

Vitor Takashi Endo

**IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO CONSTITUTIVO DE  
VISCOELASTICIDADE LINEAR ORTOTRÓPICA ASSOCIADA  
À TÉCNICA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Eng. José Carlos de Carvalho Pereira

Florianópolis  
2013

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da  
Universidade Federal de Santa Catarina

Endo, Vitor Takashi

Implementação de modelo constitutivo de viscoelasticidade linear ortotrópica associada à técnica de identificação de parâmetros / Vitor Takashi Endo ; orientador, José Carlos de Carvalho Pereira - Florianópolis, SC, 2013.  
105 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Materiais compostos injetados. 3. Modelo constitutivo. 4. Viscoelasticidade linear ortotrópica. 5. Método de elementos finitos. I. Pereira, José Carlos de Carvalho. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

Vitor Takashi Endo

**IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO CONSTITUTIVO DE  
VISCOELASTICIDADE LINEAR ORTOTRÓPICA ASSOCIADA  
À TÉCNICA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica” e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Florianópolis, 26 de julho de 2013.

---

Prof. Dr. Eng. Armando Albertazzi Gonçalves Jr  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Eng. José Carlos de Carvalho Pereira  
Orientador

---

Prof. Dr. Eng. Lauro Cesar Nicolazzi  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

---

Prof. Dr. Gean Vitor Salmoria  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

---

Prof. Dr. Eng. Guilherme Mariz de Oliveira Barra  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC



Este trabalho é dedicado à  
Universidade Federal de Santa  
Catarina.



## **AGRADECIMENTOS**

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Ao orientador e professor José Carlos de Carvalho Pereira.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Mecânica da universidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Aos meus familiares, em especial aos meus pais: Armando Haruo Endo e Elena Tiekko Sato Endo.

Aos colegas e amigos do Grupo de Análise e Projeto Mecânico: Luiz Carlos Pinagé de Lima Filho, Armin Sonnenhohl, Diego Fernandes Rodrigues e Vinicius Bianchezzi.

Aos colegas da empresa Whirlpool Latin America: Thyago Morette Kiam e Pablo Filgueira Rodeiro.

A minha namorada e companheira Josiane Giese.



## RESUMO

O conhecimento acerca das propriedades dos materiais figura como aspecto essencial no contexto da mecânica de sólidos computacional aplicada ao desenvolvimento de produtos. Com o intuito de promover a utilização de materiais compostos injetados em componentes estruturais, torna-se relevante a investigação de técnicas adequadas para a caracterização do material, considerando a variação de propriedades mecânicas em relação à orientação das fibras e ao tempo de carregamento mecânico. Deste modo, foi descrita uma metodologia para a obtenção de corpos de prova, assim como a condução dos ensaios mecânicos e o tratamento dos dados. A representação matemática das propriedades do material foi feita por meio de um modelo constitutivo de viscoelasticidade linear descrito por séries de Prony, convenientemente adaptado para materiais ortotrópicos. Devido ao elevado número de coeficientes do modelo constitutivo proposto, foi aplicada a técnica de identificação de parâmetros para a determinação das incógnitas da função matemática que representa o modelo constitutivo. A metodologia utilizada permitiu a obtenção de uma boa correlação entre dados experimentais, analíticos e numéricos do ensaio de fluência. Tais resultados favorecem o emprego da simulação numérica para o desenvolvimento de componentes estruturais ao utilizar o modelo constitutivo proposto de viscoelasticidade linear ortotrópica.

**Palavras-chave:** Materiais compostos injetados, modelo constitutivo, viscoelasticidade linear ortotrópica, método de elementos finitos, identificação de parâmetros.



## ABSTRACT

Material properties description and understanding are essential aspects when computational solid mechanics is applied to product development. In order to promote injected composite materials for structural applications, it is very relevant to develop material characterization procedures, considering mechanical properties variation in terms of fiber orientation and loading time. So a methodology considering sample manufacturing, mechanical tests and data treatment was described. The mathematical representation of the material properties was solved by a linear viscoelastic constitutive model described by Prony series, which was properly adapted to orthotropic materials. Due to the large number of proposed constitutive model coefficients, a parameter identification method was employed to define mathematical function unknowns. This method promoted good correlation among experimental, analytical and numerical creep test data. Such results encourage the use of numerical simulation for the development of structural components with the proposed linear viscoelastic orthotropic constitutive model.

**Keywords:** Injected composite materials, constitutive models, linear orthotropic viscoelasticity, finite elements method, parameter identification.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Classificação dos materiais compostos (CALLISTER, 2008).....	29
Figura 2. Relação entre produto, processo, estrutura e propriedade .....	30
Figura 3. Processo de injeção (CALLISTER, 2008).....	31
Figura 4. Seção de uma peça injetada com reforço em fibras de vidro (HAMMES, 2009) .....	32
Figura 5. Fibras alinhadas (a) e aleatoriamente distribuídas (b) (CALLISTER, 2008).....	32
Figura 6. Tubo do sistema de refrigeração de automóveis (DUPONT, 2010) ...	33
Figura 7. Direções do material composto (REEVE, 2001) .....	34
Figura 8. Estágios de deformação no ensaio de fluência (WU, 2013) .....	35
Figura 9. Influência do carregamento no ensaio de fluência (WU, 2013).....	36
Figura 10. Ensaio de fluência: critérios de rigidez e resistência (WU, 2013) ....	36
Figura 11. Modelo de Maxwell.....	38
Figura 12. Modelo de Kelvin-Voigt.....	38
Figura 13. Fluência .....	38
Figura 14. Relaxação de tensão .....	38
Figura 15. Fluência e relaxação de tensão segundo o Modelo de Kelvin-Voigt	39
Figura 16. Fluência e relaxação de tensão segundo o Modelo de Maxwell .....	39
Figura 17. Modelo mola-amortecedor proposto por Zener .....	39
Figura 18. Viscoelasticidade linear .....	40
Figura 19. Problemas diretos e inversos (STAHLSCHMIDT, 2010) .....	42
Figura 20. Resultados do método de identificação de parâmetros (KLEINERMANN e PONTHOT, 2003) .....	43
Figura 21. Modelo de Maxwell generalizado .....	45
Figura 22. Módulo de elasticidade instantâneo no ensaio de fluência .....	47
Figura 23. Modelo de material e resultados (WANG <i>et al.</i> , 2012) .....	51
Figura 24. Simulação do colapso de estruturas em material composto (LUO e LEE, 2008).....	52
Figura 25. Comparativo: experimento versus simulação (KIM <i>et al.</i> , 2013).....	52
Figura 26. Funcionamento da sub-rotina UMAT no <i>software</i> Abaqus (WANG <i>et al.</i> , 2012).....	53
Figura 27. Estrutura química da unidade de repetição do PBT .....	55
Figura 28. Corpo de prova obtido diretamente do processo de injeção (ARJMAND <i>et al.</i> , 2011) .....	56
Figura 29. Previsão de orientação das fibras (RIOS, 2012) .....	57
Figura 30. Dimensões dos corpos de prova .....	57
Figura 31. Corpos de prova com orientação de fibra a 0° (longitudinal) .....	58
Figura 32. Corpos de prova com orientação de fibra a 90° (transversal) .....	58
Figura 33. Corpos de prova com orientação de fibra a 45° (inclinado).....	59
Figura 34. Amostras obtidas por corte a laser .....	60
Figura 35. Testes preliminares com corpos de prova obtidos por corte com jato d'água .....	60

Figura 38. Ponte de Wheatstone completa (ROSA e MEDEIROS, 2008).....	60
Figura 36. Extensômetros aplicados nos corpos de prova .....	61
Figura 37. Sistema de Aquisição de dados: HBM - Spider 8.....	61
Figura 39. Eixos de ortotropia e sistema de coordenadas global .....	62
Figura 40. Ensaio de tração: obtenção de $E_1$ e $E_2$ .....	63
Figura 41. Ensaio de tração: obtenção de $\nu_{12}$ e $\nu_{21}$ .....	63
Figura 42. Ensaio de tração: obtenção de $G_{12}$ .....	64
Figura 43. Aparato para ensaios de fluência (GRANTE/UFSC) .....	65
Figura 44. Posicionamento dos corpos de prova para ensaio de fluência .....	66
Figura 45. Aplicação de carga nos corpos de prova para ensaio de fluência .....	66
Figura 46. Resultados do ensaio de fluência: deformação longitudinal ao longo do tempo .....	68
Figura 47. Resultados do ensaio de fluência: deformação transversal ao longo do tempo .....	69
Figura 48. Resultados experimentais: coeficiente de Poisson ao longo do tempo .....	70
Figura 49. Curvas isotérmicas do coeficiente de Poisson em relação ao tempo (PANDINI e PEGORETTI, 2011).....	70
Figura 50. Resultados experimentais: módulo de elasticidade ao longo do tempo .....	72
Figura 51. Resultados experimentais: módulo de cisalhamento ao longo do tempo .....	74
Figura 52. Resultado da identificação de parâmetros: módulo de elasticidade ..	78
Figura 53. Resultado da identificação de parâmetros: módulo de cisalhamento	78
Figura 54. Resultado da identificação de parâmetros: coeficiente de Poisson...	79
Figura 55. Resultados analíticos: deformação longitudinal .....	80
Figura 56. Resultados analíticos: deformação transversal .....	80
Figura 57. Comparativo de propriedades instantâneas: ensaio de tração e ensaio de fluência .....	81
Figura 58. Comparativo experimental-analítico do ensaio de fluência.....	82
Figura 59. Malha de elementos finitos do corpo de prova .....	83
Figura 60. Procedimento de aplicação da carga.....	84
Figura 61. CP00-06: Comparativo analítico-numérico .....	85
Figura 62. CP90-06: Comparativo analítico-numérico .....	85
Figura 63. CP45-06: Comparativo analítico-numérico .....	86
Figura 64. Modelo do ensaio de fluência em elementos de casca.....	87
Figura 65. Comparativo de resultados entre elementos sólidos e de casca .....	88
Figura 66. Geometria CAD para estudo de caso.....	90
Figura 67. Resultados do Moldflow (KIAM e OLIVEIRA, 2013) .....	91
Figura 68. Orientação das fibras, conforme simulação de injeção.....	92
Figura 69. Região de aplicação das condições de contorno e carregamento.....	92
Figura 70. Deslocamento vertical no tempo final da análise .....	93
Figura 71. Deslocamento máximo ao longo do tempo .....	93
Figura 72. Tensões na direção longitudinal às fibras .....	94

Figura 73. Efeito da temperatura no comportamento viscoelástico do material  
(IMAOKA, 2008) .....97



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Comparativo de propriedades mecânicas (OTA, 2004) .....	30
Tabela 2. Identificação dos corpos de prova.....	62
Tabela 3. Resultados do ensaio de tração do material CELANEX 3226 (SONNENHOHL, 2012) .....	62
Tabela 4. Propriedades instantâneas do material .....	65
Tabela 5. Valores de carga para cada corpo de prova.....	67
Tabela 6. Parâmetros do material a serem definidos.....	71
Tabela 7. Valores iniciais para a variável $\beta_i$ .....	75
Tabela 8. PBT com 20% de fibras de vidro: Módulo de elasticidade .....	76
Tabela 9. PBT com 20% de fibras de vidro: Módulo de cisalhamento .....	76
Tabela 10. PBT com 20% de fibras de vidro: Coeficiente de Poisson.....	77
Tabela 11. Informações para o cálculo analítico do modelo constitutivo .....	77
Tabela 12. Parâmetros que definem o comportamento do material .....	87



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CAE	<i>Computer Aided Engineering</i>
GRANTE	Grupo de Análise e Projeto Mecânico
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
PBT	Poli(tereftalato de Butileno)
UMAT	<i>User Material Subroutine</i>
PP	Polipropileno
FV	Fibra de vidro



## LISTA DE SÍMBOLOS

$E$	Módulo de elasticidade
$K$	Módulo de elasticidade volumétrico
$G$	Módulo de elasticidade deviatórico
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\sigma$	Tensão
$\tau$	Tensão cisalhante
$\varepsilon$	Deformação
$\gamma$	Deformação cisalhante de engenharia
$E_1$	Módulo de elasticidade na direção 1
$E_2$	Módulo de elasticidade na direção 2
$E_3$	Módulo de elasticidade na direção 3
$G_{12}$	Módulo de cisalhamento no plano 12
$G_{13}$	Módulo de cisalhamento no plano 13
$G_{23}$	Módulo de cisalhamento no plano 23
$E_{zero}$	Rigidez instantânea
$K_{zero}$	Rigidez volumétrica instantânea
$G_{zero}$	Rigidez deviatórica instantânea
$\nu_2$	Coefficiente de Poisson no plano de isotropia transversa
$\theta$	Ângulo entre a direção da fibra e a aplicação da carga
$\varepsilon_{2x}$	Deformação na direção da aplicação da carga
$\varepsilon_{2y}$	Deformação na direção transversal à aplicação da carga
$t$	Tempo
$\eta$	Viscosidade do fluido
$\lambda, \mu$	Constante de Lamé
$\bar{\nu}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}$	Constante de Lamé associadas às taxas de tensão e deformação
$\alpha, \beta, \alpha_\infty, n$	Termos da série de Prony



