana em forma de "H", conforme mostra a Figura 6, é difícil devido aos quatro cantos re-entrantes que impedem a correta estimativa das menores frequências naturais. Milsted e Hutchinson [8] fornecem valores para as três menores frequências, correspondentes a modos apresentando simetria com respeito aos eixos coordenados, e comparando-os com aqueles obtidos por Donnelly [9]. Milsted e Hutchinson [8] utilizam o FEM onde o deslocamento transversal de um elemento quadrilátero arbitrário é aproximado por um polinômio de quatro termos mais um número arbitrário de termos trigonométricos. O problema é aqui resolvido utilizando-se sete elementos finitos cúbicos isoparamétricos para aproximar a Função de Green e dezesseis elementos de contorno cúbicos isoparamétricos para discretizar as equações integrais. Não é utilizada a técnica de nós duplos nos cantos. Os resultados são apresentados na Tabela 6, na forma $\Omega_n = \omega a (\rho/T)^{1/2}$, onde $a = 1.0$ e $(\rho/T)^{1/2} = 1.0$. Para maiores detalhes sobre a formulação do MLCFM para obtenção do problema de autovalor, veja-se Philippin [12].

2.7. Frequências Naturais de Propagação de Ondas em Cavidade Acústica.

O problema de propagação livre de ondas em uma cavidade trapezoidal com paredes acusticamente rígidas (impermeáveis ao fluxo sonoro), conforme mostra a Figura 7, foi resolvido pelo FEM, bem como experimentalmente, por Shuku e Ishihara [10]. O mesmo problema foi resolvido por Ali, Rajakumar e Yunus [11] com uma técnica de elementos de contorno baseada no "Método da Reciprocidade Dual (DRM)", e "Método Integral Particular (PIM)", sob dois procedimentos: sem pontos internos ao domínio, e com nove pontos. O mesmo problema foi resolvido pelo MLCFM utilizando-se apenas um elemento isoparamétrico no domínio e quatro elementos de contorno, de sexta ordem. Os resultados são mostrados na Tabela 7, na forma $\Omega_n = (2\pi)^{-1} \omega c$, onde $c = 340$ m/s. O erro é calculado em relação à solução experimental indicada em [11], na norma L_2 .

precisão com malhas grosseiras verificadas no método, indicam seu uso para processos adaptativos.

REFERÊNCIAS

- [1] BARCELLOS, C.S.; BARBIERI, R.; MACHADO, R.D.; FILIPPIN C.G. - "Método Modificado da Função de Green Local (MLGFM): Uma Nova Alternativa Para a Solução de Problemas da Mecânica - Parte I: Descrição do Método". 7º. SIBRAT - Simpósio Brasileiro Sobre Tubulações e Vasos de Pressão. Florianópolis, 1992.
- [2] ODEN, J.T.; REDDY, J.N. - "An Introduction To The Mathematical Theory Of Finite Elements". John Wiley & Sons, USA, 1976.
- [3] ROARK, R.J.; YOUNG, W.C. - "Formular for Stress and Strain". Mc. Graw-Hill Book Company. 5ª. Ed., 1976
- [4] BATHE, K.J.; BREZZI, F.; CHO, S.W. - "The MITC7 and MITC9 Plate Bending Elements". Computers and Structures, Vol 32 (3/4), pp. 797-814, 1989.
- [5] WEISSMAN, S.L.; TAYLOR, R.L. - "Resultant Fields for Mixed Plate Bending Elements". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 79, pp. 321-355, 1990.
- [6] REDDY, J.N. - "On Refined Computational Models of Composite Laminates". Int. J. Num. Meth. Engng. Vol 27, pp 361-382, 1989.
- [7] MACHADO, R.D.; BARCELLOS, C.S. - "A First Modified Local Green's Function Method Approach To Orthotropic Laminated Plates". Proc. CADCOMP92. Computer Aided Design in Composite Material Technology. Ed. C.A. Brebbia e W.R.Blain. Delaware, USA, 1992.
- [8] MILSTED, M.G.; HUTCHINSON, J.R. - "Use of Trigonometric Terms in The Finite Element Method with Applications to Vibrating Membranes". Journal of Sound and Vibration, Vol. 32, pp. 327-346, 1974.
- [9] DONNELLY, J.D.P. - "Eigenvalues of Membranes With Re-entrant Corners", SIAM J. Num. Analysis, Vol 6, pp. 47-61, 1969.
- [10] SHUKU, T.; ISHIHARA, K. - "The Analysis of the Acoustic Field in Irregularly Shaped Rooms by the Finite Element Method", J. Sound Vib., Vol 29, pp. 67-76, 1973.
- [11] ALI, A.; RAJAKUMAR, C.; YUNUS, S.M. - "On the Formulation of the Acoustic Boundary Element Eigenvalue Problems", Int. J. Num. Meth. Engng., Vol 31, pp 1271-1282, 1991.
- [12] FILIPPIN, C.G. - "Desenvolvimento e Aplicação do Método da Função de Green Local Modificado à Equação de Helmholtz". Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, (MSc. Thesis), 1992.

ANAI S



7º SIMPÓSIO BRASILEIRO
SOBRE TUBULAÇÕES E VASOS DE PRESSÃO
7TH BRAZILIAN SYMPOSIUM ON PIPING AND PRESSURE VESSELS
FLORIANÓPOLIS, 07 - 08 DE OUTUBRO DE 1992

TRABALHO Nº

PP. 181 - 195

PROCEEDINGS



MODELING OF DAMAGE INDUCED BY PRESSURE TRANSIENTS IN LIQUID-FILLED PIPES AT HIGH TEMPERATURES

Felipe Bastos de Freitas Rachid
Department of Mechanical Engineering
Universidade Federal Fluminense

Heraldo Costa Mattos
Mechanical Engineering Department
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rogério Martins Saldanha da Gama
Laboratório Nacional de Computação Científica - CNPq

SUMÁRIO

Neste artigo apresenta-se um modelo para análise de transientes hidráulicos em tubulações elasto-viscoplásticas com dano. A dinâmica do escoamento do fluido e a deformação das paredes do tubo são descritas pela teoria clássica de golpe de aríete. Na descrição do comportamento mecânico da tubulação emprega-se uma teoria constitutiva com variáveis internas. As equações do modelo formam um sistema hiperbólico não linear que é resolvido utilizando-se uma técnica numérica baseada no método de Glimm. Exemplos numéricos relativos à degradação da tubulação induzida por transientes de pressão são apresentados e discutidos.

SUMMARY

This paper is concerned with the modeling of hydraulic transients in damageable elasto-viscoplastic piping systems. The fluid dynamics along with pipewall deformation is modeled by the classical waterhammer theory, whereas pipewall mechanical behaviour is described by an internal variable constitutive theory. The resulting non-linear system of hyperbolic equations is solved by means of a numerical technique based on Glimm's method. Numerical examples concerning the damage evolution induced by pressure transients are presented and analyzed in order to demonstrate the applicability of the theory.