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>25</b>
1.1	MOTIVAÇÃO.....	26
1.2	OBJETIVO DO TRABALHO.....	26
1.3	CONTRIBUIÇÕES .....	26
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	27
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>29</b>
2.1	MATERIAIS COMPOSTOS DE MATRIZ TERMOPLÁSTICA 29	
2.2	PROCESSO DE MOLDAGEM POR INJEÇÃO.....	31
2.3	APLICAÇÕES NA INDÚSTRIA .....	33
2.4	PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS ORTOTRÓPICOS.....	34
2.5	EFEITO DE VISCOELASTICIDADE .....	35
2.6	MODELOS MATEMÁTICOS PARA VISCOELASTICIDADE 37	
2.7	TÉCNICA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS.....	40
2.8	UTILIZAÇÃO DE FERRAMENTAS CAE NO DESENVOLVIMENTO DE PRODUTOS .....	43
<b>3</b>	<b>MODELO CONSTITUTIVO DE VISCOELASTICIDADE EM SÉRIES DE PRONY .....</b>	<b>45</b>
3.1	MODELO DE VISCOELASTICIDADE ORTOTRÓPICA .....	49
3.2	IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO EM UM SOFTWARE COMERCIAL.....	51
3.3	CONCLUSÕES SOBRE O MODELO CONSTITUTIVO PROPOSTO .....	54
<b>4</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DO PBT (20% FV).....</b>	<b>55</b>
4.1	APRESENTAÇÃO DO MATERIAL CELANEX 3226.....	55
4.2	PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS .....	55
4.3	ANÁLISE DE DEFORMAÇÕES POR EXTENSOMETRIA ...	60
4.4	ENSAIO DE TRAÇÃO UNIAXIAL .....	62
4.5	ENSAIO DE FLUÊNCIA .....	65
4.6	ISOTROPIA TRANSVERSA .....	67
4.7	TRATAMENTO DOS DADOS EXPERIMENTAIS DO ENSAIO DE FLUÊNCIA .....	68
4.8	IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS .....	74
4.9	VALIDAÇÃO DA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS....	77
4.10	COMPARATIVO: DADOS EXPERIMENTAIS E	

ANALÍTICOS.....	79
4.11 CONCLUSÕES SOBRE A CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL.....	81
<b>5 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO CONSTITUTIVO .....</b>	<b>83</b>
5.1 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DO MODELO CONSTITUTIVO EM ELEMENTOS SÓLIDOS.....	83
5.2 ORIENTAÇÃO DAS FIBRAS DO MATERIAL.....	83
5.3 PROPRIEDADES MECÂNICAS DO MATERIAL .....	84
5.4 APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO MECÂNICO.....	84
5.5 COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS.....	84
5.6 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO EM ELEMENTOS DE CASCA .....	86
5.7 MODELO DO CORPO DE PROVA EM ELEMENTOS DE CASCA.....	87
5.8 COMPARATIVO ENTRE ELEMENTOS SÓLIDOS E DE CASCA.....	88
5.9 CONCLUSÕES SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO DA SUB-ROTINA.....	89
<b>6 APLICAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO EM ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>90</b>
6.1 SIMULAÇÃO DE INJEÇÃO DA PEÇA AVALIADA .....	90
6.2 PARÂMETROS PARA SIMULAÇÃO ESTRUTURAL.....	91
6.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO ESTRUTURAL.....	93
6.4 CONCLUSÕES SOBRE O ESTUDO DE CASO .....	94
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>95</b>
7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	96
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>99</b>
<b>ANEXO A – TICONA CELANEX 3226: DADOS DO FABRICANTE.....</b>	<b>103</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Observa-se, no cenário industrial atual, uma grande tendência em substituir materiais com o intuito de otimizar o desempenho de produtos e assim adequá-los ao mercado competitivo. Neste contexto, verifica-se a ampla utilização dos materiais compostos de matriz polimérica, devido principalmente às suas elevadas propriedades específicas quando comparados às ligas metálicas.

A consolidação de novos materiais na indústria é altamente dependente dos processos de fabricação disponíveis, uma vez que o custo final do produto é fortemente influenciado pelas taxas de produção. No caso de materiais compostos com matriz termoplástica, pode-se destacar o processo de moldagem por injeção, devido à capacidade desse material fluir e preencher a cavidade do molde. Assim, torna-se possível a obtenção de peças com geometria complexa e com reforço em fibras curtas.

O projeto mecânico de produtos envolvendo tais materiais compostos se torna complexo devido à anisotropia gerada pela presença das fibras. Além disso, a matriz polimérica apresenta um comportamento mecânico dependente do tempo, denominado viscoelasticidade. Para o desenvolvimento de produtos por meio de ferramentas CAE – *Computer Aided Engineering*, torna-se necessária a obtenção de modelos constitutivos específicos para descrever matematicamente o comportamento do material a ser analisado.

A investigação de técnicas adequadas para a caracterização dessas propriedades mecânicas é fundamental para o modelamento matemático do material. Por esse motivo, foi descrita uma metodologia para a obtenção, instrumentação e ensaios mecânicos de corpos de prova.

A incorporação do modelo de viscoelasticidade ortotrópica, durante a etapa de solução de modelos numéricos, permite a avaliação de fenômenos de fluência e relaxação de tensão em problemas de engenharia. Por isso, torna-se relevante a implementação de uma sub-rotina contendo o modelo de material proposto em um *software* comercial de simulação numérica por elementos finitos. Assim, fazendo uso adequado de ferramentas CAE, pode-se viabilizar práticas que auxiliam o desenvolvimento de produtos, além de fornecer subsídios às inovações tecnológicas.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

No contexto de desenvolvimento de produtos, o desconhecimento acerca de modelos constitutivos, assim como os métodos para caracterização das suas respectivas propriedades, gera graves entraves para a utilização de novos materiais. Especialmente no caso dos materiais compostos, devido às suas especificidades, torna-se relevante o desenvolvimento de métodos para prever o comportamento mecânico.

A discussão sobre o tema proposto promove a utilização de ferramentas CAE para a descrição de fenômenos relacionados à propriedade de viscoelasticidade em componentes plásticos injetados com reforço em fibra. A utilização de modelos constitutivos capazes de representar fielmente o comportamento do material corrobora a efetividade da análise numérica. Desse modo, com os parâmetros do material devidamente descritos, a simulação passa a incorporar um expressivo ganho no potencial de contribuição para a tomada de decisões durante a etapa de desenvolvimento do produto.

## 1.2 OBJETIVO DO TRABALHO

A proposta da dissertação de mestrado é desenvolver e implementar um modelo constitutivo de viscoelasticidade ortotrópica linear como uma sub-rotina de um *software* comercial de elementos finitos. As constantes que descrevem o comportamento viscoelástico para cada direção do material, descritas a partir de termos de séries de Prony, são definidas por meio de ensaios mecânicos de fluência em corpos de prova com matriz em PBT – Poli(tereftalato de Butileno) reforçado com fibras de vidro curtas.

Com o modelo constitutivo implementado no programa de elementos finitos, e os coeficientes do material devidamente ajustados pelo método de identificação de parâmetros, torna-se possível a avaliação dos fenômenos de fluência e relaxação de tensão em modelos com geometria arbitrária por meio da simulação numérica.

## 1.3 CONTRIBUIÇÕES

A relevância do trabalho pode ser notada quando se observa uma lacuna em termos de modelos de materiais implementados nos *softwares* comerciais. Conforme constatado em SIMULIA (2012) e ANSYS (2012), mesmo nas suas versões mais recentes, verifica-se que não são disponibilizados modelos de viscoelasticidade ortotrópica em suas

interfaces. Isso dificulta o desenvolvimento de produtos que empregam materiais com tais características, uma vez que simplificações devem ser adotadas para suprir o desconhecimento com relação a tais fenômenos dependentes do tempo e da orientação das fibras.

Afortunadamente, tais *softwares* comerciais de elementos finitos permitem que o usuário crie e customize modelos constitutivos a partir de linguagens de programação científica. Desse modo, pode-se suprir a inexistência de certos modelos de materiais específicos nas bibliotecas desses programas computacionais.

Espera-se que, com o aumento da utilização desses materiais no cenário industrial, tais programas computacionais passem a introduzir novos modelos constitutivos em suas interfaces, de modo a garantir a correta representação dos fenômenos de fluência e relaxação de tensão, considerando também a anisotropia do material.

#### 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida em 7 capítulos:

No presente capítulo, é feita uma breve introdução sobre o assunto a ser estudado, onde são discutidos a motivação, o objetivo e a justificativa para o estudo e implementação do modelo de material em um programa computacional de elementos finitos.

A revisão bibliográfica, colocada no Capítulo 2, contempla a fundamentação teórica sobre materiais compostos de matriz termoplástica reforçados com fibras curtas, assim como questões relacionadas ao fenômeno de viscoelasticidade. Tais aspectos são então analisados num contexto de simulação numérica estrutural para o desenvolvimento de produtos.

No Capítulo 3, o modelo constitutivo de viscoelasticidade ortotrópica, definido a partir de séries de Prony, é desenvolvido e implementado para elementos sólidos como uma sub-rotina de um *software* comercial de elementos finitos.

A metodologia empregada para a obtenção das propriedades mecânicas, considerando as especificidades do tipo de material, é demonstrada no Capítulo 4. São descritas as etapas envolvidas no processo de caracterização de materiais, contemplando desde a preparação de amostras até o tratamento de dados e identificação dos parâmetros constitutivos do modelo proposto.

No Capítulo 5, os parâmetros do material são aplicados no modelo constitutivo desenvolvido, com o intuito de reproduzir numericamente o ensaio de fluência. São confrontados os resultados

experimentais, analíticos e numéricos. Adicionalmente, é demonstrado o desenvolvimento de uma sub-rotina focada no emprego do modelo constitutivo proposto em modelos gerados com elementos de casca.

Dando continuidade ao desenvolvimento da sub-rotina, é apresentado, no Capítulo 6, um estudo de caso contemplando uma análise integrada da simulação do processo de moldagem por injeção com a análise estrutural, de forma a exemplificar a aplicabilidade do modelo desenvolvido.

Por fim, no Capítulo 7 é feita uma discussão final sobre a estratégia para caracterização das propriedades mecânicas, além da obtenção e aplicação do modelo constitutivo de viscoelasticidade ortotrópica. Indicações para trabalhos futuros também são descritas nesse capítulo, de modo a complementar o trabalho desenvolvido.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 MATERIAIS COMPOSTOS DE MATRIZ TERMOPLÁSTICA

Definem-se materiais compostos, ou também chamados de compósitos, como uma associação de diferentes materiais, originando um novo material com desempenho superior, cujas propriedades são função de suas fases constituintes, das suas quantidades relativas e da geometria da fase dispersa. Na Figura 1 é indicada uma classificação geral dos materiais compostos, destacando-se os materiais compostos de matriz termoplástica reforçados por fibras curtas, foco do tema proposto.

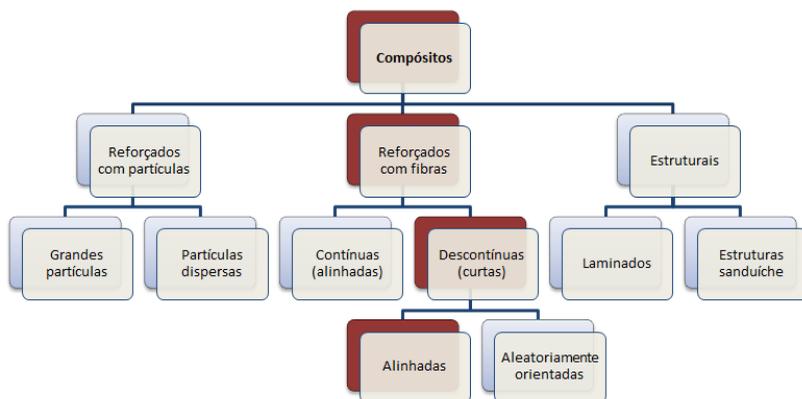


Figura 1. Classificação dos materiais compostos (CALLISTER, 2008)

Os polímeros termoplásticos apresentam propriedades fortemente dependentes do tempo e da temperatura, devido às características físico-químicas relacionadas à sua estrutura molecular. A matriz termoplástica confere ao material a propriedade de viscoelasticidade, dada a simultaneidade de características mecânicas de um fluido e de um sólido elástico. CANEVAROLO JUNIOR (2006) afirma que a fração elástica se deve a variações de ângulo e distância de ligação química entre os átomos da cadeia polimérica, enquanto que a fração viscosa ocorre devido ao atrito e escoamento entre as moléculas, fazendo com que exista uma defasagem entre a solicitação e a resposta, aspecto observado em testes dinâmico-mecânicos.

A adição de fibras pode alterar drasticamente o comportamento dos materiais, especialmente em relação às propriedades mecânicas e à

resistência a temperaturas elevadas. Na Tabela 1 é apresentado um comparativo de algumas propriedades, enfatizando a influência das fibras de vidro curtas, FV, dispersas na matriz termoplástica de polipropileno, PP. Desse modo, é possível vislumbrar as razões pelas quais os materiais compostos figuram papel de destaque quando se trata de uma busca por componentes de elevado desempenho.

Tabela 1. Comparativo de propriedades mecânicas (OTA, 2004)

Propriedades	Unidade	PP	PP (20% FV)	PP (30% FV)
Índice de fluidez	g/10 min	7,5	5,0	2,9
Densidade	g/cm <sup>3</sup>	0,91	1,05	1,13
Módulo de flexão	MPa	1300	3900	5800
Tensão de escoamento	MPa	34	70	80

É importante enfatizar que, diferentemente dos tradicionais materiais metálicos, as propriedades mecânicas dos polímeros são, de uma maneira geral, muito sensíveis à taxa de deformação, à temperatura e à natureza química do ambiente em que o material é analisado. Além disso, segundo CALLISTER (2008), existem vários fatores que podem modificar as propriedades mecânicas de um polímero, tais como: densidade e distribuição de peso molecular, grau de cristalinidade, pré-deformação por estiramento, tratamento térmico, aditivos químicos, entre outros.

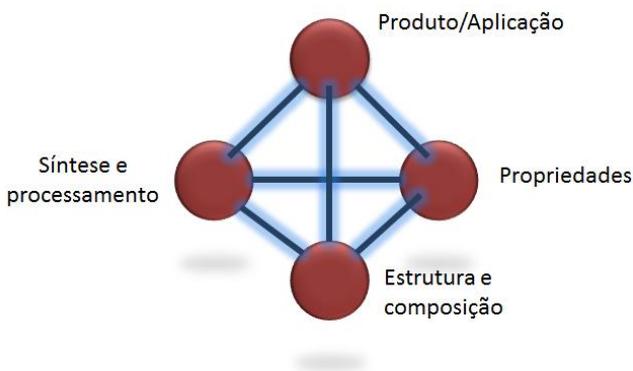


Figura 2. Relação entre produto, processo, estrutura e propriedade

Sendo assim, deve-se ressaltar que a caracterização se restringe especificamente ao material avaliado conforme as condições prescritas no ensaio. Portanto, tendo em mente a relação apresentada na Figura 2, deve-se destacar também a importância do processo de fabricação nas propriedades finais do material. Ou seja, a consideração de aspectos do processamento é essencial para a concepção do projeto mecânico, uma vez que tanto a estrutura quanto a orientação do material são definidas durante o processo de fabricação da peça.

## 2.2 PROCESSO DE MOLDAGEM POR INJEÇÃO

Embora existam inúmeros processos de fabricação relacionados aos materiais termoplásticos, há grande destaque para a moldagem por injeção, dada a sua grande versatilidade em termos de geometria e as elevadas taxas de produção. Nesse processo, o polímero é aquecido e forçado a escoar, preenchendo o interior de um molde, para então assumir a forma da cavidade após o resfriamento. Na Figura 3 é apresentado um desenho esquemático do processo.

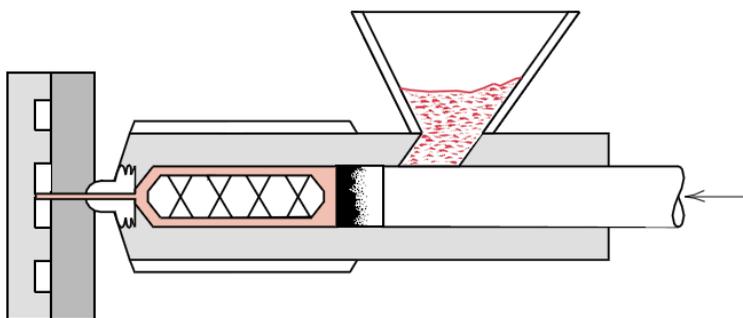


Figura 3. Processo de injeção (CALLISTER, 2008)

De forma a adequar esse processo de fabricação para a concepção de componentes em material composto, a fase dispersa deve consistir em fibras curtas incorporadas nos grânulos da matriz termoplástica. Assim, a orientação das fibras se dá de acordo com o fluxo do material polimérico durante o preenchimento da cavidade do molde, sendo muito importante, do ponto de vista do projeto mecânico, que os parâmetros de fabricação proporcionem uma orientação preferencial das fibras. Dessa forma, permite-se otimizar o desempenho da peça, fazendo uso benéfico

das propriedades mecânicas ortotrópicas do material.

Com relação à classificação de material apresentada na Figura 1, pode-se justificar o alinhamento das fibras curtas devido ao processamento do material, que é dependente do fluxo do material durante o preenchimento. Portanto, estima-se que o polímero termoplástico reforçado por fibras curtas, fabricado pela moldagem por injeção, venha a se posicionar com destaque frente a outros materiais no desenvolvimento de novos componentes.

Para tanto, é fundamental a utilização de ferramentas computacionais que permitam antever o comportamento mecânico do componente ainda no âmbito do projeto. Existem, no mercado de *softwares* CAE, inúmeras ferramentas computacionais que se propõem a simular o processo de injeção de polímeros.

No trabalho realizado por HAMMES (2009), por exemplo, foi utilizado o MoldFlow para identificar a orientação das fibras, como resultado do processo de injeção, e posteriormente esse resultado foi integrado ao Abaqus para análises estruturais. Ademais, na Figura 4 é ilustrado um método experimental para a verificação da orientação das fibras de vidro no componente por meio da microscopia eletrônica de varredura. Na Figura 5 são apresentadas representações esquemáticas de materiais reforçados com fibras descontínuas alinhadas e descontínuas aleatoriamente distribuídas.



Figura 4. Seção de uma peça injetada com reforço em fibras de vidro (HAMMES, 2009)

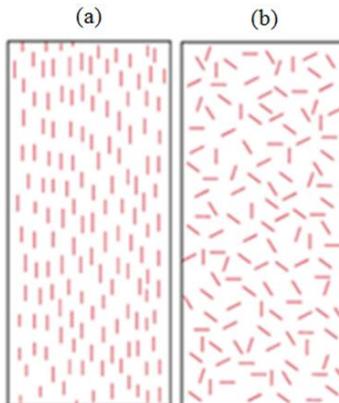


Figura 5. Fibras alinhadas (a) e aleatoriamente distribuídas (b) (CALLISTER, 2008)

## 2.3 APLICAÇÕES NA INDÚSTRIA

Um exemplo interessante de aplicação para esse tipo de material, em substituição aos metais, é um tubo do sistema de refrigeração de automóveis, conforme apresentado no estudo realizado pela empresa DUPONT (2010). Após extensas pesquisas, tanto com relação aos requisitos de projeto, quanto de fabricação, verificou-se que o material composto com matriz termoplástica seria adequado para esta aplicação.



Figura 6. Tubo do sistema de refrigeração de automóveis (DUPONT, 2010)

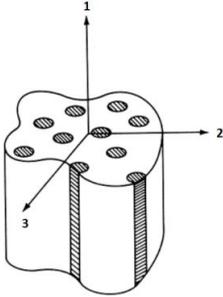
Para obter sucesso na substituição de materiais, o conjunto material/processo deve ser meticulosamente analisado para que o componente cumpra com os requisitos de projeto, que neste caso são, principalmente, resistência às pressões internas, suavidade e uniformidade da superfície interna, além da resistência a elevadas temperaturas e a ambientes corrosivos.

Assim, com o material Zytel EFE7392 (Poliâmida 66 com 33% de peso em fibras de vidro), fabricado pela moldagem por injeção assistida por fluidos, é possível obter um componente com todas as características requisitadas, resultando ainda em um aumento considerável na produtividade e um componente 50% mais leve em comparação ao projeto anterior.

Observou-se que, além dos quesitos de processabilidade, o projeto mecânico envolvendo esse tipo de material é ainda dificultado, dado que a representação de seu comportamento mecânico exige um conhecimento diferenciado. Portanto, devido a essas peculiaridades, o material composto com matriz viscoelástica apresenta maiores dificuldades para a sua correta análise, e consequentemente, para a sua aplicação em componentes de engenharia.

## 2.4 PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS ORTOTRÓPICOS

Os materiais compostos, devido à presença do reforço das fibras, apresentam propriedades mecânicas distintas dependendo da orientação das fibras. Nesse sentido, é comum idealizar essa anisotropia em termos de eixos de ortotropia, conforme apresentado na Figura 7.



- Direção 1: longitudinal às fibras
- Direção 2: transversal às fibras
- Direção 3: transversal às fibras

Figura 7. Direções do material composto (REEVE, 2001)

A lei de Hooke, que define a relação entre tensões e deformações, é apresentada na Equação (2.1) já considerando um material ortotrópico:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\nu_{21} & -\nu_{31} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{E_2} & 1 & -\nu_{32} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{E_3} & -\nu_{13} & -\nu_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Analisando a matriz de flexibilidade acima, observa-se um maior número de constantes elásticas a ser definido em comparação aos materiais elásticos isotrópicos, o que já é um indício da maior complexidade da caracterização desse tipo de material. Além disso, em se tratando de materiais compostos com matriz termoplástica reforçada por fibras, deve-se considerar ainda a variação de tais propriedades ao longo do tempo. Ou seja, as propriedades mecânicas são funções da direção do material e do tempo do carregamento.

## 2.5 EFEITO DE VISCOELASTICIDADE

A dependência do tempo no comportamento mecânico de materiais poliméricos é descrita por modelos constitutivos de viscoelasticidade. Esse fenômeno é comumente observado pela variação das deformações em carregamento constante ou pela diminuição das tensões em condições de deslocamento prescrito. Outro importante efeito da dependência do tempo nesses materiais é a ocorrência do amortecimento de vibrações devido à dissipação de energia na matriz polimérica, conforme estudo realizado por REEVE (2001).

Dando enfoque à curva obtida no ensaio de fluência, isto é, o caso particular em que um corpo é sujeito a um carregamento constante, nota-se uma evolução nos valores de deformação ao longo do tempo. Na Figura 8 é indicada a tensão observada no corpo de prova e os possíveis estágios de deformação até uma eventual ruptura por fluência.

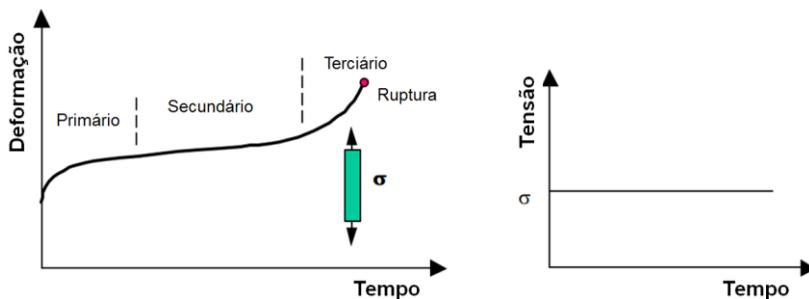


Figura 8. Estágios de deformação no ensaio de fluência (WU, 2013)

Esses estágios de deformação são, de uma forma geral, dependentes do material, temperatura e nível de tensão no corpo de prova. Na Figura 9 é apresentado um comparativo esquemático da curva de fluência com a elevação gradual da carga. Nota-se que esse aumento

no carregamento eleva a severidade tanto em termos de nível de deformação quanto de tempo para a ruptura por fluência.

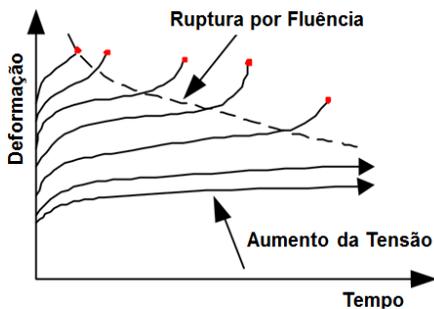


Figura 9. Influência do carregamento no ensaio de fluência (WU, 2013)

No contexto de projeto mecânico de componentes estruturais, é comum o estabelecimento de critérios de rigidez e resistência como principais modos de falha ou de funcionalidade.

De modo a considerar a dependência do tempo nessas propriedades, é necessário realizar ensaios de fluência em diferentes carregamentos. Dessa maneira, torna-se possível a obtenção de curvas, como apresentado na Figura 10, onde é possível observar os resultados de ensaios de fluência em corpos de prova submetidos a diferentes valores de tensão. Nota-se também que, a partir de certo valor de tensão, ocorre ruptura por fluência, como observado nas curvas 4 a 7, mecanismo previsto no estágio terciário apresentado na Figura 8.

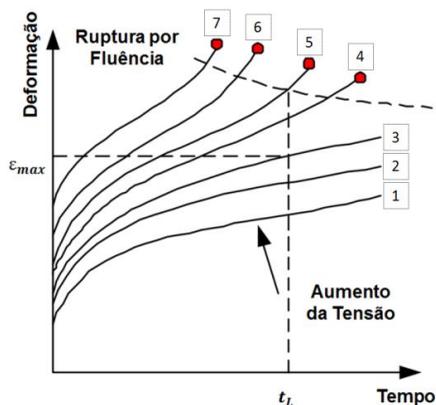


Figura 10. Ensaio de fluência: critérios de rigidez e resistência (WU, 2013)

Conhecendo os valores permissíveis para deformação,  $\varepsilon_{max}$ , e tempo,  $t_L$ , torna-se possível a atribuição de critérios de falha para o componente proposto. Deve-se, portanto, confrontar os valores dos critérios de projeto com os dados experimentais do material. Nesse caso, a carga aplicada no componente não deve ultrapassar o valor conhecido na curva número 3.

## 2.6 MODELOS MATEMÁTICOS PARA VISCOELASTICIDADE

Diferentes modelos de viscoelasticidade foram desenvolvidos com o intuito de estabelecer modelos matemáticos que relacionam tensões, deformações e suas relações com o tempo. Inicialmente, destacam-se os modelos de viscoelasticidade linear elaborados por Kelvin e Maxwell (MALVERN, 1969). Nessas abordagens clássicas, o fenômeno de viscoelasticidade foi representado como uma associação de dois modelos físicos: molas e amortecedores, que representam a elasticidade e a dependência do tempo dos materiais, respectivamente.

No caso da mola, existe uma relação linear entre tensão,  $\sigma$ , e deformação,  $\varepsilon$ , dado pelo módulo de elasticidade do sólido,  $E$ .

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.2)$$

Já no caso do amortecedor, a tensão é dependente da viscosidade do fluido,  $\eta$ , e da taxa de deformação,  $\frac{d\varepsilon}{dt}$ .

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.3)$$

Os primeiros modelos constitutivos para materiais viscoelásticos consideravam associações de molas e amortecedores em série e em paralelo, sendo denominados modelos de Maxwell e Kelvin-Voigt, respectivamente. Nas figuras a seguir são ilustrados esquematicamente os dois modelos citados.

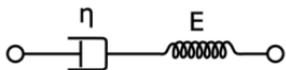


Figura 11. Modelo de Maxwell

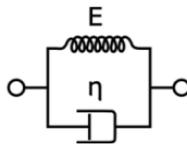


Figura 12. Modelo de Kelvin-Voigt

Conforme mencionado anteriormente, dois fenômenos característicos e comumente abordados para esse tipo de material são: fluência e relaxação de tensão. Na Figura 13 é ilustrado o fenômeno de fluência, no qual, sob uma tensão mantida constante, o material apresenta uma evolução de deformação ao longo do tempo; já na Figura 14 é ilustrado o fenômeno de relaxação de tensão, no qual ocorre uma redução de tensão sob deformação constante.

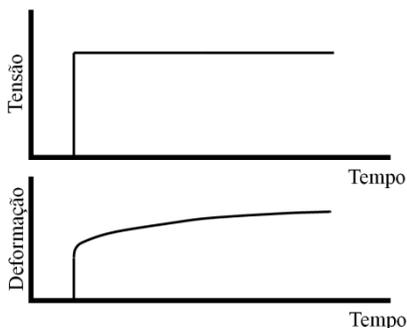


Figura 13. Fluência

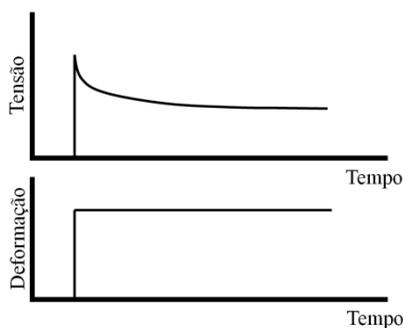


Figura 14. Relaxação de tensão

Os modelos constitutivos se aproximam do comportamento real do material dependendo das hipóteses assumidas em suas formulações. Avaliando a Figura 15, nota-se que há uma melhor correlação entre o modelo de Kelvin-Voigt e o fenômeno de fluência; enquanto que há uma melhor relação entre o modelo de Maxwell e o fenômeno de relaxação de tensões, conforme indicado na Figura 16. Conclui-se que cada um dos modelos é capaz de representar fielmente apenas um dos fenômenos característicos do material viscoelástico.

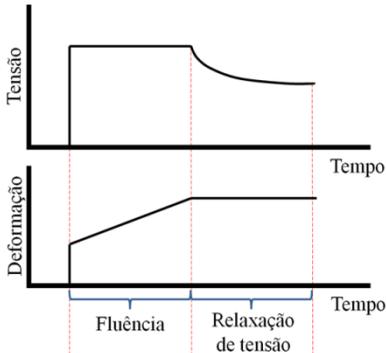


Figura 15. Fluência e relaxação de tensão segundo o Modelo de Kelvin-Voigt

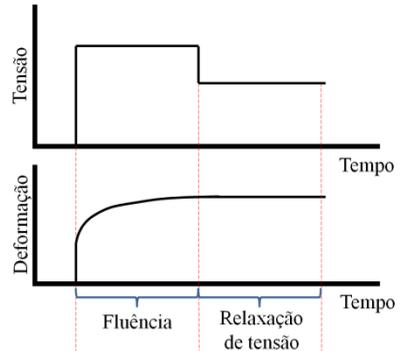


Figura 16. Fluência e relaxação de tensão segundo o Modelo de Maxwell

De modo a compensar tais inabilidades dos modelos constitutivos, foram pesquisadas outras combinações de associações de molas e amortecedores para o aperfeiçoamento do modelamento da viscoelasticidade, conforme descrito nos trabalhos de MALVERN (1969) e CHRISTENSEN (2003). No trabalho de HAMMES (2009), foi desenvolvida uma modificação do modelo de viscoelasticidade linear isotrópica de Zener, cuja representação em termos de mola e amortecedor é apresentada na Figura 17.

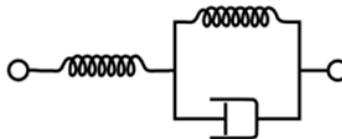


Figura 17. Modelo mola-amortecedor proposto por Zener

Na equação (2.4) é apresentada a equação diferencial que representa o comportamento viscoelástico do material. Foram propostos diferentes valores para as constantes de Lamé, dependendo da direção do material, de modo a considerar a hipótese de isotropia transversa.

Nota-se também que há uma distinção nas matrizes de rigidez em termos da variável tempo, ou seja, há uma separação em matrizes de rigidez instantânea e variável com o tempo.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{v}_1 \dot{\sigma}_{11} \\ \bar{v}_2 \dot{\sigma}_{22} \\ \bar{v}_2 \dot{\sigma}_{33} \\ \bar{v}_2 \dot{\sigma}_{23} \\ \bar{v}_1 \dot{\sigma}_{13} \\ \bar{v}_1 \dot{\sigma}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 + 2\mu_1 & \lambda_2 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & \lambda_2 + 2\mu_2 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_2 + 2\mu_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1 + 2\bar{\mu}_1 & \bar{\lambda}_2 & \bar{\lambda}_2 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 + 2\bar{\mu}_2 & \bar{\lambda}_2 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 & \bar{\lambda}_2 + 2\bar{\mu}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{\mu}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\mu}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\mu}_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11} \\ \dot{\varepsilon}_{22} \\ \dot{\varepsilon}_{33} \\ \dot{\gamma}_{23} \\ \dot{\gamma}_{13} \\ \dot{\gamma}_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

Onde  $\lambda$  e  $\mu$  são as constantes elásticas de Lamé e  $\bar{v}$ ,  $\bar{\lambda}$  e  $\bar{\mu}$  as constantes de Lamé associadas às taxas de tensão e de deformação, segundo os eixos de ortotropia dos materiais compostos.

A hipótese de viscoelasticidade linear assume que o incremento de deformações é linearmente proporcional ao carregamento aplicado. Vale então ressaltar que o comportamento viscoelástico pode ser considerado linear apenas em valores limitados de deformação, dependendo também de outros fatores, como material, temperatura, etc. Na Figura 18 é indicada uma transição para um comportamento não linear do material.

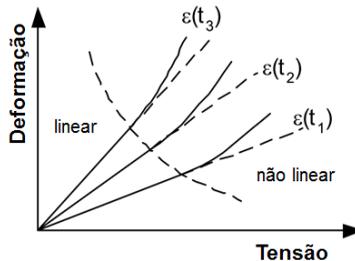


Figura 18. Viscoelasticidade linear

## 2.7 TÉCNICA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

A caracterização das propriedades mecânicas de materiais envolve a condução de experimentos, devendo-se inicialmente adotar um modelo constitutivo apropriado às características do material em questão. Em se tratando da caracterização de materiais viscoelásticos, é comum a execução de dois ensaios:

- Ensaio de tração uniaxial, para descrever as propriedades em solicitações estáticas.
- Ensaio de fluência, para descrever as propriedades dependentes do tempo.

Recentemente, a etapa de caracterização das propriedades mecânicas de materiais tem sido auxiliada por métodos numéricos e algoritmos de otimização, num processo denominado como identificação de parâmetros. O método consiste na identificação dos coeficientes do modelo de material por meio da minimização de uma função objetivo, dada pela diferença entre pontos da curva experimental e os pontos da curva obtida por simulação numérica.

A identificação de parâmetros, conforme representado na Figura 19, é considerada como um tipo de problema inverso de engenharia, visto que se parte de um resultado conhecido para identificar as propriedades do material. Para isso, o método exige a construção de modelos numéricos para simular o ensaio experimental. Por fim, a obtenção das propriedades do material, que são as incógnitas do problema, é auxiliada por algoritmos de otimização.

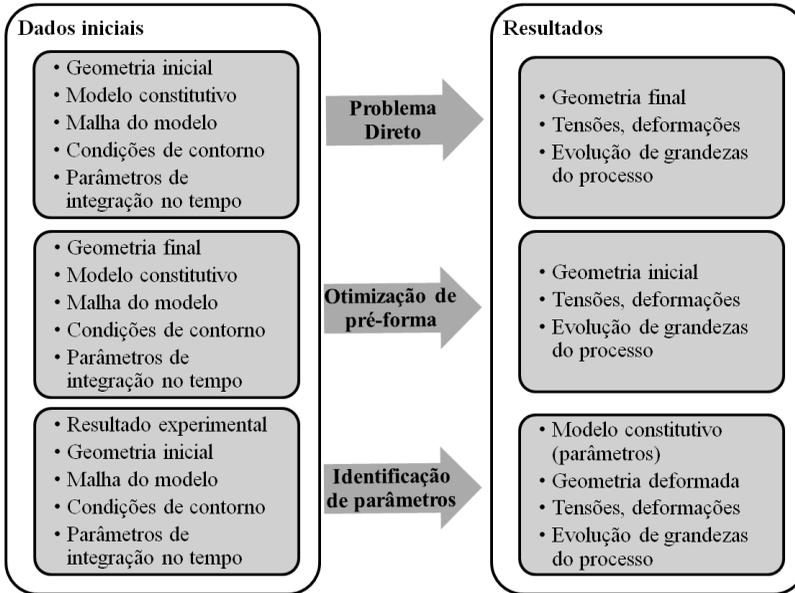


Figura 19. Problemas diretos e inversos (STAHLSCHMIDT, 2010)

No trabalho realizado por STAHLSCHMIDT (2010), foram avaliadas, por esse método, as constantes de modelos constitutivos que descrevem o comportamento elasto-plástico de materiais metálicos. Observou-se que o método permitiu a caracterização da liga de aço sob elevado grau de deformação plástica, informação imprescindível em análises de conformação mecânica, por exemplo.

Na Figura 20 é apresentado um comparativo entre dados experimentais e numéricos, obtidos por meio do método de identificação de parâmetros. Observa-se, nesse trabalho realizado por KLEINERMANN e PONTHOT, (2003), uma aproximação das curvas ao final do processo de otimização dos parâmetros de encruamento do material.

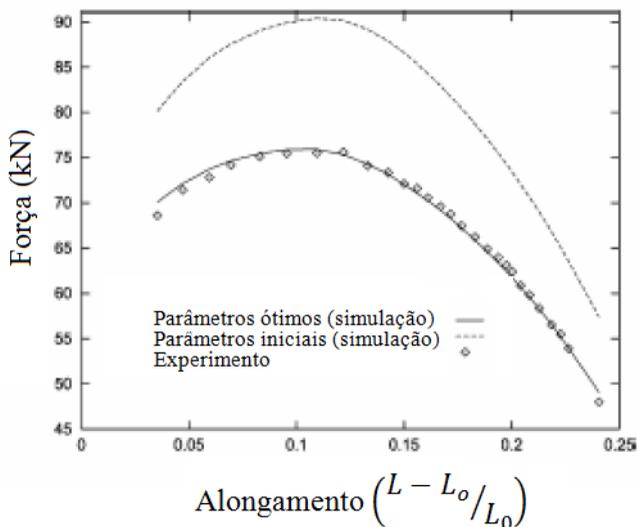


Figura 20. Resultados do método de identificação de parâmetros (KLEINERMANN e PONTHOT, 2003)

Na medida em que o comportamento do material se torna mais complexo, a caracterização e o modelamento tornam-se mais onerosos; evidenciando a importância de novos métodos para a correta caracterização dos modelos constitutivos propostos. Nesse contexto, o emprego do método apresentado nesta seção se torna muito importante no caso de materiais viscoelásticos ortotrópicos, dada a grande quantidade de parâmetros dos modelos constitutivos. Enfim, a qualidade nos dados de material permite que as simulações numéricas estruturais apresentem melhor acuracidade nos resultados e, conseqüentemente, maior poder de influência na tomada de decisões nos projetos de desenvolvimento de produto.

## 2.8 UTILIZAÇÃO DE FERRAMENTAS CAE NO DESENVOLVIMENTO DE PRODUTOS

A crescente utilização dos materiais compostos nos mais diversos ramos de indústrias tem alavancado o desenvolvimento de ferramentas CAE para a concepção de produtos inovadores, sobretudo no que se refere ao mercado aeronáutico e automobilístico. A simulação estrutural, massivamente relacionada ao método de elementos finitos, apresenta-se

como uma ferramenta para direcionar o desenvolvimento de produtos por meio de protótipos virtuais, propiciando também reduções drásticas no tempo de ciclo de desenvolvimento.

Contudo, existem inúmeros fatores que dificultam o emprego adequado de tais tecnologias no caso dos materiais compostos de matriz termoplástica reforçados com fibras curtas:

- Condução de ensaios mecânicos para a caracterização de materiais ortotrópicos, cujas propriedades variam ao longo do tempo.
- Obtenção e implementação de modelos constitutivos de viscoelasticidade ortotrópica em programas de elementos finitos.
- Simulação multifísica, de modo a considerar a influência do processo de fabricação nas propriedades do material em análises estruturais.

Nesse contexto, é fundamental o embasamento do projeto mecânico a partir de modelos constitutivos adequados, de modo que a transposição dos dados experimentais dos materiais para o modelo matemático possibilite importantes tomadas de decisão. No âmbito de projeto, especialmente na etapa de detalhamento do produto, assumir hipóteses de simplificação do comportamento mecânico desses materiais, desconsiderando a anisotropia e a dependência do tempo, pode afetar consideravelmente o desenvolvimento de produtos.

Somado a isso, a aplicabilidade de tais modelos é fortemente influenciada pela implementação de sub-rotinas de modelos de material em códigos comerciais de *softwares* de análise estrutural. Afinal, a robustez e maximização do poder computacional, proporcionados por esses pacotes de elementos finitos, corroboram a massificação de simulações estruturais envolvendo tais materiais compostos.

### 3 MODELO CONSTITUTIVO DE VISCOELASTICIDADE EM SÉRIES DE PRONY

O modelo constitutivo de viscoelasticidade isotrópica é comumente descrito por meio de séries de Prony nos atuais *softwares* comerciais de elementos finitos. De acordo com CHEN (2000), tais séries são escritas com o seguinte formato geral:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i e^{\left(\frac{-t}{\beta_i}\right)} \quad (3.1)$$

Sendo  $\alpha_i$  e  $\beta_i$ , os coeficientes da série;  $n$  é o número de termos da série; e  $t$ , o tempo.

Essa função matemática permite a obtenção do modelo de Maxwell generalizado, cuja representação esquemática é ilustrada na Figura 21, e que consiste em uma extrapolação do modelo de Maxwell, representado na Figura 11.

O modelo de Maxwell generalizado é obtido a partir da associação em paralelo de  $n$  termos de conjuntos mola-amortecedor, conectados em série. Nota-se que  $n$  também corresponde ao número de termos da série de Prony, conforme descrito nos trabalhos de PARK (2001) e TSCHOEGL (1989).

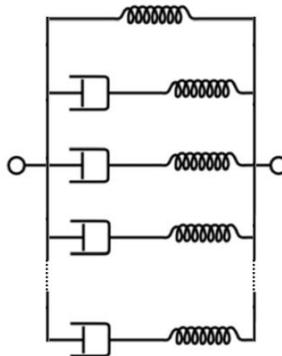


Figura 21. Modelo de Maxwell generalizado

Sendo o modelo de viscoelasticidade isotrópica um caso particular e simplificado do ortotrópico, o seu entendimento é

importante para a obtenção do modelo constitutivo proposto. Avaliando alguns dos modelos constitutivos de viscoelasticidade isotrópica já implementados nos *softwares* comerciais de elementos finitos, observou-se que a matriz de rigidez é usualmente montada separando-se os termos volumétrico e deviatórico, tal como indicado na equação a seguir:

$$\sigma(t) = \int_0^t K(t-t') \frac{d\varepsilon_v}{dt'} dt' + \int_0^t 2G(t-t') \frac{d\varepsilon_d}{dt'} dt' \quad (3.2)$$

Onde:  $\varepsilon_v$  é a matriz de deformação volumétrica,  $\varepsilon_d$  é a matriz de deformação deviatórica,  $t$  é o tempo atual,  $t'$  é o tempo anterior,  $K$  é a matriz de rigidez volumétrica e  $G$  é a matriz de rigidez deviatórica.

As matrizes de rigidez volumétrica e deviatórica são funções dependentes do tempo e representadas por séries de Prony, conforme apresentado abaixo:

$$G(t) = G_{zero} \left[ \alpha_{\infty}^G + \sum_{i=1}^{n_G} \alpha_i^G e^{\left(\frac{-t}{\beta_i^G}\right)} \right] \quad (3.3)$$

$$K(t) = K_{zero} \left[ \alpha_{\infty}^K + \sum_{j=1}^{n_K} \alpha_j^K e^{\left(\frac{-t}{\beta_j^K}\right)} \right] \quad (3.4)$$

As constantes a serem obtidas para definir as séries de Prony são:  $\alpha_i^G$  e  $\beta_i^G$ , para o comportamento deviatórico, e  $\alpha_j^K$  e  $\beta_j^K$ , para o comportamento volumétrico. A quantidade de pares de termos da série varia conforme o número de termos  $n_G$  e  $n_K$ , definido a partir dos dados experimentais, conforme sugerido no trabalho de IMAOKA (2008).

Os termos  $G_{zero}$  e  $K_{zero}$  representam propriedades de rigidez instantânea deviatórica e volumétrica do material, obtidas por meio de ensaios estáticos e confrontados com os valores médios calculados a partir da seguinte equação:

$$G_{zero} = \frac{G(t)}{\left[ \alpha_{\infty}^G + \sum_{i=1}^{n_G} \alpha_i^G e^{\left(\frac{-t}{\beta_i^G}\right)} \right]} \quad (3.5)$$

$$K_{zero} = \frac{K(t)}{\left[ \alpha_{\infty}^K + \sum_{j=1}^{n_K} \alpha_j^K e^{\left(\frac{-t}{\beta_j^K}\right)} \right]} \quad (3.6)$$

O efeito das rigidezes instantâneas pode ser visualizado na Figura 22, tomando como base o módulo de elasticidade do material, de modo a facilitar a interpretação e sua visualização.

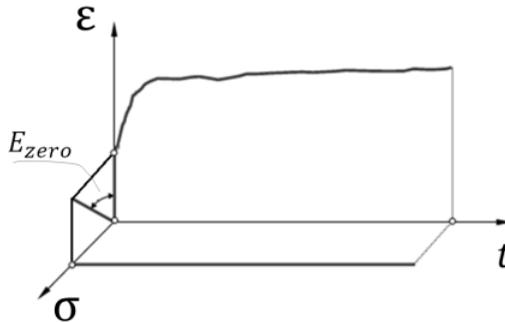


Figura 22. Módulo de elasticidade instantâneo no ensaio de fluência

Matematicamente, com o valor da rigidez no limite do tempo,  $t$ , tendendo a zero, tem-se o valor da rigidez instantânea do material, conforme indicado abaixo:

$$\lim_{t \rightarrow 0} G(t) = G_{zero} \quad (3.7)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} K(t) = K_{zero} \quad (3.8)$$

Finalmente, o termo  $\alpha_\infty$  é obtido a partir da Equação (3.9), de modo que a Equação (3.10) seja satisfeita:

$$\alpha_\infty = 1 - \sum \alpha_i \quad (3.9)$$

$$\sum \alpha_i \leq 1 \quad (3.10)$$

Fisicamente, o termo  $\alpha_i$  está relacionado a uma fração da rigidez que é perdida no tempo relacionado ao termo  $\beta_i$ . Desse modo, o coeficiente  $\alpha_\infty$  representa rigidez residual relativa num tempo tendendo ao infinito, conforme apresentado nas equações a seguir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = G_{zero} \alpha_\infty^G \quad (3.11)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K(t) = K_{zero} \alpha_\infty^K \quad (3.12)$$

Do ensaio de fluência, são extraídas curvas de deformação ao longo do tempo, provenientes dos extensômetros, para um dado carregamento e numa certa temperatura, conforme apresentado na Figura 22. Utilizando a equação (3.13), é possível determinar a evolução do módulo de elasticidade do material ao longo do tempo:

$$\sigma_0 = E(t)\varepsilon(t) \quad (3.13)$$

Sendo  $\sigma_0$  a tensão do ensaio de fluência, cujo valor é constante.

Considerando, num primeiro momento, a independência do coeficiente de Poisson em relação ao tempo, as rigidezes deviatórica e volumétrica podem ser então escritas em função de  $E(t)$ , a partir de relações de elasticidade isotrópica citadas abaixo:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.14)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (3.15)$$

Dessa forma, é possível obter funções dos módulos deviatórico e volumétrico em função do tempo, necessários para posterior identificação dos coeficientes da série de Prony.

$$G(t) = \frac{\sigma_0}{2(1+\nu)\varepsilon(t)} \quad (3.16)$$

$$K(t) = \frac{\sigma_0}{3(1-2\nu)\varepsilon(t)} \quad (3.17)$$

Por fim, faz-se necessário o uso do método de identificação de parâmetros para que o modelo constitutivo proposto pelas Equações (3.3) e (3.4) possa representar as funções das Equações (3.16) e (3.17), obtidas experimentalmente através do ensaio de fluência.

### 3.1 MODELO DE VISCOELASTICIDADE ORTOTRÓPICA

Embora seja comum a separação da matriz de rigidez em termos volumétrico e deviatórico para representar o comportamento viscoelástico do material, conforme Equação (3.2), a relação constitutiva também pode ser representada simplesmente através da matriz de rigidez que relaciona tensões e deformações, tal como indicado abaixo:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-t') \frac{d\varepsilon}{dt'} dt' \quad (3.18)$$

Além disso, a matriz de rigidez, inversa da matriz de flexibilidade apresentada na Equação (2.1), também pode ser escrita como função das constantes elásticas do material, conforme apresentado na Equação (3.19).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-v_{23}v_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{v_{21}-v_{31}v_{23}}{E_2E_3\Delta} & \frac{v_{31}-v_{21}v_{32}}{E_2E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{12}-v_{13}v_{32}}{E_3E_1\Delta} & \frac{1-v_{31}v_{13}}{E_3E_1\Delta} & \frac{v_{32}-v_{31}v_{12}}{E_3E_1\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{13}-v_{12}v_{23}}{E_1E_2\Delta} & \frac{v_{23}-v_{13}v_{21}}{E_1E_2\Delta} & \frac{1-v_{12}v_{21}}{E_1E_2\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Sendo o termo  $\Delta$  definido conforme a Equação (3.20).

$$\Delta = \left( \frac{1-v_{12}v_{21}-v_{23}v_{32}-v_{31}v_{13}-2v_{12}v_{23}v_{31}}{E_1E_2E_3} \right) \quad (3.20)$$

As propriedades de viscoelasticidade são inseridas em cada termo da matriz de rigidez por meio de funções descritas em termos de séries de Prony, conforme apresentado nas equações abaixo. Nota-se então que a matriz de rigidez varia em função do tempo. Desse modo, é possível representar os fenômenos de fluência e relaxação de tensão.

$$E_1(t) = E_{1_{zero}} \left[ \alpha_{\infty}^{E_1} + \sum_{i=1}^{n_{E_1}} \alpha_i^{E_1} e^{\frac{-t}{\beta_i^{E_1}}} \right] \quad (3.21)$$

$$E_2(t) = E_{2_{zero}} \left[ \alpha_{\infty}^{E_2} + \sum_{i=1}^{n_{E_2}} \alpha_i^{E_2} e^{\frac{-t}{\beta_i^{E_2}}} \right] \quad (3.22)$$

$$E_3(t) = E_{3_{zero}} \left[ \alpha_{\infty}^{E_3} + \sum_{i=1}^{n_{E_3}} \alpha_i^{E_3} e^{\frac{-t}{\beta_i^{E_3}}} \right] \quad (3.23)$$

$$G_{12}(t) = G_{12_{zero}} \left[ \alpha_{\infty}^{G_{12}} + \sum_{i=1}^{n_{G_{12}}} \alpha_i^{G_{12}} e^{\frac{-t}{\beta_i^{G_{12}}}} \right] \quad (3.24)$$

$$G_{13}(t) = G_{13,zero} \left[ \alpha_{\infty}^{G_{13}} + \sum_{i=1}^{n_{G_{13}}} \alpha_i^{G_{13}} e^{\frac{-t}{\beta_i^{G_{13}}}} \right] \quad (3.25)$$

$$G_{23}(t) = G_{23,zero} \left[ \alpha_{\infty}^{G_{23}} + \sum_{i=1}^{n_{G_{23}}} \alpha_i^{G_{23}} e^{\frac{-t}{\beta_i^{G_{23}}}} \right] \quad (3.26)$$

### 3.2 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO EM UM SOFTWARE COMERCIAL

O Abaqus, *software* comercial de elementos finitos utilizado para implementar o presente modelo constitutivo, permite que o usuário defina um modelo de material mediante programação de uma sub-rotina em linguagem Fortran, denominada UMAT – *User Material Subroutine*. Tal artifício é largamente utilizado por pesquisadores para a geração e o desenvolvimento de novos modelos com o auxílio de ferramentas para simulação numérica.

No trabalho realizado por WANG *et al.* (2012), foi proposto um modelo constitutivo equivalente para prever o efeito do dano e degradação de vigas de aço sujeitas a terremotos. Para fins de ilustração, pode-se observar, na Figura 23, a complexidade do modelo implementado, de modo a representar as curvas de histerese do material da estrutura analisada.

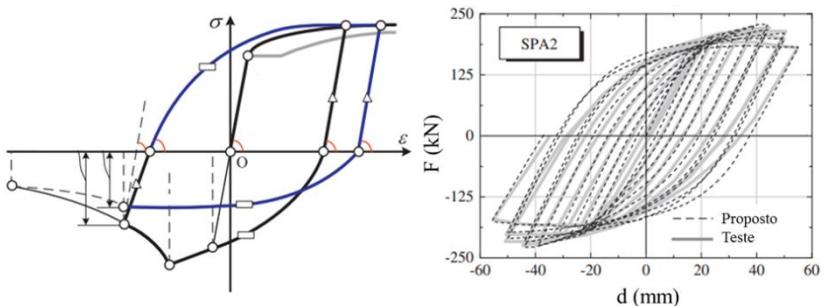


Figura 23. Modelo de material e resultados (WANG *et al.*, 2012)

Para a condução da pesquisa realizada por LUO e LEE (2008), a UMAT foi utilizada para a simulação do colapso de estruturas em carbono-epóxi, por meio de atualizações na matriz de rigidez do

material, conforme a evolução do dano do componente apresentada na Figura 24.

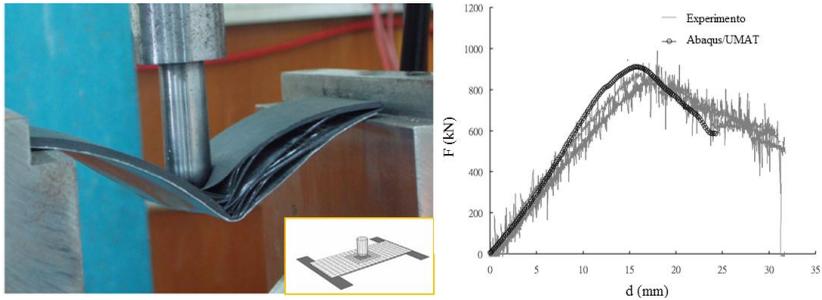


Figura 24. Simulação do colapso de estruturas em material composto (LUO e LEE, 2008)

No artigo científico proposto por KIM *et al.* (2013), foi implementado um modelo de dano viscoplástico de aços austeníticos, devido à inexistência de modelos disponíveis na biblioteca de materiais do Abaqus. Na Figura 25 é apresentado um comparativo entre os resultados numéricos e experimentais, onde é possível observar uma ótima correlação.

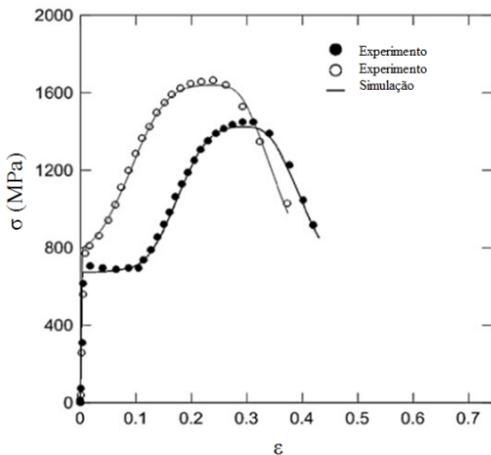


Figura 25. Comparativo: experimento versus simulação (KIM *et al.*, 2013)

Assim, do ponto de vista acadêmico e industrial, a sub-rotina UMAT é um recurso muito interessante, pois permite que o usuário

consiga desenvolver e avaliar modelos de materiais por meio de ferramentas CAE. Todavia, segundo a documentação do *software* (ABAQUS, 2010), é um processo complexo e que exige a condução de inúmeros testes para assegurar o sucesso da implementação do modelo constitutivo.

Conforme apresentado na Figura 26, o solver do Abaqus aciona a sub-rotina UMAT contendo informações sobre os materiais antes de cada incremento da análise. Assim, a matriz de rigidez de cada elemento é calculada a partir da matriz jacobiana, relacionada com a relação tensão-deformação do material, contida na sub-rotina. A matriz de rigidez global da estrutura, contemplando todos os elementos, é então obtida e avaliada para a análise do atual incremento de carga, tal como apresentado no livro de FISH e BELYTSCHKO (2007). Com a convergência do processo, o mesmo se repete para o próximo incremento e assim sucessivamente, até o término da análise.

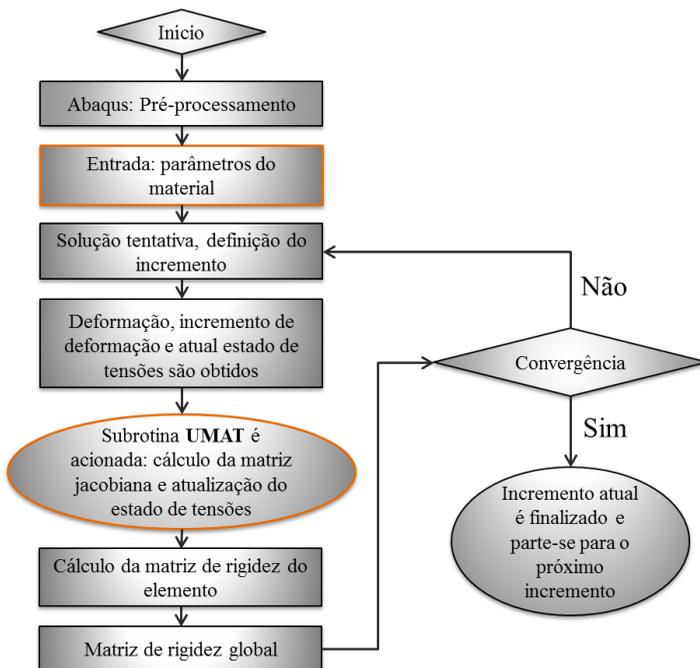


Figura 26. Funcionamento da sub-rotina UMAT no *software* Abaqus (WANG *et al.*, 2012)

Assim, após inserir a matriz de rigidez na sub-rotina, basta proceder com os cálculos de multiplicação de matrizes para a obtenção do vetor de tensões, conforme Equação (3.19). No material de treinamento sobre sub-rotinas UMAT (ABAQUS, 2011) são encontrados alguns exemplos detalhados de aplicações.

### 3.3 CONCLUSÕES SOBRE O MODELO CONSTITUTIVO PROPOSTO

A partir de um modelo constitutivo de viscoelasticidade isotrópica, foi realizada uma adaptação, mediante alterações nos termos da matriz de rigidez, para considerar um comportamento ortotrópico do material. As constantes elásticas foram reescritas em função do tempo por meio de séries de Prony. Desse modo, a matriz de rigidez passa a incorporar uma dependência em relação ao tempo, de modo a representar fenômenos característicos de materiais viscoelásticos: fluência e relaxação de tensão.

A implementação do modelo constitutivo proposto, como uma sub-rotina de um *software* comercial de elementos finitos, permite a construção de um modelo numérico dos ensaios mecânicos propostos para a caracterização do material. Além disso, com o auxílio de ferramentas de simulação do processo de injeção, torna-se possível a avaliação estrutural de componentes sujeitos a esforços constantes ao longo do tempo.

## 4 CARACTERIZAÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DO PBT (20% FV)

### 4.1 APRESENTAÇÃO DO MATERIAL CELANEX 3226

Os desenvolvimentos em relação às propriedades mecânicas dependentes do tempo foram realizados no material Politereftalato de Butileno com 20% de reforço em fibras de vidro curtas, fabricado pela empresa Ticona com o nome CELANEX 3226. No Anexo A são apresentadas as principais propriedades do material, segundo o fabricante.

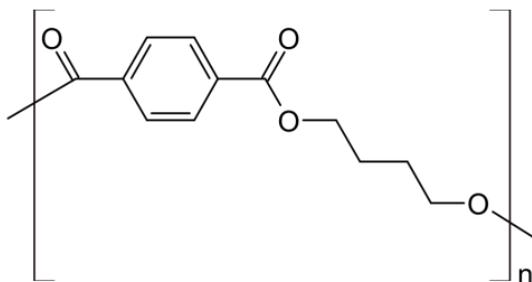


Figura 27. Estrutura química da unidade de repetição do PBT

Trata-se de um polímero semicristalino, cujo monômero é apresentado na Figura 27, voltado para aplicações de engenharia e utilizado principalmente como um material isolante na indústria de dispositivos elétricos e eletrônicos. Destaca-se, em relação a outros poliésteres similares, principalmente pelas suas propriedades mecânicas e resistência a elevadas temperaturas.

### 4.2 PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS

Corpos de prova de materiais termoplásticos são usualmente obtidos diretamente a partir de moldes de corpos de prova, tal como apresentado no trabalho de ARJMAND *et al.* (2011). Na Figura 28 é possível observar a geometria do corpo de prova e os canais de alimentação do molde de injeção. Nota-se uma limitação desse tipo de dispositivo quando é necessário ensaiar o material em diferentes direções, uma vez que a seção útil do corpo de prova apresentará apenas

fibras orientadas longitudinalmente, conforme o fluxo do material fundido durante o preenchimento da cavidade do molde.

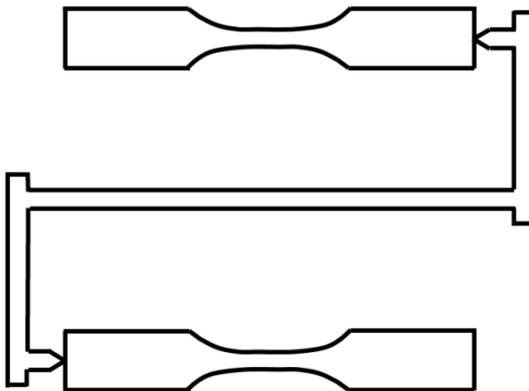


Figura 28. Corpo de prova obtido diretamente do processo de injeção (ARJMAND *et al.*, 2011)

De modo a permitir a caracterização do material em qualquer direção, torna-se necessária a obtenção de uma placa injetada. A geometria do tipo “seta” próximo ao ponto de injeção do polímero foi selecionada numa tentativa de obter uma orientação de fibras uniforme no restante da peça. A grande vantagem desse procedimento de obtenção dos corpos de prova é que, a partir dessa placa, é possível obter corpos de prova com qualquer orientação de fibras, bastando aplicar cortes na placa.

É importante salientar que foram realizadas simulações do processo de injeção de polímeros, com o intuito de prever o grau de orientação do material após o preenchimento da cavidade do molde, conforme indicado na análise realizada por RIOS (2012). Assim, foi possível ajustar a geometria da placa e os parâmetros de processamento de modo a se obter uma configuração adequada. Na Figura 29 são mostrados os resultados de orientação das fibras após a injeção do polímero.

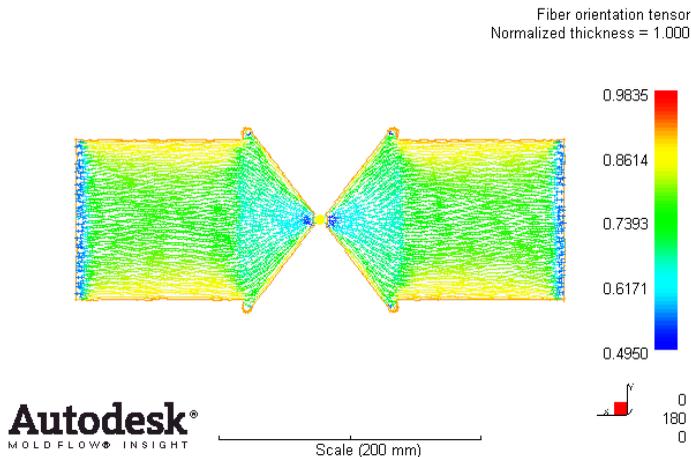


Figura 29. Previsão de orientação das fibras (RIOS, 2012)

Já na Figura 30 são indicadas as dimensões dos corpos de prova baseadas de forma orientativa nas normas técnicas ANSI/ASTM D638 e ANSI/ASTM D2990, pois não foi possível atender estritamente às dimensões estipuladas nos documentos devido a restrições de processo de fabricação e custos do molde.

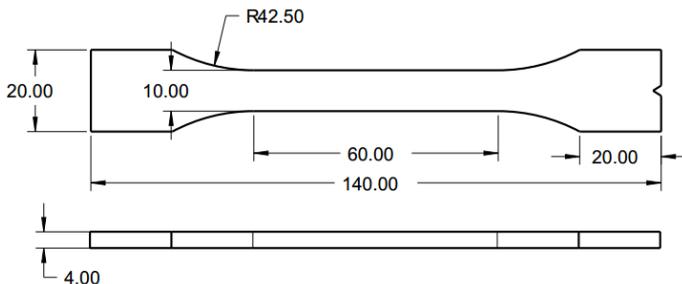


Figura 30. Dimensões dos corpos de prova

Nas figuras a seguir são ilustradas as geometrias de corte aplicadas nas placas injetadas, de modo a obter corpos de prova com orientação de fibra a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $45^\circ$ . Pode-se notar também o detalhe do corte numa das extremidades de cada corpo de prova, com o intuito de identificar as amostras em relação ao sentido preferencial das fibras.

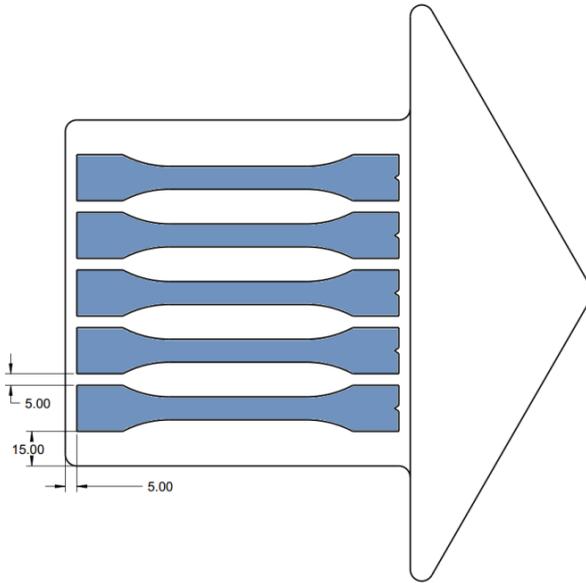


Figura 31. Corpos de prova com orientação de fibra a  $0^\circ$  (longitudinal)

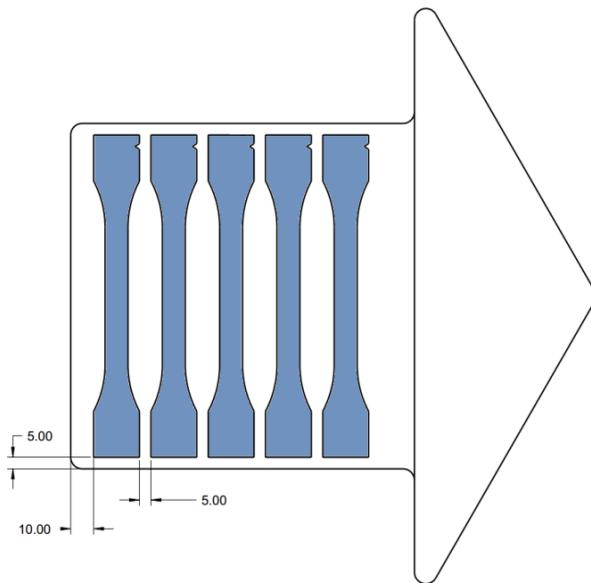


Figura 32. Corpos de prova com orientação de fibra a  $90^\circ$  (transversal)

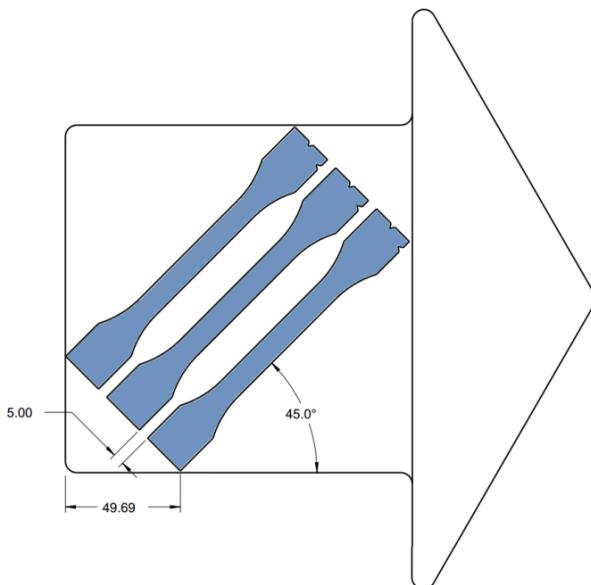


Figura 33. Corpos de prova com orientação de fibra a 45° (inclinado)

O corte dos corpos de prova com jato d'água foi considerado o mais adequado para o material, pois não o submete o material a elevadas temperaturas, minimizando o efeito de ruídos experimentais oriundos da degradação do polímero. Testes preliminares com peças cortadas por laser indicaram degradação do polímero, conforme ilustrado na Figura 34. O ruído experimental gerado pela alteração de propriedades devido à degradação térmica torna o corte a laser não recomendado para o preparo das amostras.

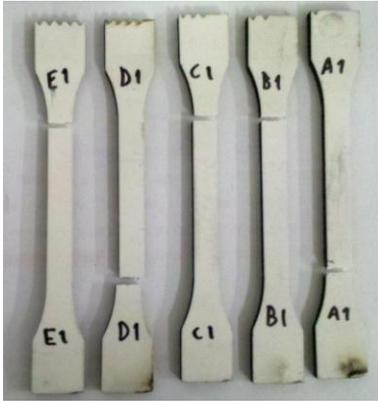


Figura 34. Amostras obtidas por corte a laser



Figura 35. Testes preliminares com corpos de prova obtidos por corte com jato d'água

Na Figura 35 são apresentados os corpos de prova utilizados nos testes, cujas geometrias foram obtidas por corte com jato d'água. Pode-se notar o melhor acabamento superficial quando comparado às amostras da Figura 34, e isso certamente corrobora a melhor qualidade nos resultados finais dos ensaios.

#### 4.3 ANÁLISE DE DEFORMAÇÕES POR EXTENSOMETRIA

A medição das deformações nos corpos de prova foi feita por meio de técnicas de instrumentação com extensômetros. Com o objetivo de eliminar eventuais deformações de origem térmica durante o ensaio, foi feita uma instrumentação da ponte de Wheatstone, do tipo ponte completa, conforme apresentado nos trabalhos de ROSA e MEDEIROS (2008) e MALERBA *et al.* (2008). Na Figura 36 é apresentado o modelo teórico referente ao tipo de instrumentação adotado no ensaio.

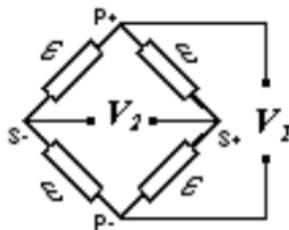


Figura 36. Ponte de Wheatstone completa (ROSA e MEDEIROS, 2008)

Seguindo esse procedimento, são acoplados 4 extensômetros ativos em cada corpo de prova, sendo 2 *dummys* e 2 para leitura das deformações nos sentidos longitudinal e transversal em relação ao eixo de aplicação do carregamento. Na Figura 37 é ilustrado um corpo de prova devidamente instrumentado e pronto para o ensaio mecânico.

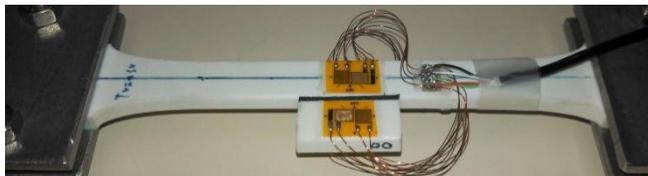


Figura 37. Extensômetros aplicados nos corpos de prova

Na face frontal do corpo de prova são colados os extensômetros para medição das deformações longitudinais, enquanto que na face posterior são colados os extensômetros para medição das deformações transversais. Nota-se também um dummy posicionado ao lado do corpo de prova. É importante frisar que esta peça adicional, isenta de esforços mecânicos e posicionada ao lado da seção útil, apresenta a mesma orientação de material.

Por fim, as informações oriundas dos extensômetros são armazenadas pelo sistema de aquisição de dados, apresentado na Figura 38, para posterior tratamento de dados.



Figura 38. Sistema de Aquisição de dados: HBM - Spider 8

Na Tabela 2 é indicada a organização adotada para a identificação dos corpos de prova.

Tabela 2. Identificação dos corpos de prova

Descrição dos corpos de prova	Código
Orientação de fibra a 0° (longitudinal)	CP 00-06
Orientação de fibra a 90° (transversal)	CP 90-06
Orientação de fibra a 45° (inclinado)	CP 45-06

#### 4.4 ENSAIO DE TRAÇÃO UNIAXIAL

Previamente ao ensaio de fluência, os corpos de prova foram submetidos a um ensaio de tração, com taxa de deslocamento prescrito no valor de 5 mm/min. Foi estabelecido um critério de parada no valor de tensão igual a 10 MPa, com o intuito de evitar deformações plásticas nos corpos de prova. Em um estudo realizado por SONNENHOHL (2012), foram obtidos os valores de tensão de escoamento do material CELANEX 3226. Na Tabela 3 são apresentados os valores de tensão de escoamento para as direções longitudinal e transversal.

Tabela 3. Resultados do ensaio de tração do material CELANEX 3226 (SONNENHOHL, 2012)

Orientação	Longitudinal	Transversal
Tensão de escoamento (MPa)	52,36	41,54

Na Figura 39 são apresentados os eixos de ortotropia e o sistema de coordenadas global, identificados em um corpo de prova com orientação das fibras descrita pelo ângulo  $\theta$ .

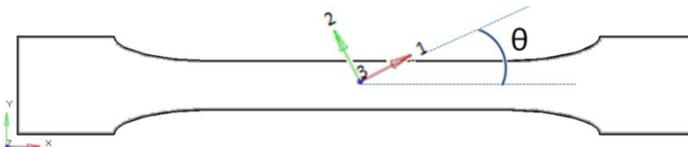


Figura 39. Eixos de ortotropia e sistema de coordenadas global

Nas figuras a seguir é demonstrada a metodologia para obtenção das constantes elásticas do material submetido ao ensaio de tração, mediante avaliação do coeficiente angular das curvas.

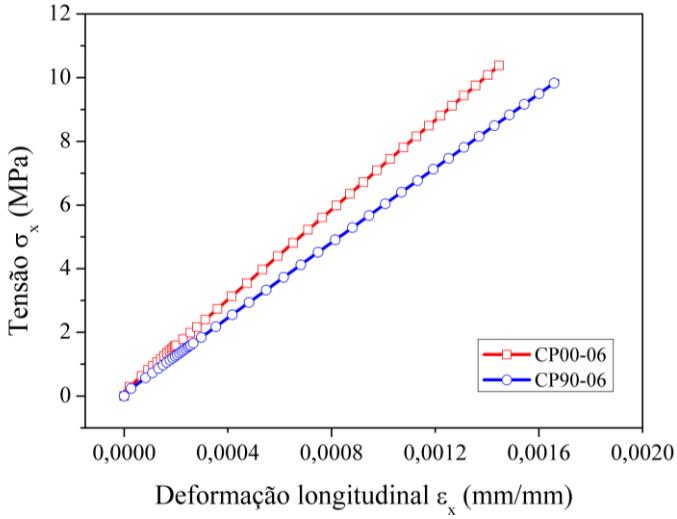


Figura 40. Ensaio de tração: obtenção de  $E_1$  e  $E_2$

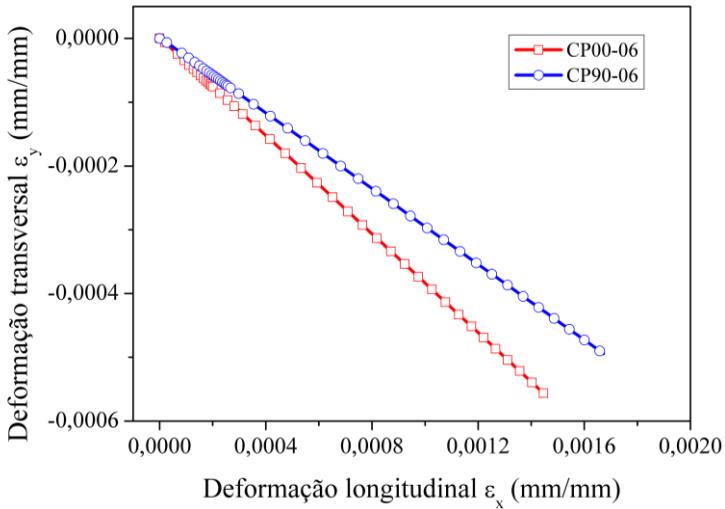


Figura 41. Ensaio de tração: obtenção de  $\nu_{12}$  e  $\nu_{21}$

No caso particular em que se tem corpos de prova com ângulo entre orientação das fibras e a aplicação da carga igual a  $45^\circ$ , é possível obter as tensões e deformações cisalhantes conforme Equações (4.2) e (4.3), num procedimento similar ao adotado no trabalho de YOKOYAMA e NAKAI (2007).

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}} \quad (4.1)$$

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_x}{2} \quad (4.2)$$

$$\gamma_{12} = \varepsilon_x - \varepsilon_y \quad (4.3)$$

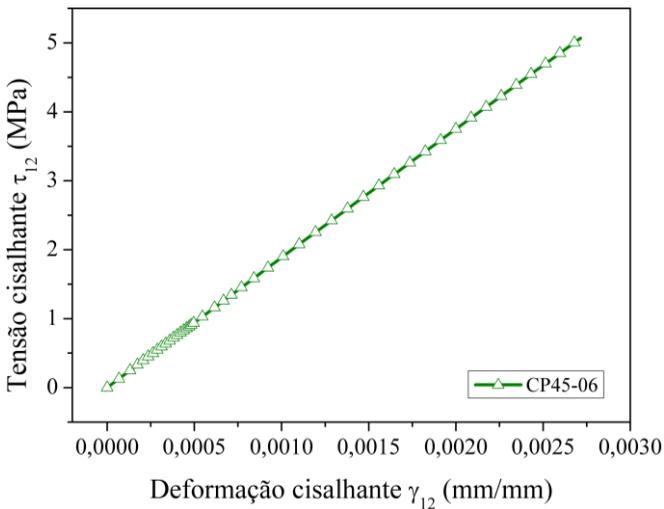


Figura 42. Ensaio de tração: obtenção de  $G_{12}$

O tempo de duração do ensaio para cada corpo de prova foi de aproximadamente 35 segundos, dessa forma é possível admitir que nessas circunstâncias o efeito viscoso ainda não é pronunciado no material. Na Tabela 4 são reunidas as propriedades elásticas instantâneas do material, obtidas por meio do ensaio de tração uniaxial.

Tabela 4. Propriedades instantâneas do material

$E_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$G_{12}$ (MPa)	$\nu_{12}$	$\nu_{21}$
7178,4	5976,0	1874,6	0,3836	0,2948

#### 4.5 ENSAIO DE FLUÊNCIA

O dispositivo utilizado para o ensaio de fluência é composto basicamente por um forno, onde os corpos de prova podem ser acondicionados em temperatura determinada, e um sistema de hastes para suporte e aplicação de carga. Na Figura 43 é ilustrado o equipamento utilizado para o ensaio dos corpos de prova, disponível no laboratório do GRANTE - Grupo de Análise e Projeto Mecânico do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC.

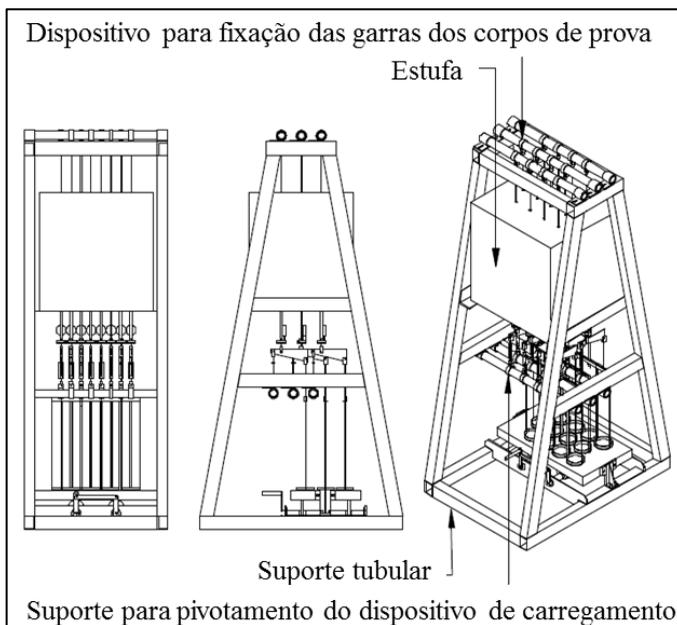


Figura 43. Aparato para ensaios de fluência (GRANTE/UFSC)

Na Figura 44 são ilustrados os corpos de prova, já devidamente instrumentados conforme seção 4.3 e afixados no dispositivo para ensaio de fluência.



Figura 44. Posicionamento dos corpos de prova para ensaio de fluência

A aplicação da carga é feita por meio da atuação da força peso nos cilindros metálicos, que são acoplados na porção inferior dos corpos de prova por garras de fixação e hastes. Na Figura 45 é apresentado o restante do aparato do ensaio, onde tais massas concentradas devem ser devidamente posicionadas.



Figura 45. Aplicação de carga nos corpos de prova para ensaio de fluência

O dispositivo é então mantido em ambiente com temperatura de  $23,5^{\circ}\text{C}$  e o equipamento de aquisição de dados coleta periodicamente leituras de deformação do material por meio dos extensômetros colados

nos corpos de prova. A carga aplicada em cada corpo de prova foi medida previamente com o auxílio de uma célula de carga, e os dados são sumarizados conforme Tabela 5.

Tabela 5. Valores de carga para cada corpo de prova

CP	Carga (N)	Área (mm <sup>2</sup> )	Tensão (MPa)
00-06	468,15	38,06	12,30
90-06	467,17	39,28	11,89
45-06	472,02	38,88	12,14

O ensaio de fluência perdurou por 3,45 semanas, quando foi observada certa estabilização no comportamento das curvas de deformação ao longo do tempo, isto é, a deformação se aproximou de um comportamento assintótico, conforme indicado pela bibliografia na Figura 22.

#### 4.6 ISOTROPIA TRANSVERSA

Considerando a hipótese de isotropia transversa, tipicamente aplicável a materiais com reforço em fibras, é possível assumir as seguintes igualdades simplificadoras na sua matriz constitutiva elástica:

$$E_2 = E_3 \quad (4.4)$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} \quad (4.5)$$

$$\nu_{21} = \nu_{31} \quad (4.6)$$

$$\nu_{23} = \nu_{32} = \nu_2 \quad (4.7)$$

$$G_{12} = G_{13} \quad (4.8)$$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_2)} \quad (4.9)$$

Resumidamente, essa hipótese considera que as propriedades no sentido transversal às fibras podem ser consideradas iguais. Desse modo, a matriz de flexibilidade é reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_2)}{E_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

#### 4.7 TRATAMENTO DOS DADOS EXPERIMENTAIS DO ENSAIO DE FLUÊNCIA

As variáveis-resposta do ensaio de fluência são as deformações no corpo de prova ao longo do tempo nas direções longitudinal e transversal em relação à aplicação da carga. Seguem abaixo as curvas geradas a partir da leitura dos extensômetros para as três configurações de orientação de fibra:

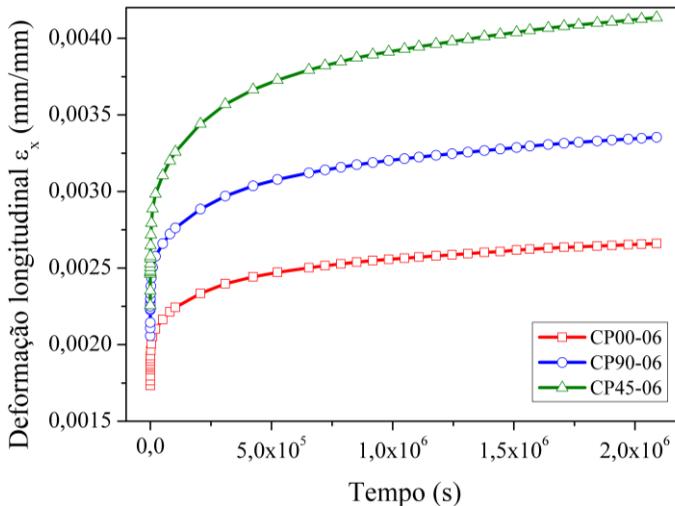


Figura 46. Resultados do ensaio de fluência: deformação longitudinal ao longo do tempo

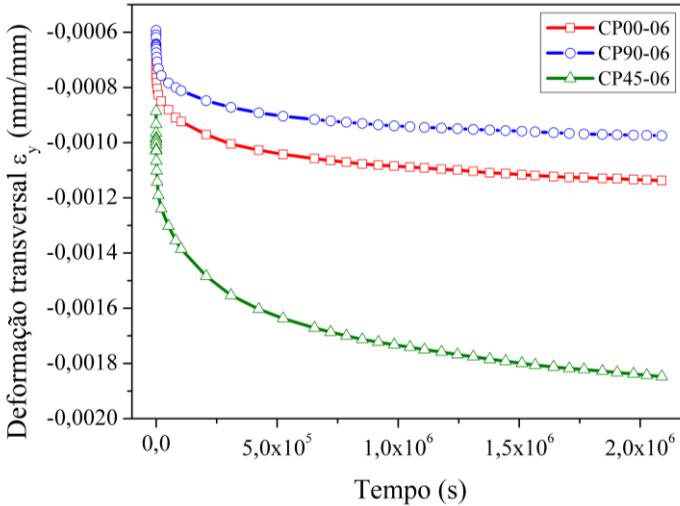


Figura 47. Resultados do ensaio de fluência: deformação transversal ao longo do tempo

Considerando que o corpo de prova é solicitado na direção  $x$ , conforme apresentado na Figura 39, o coeficiente de Poisson é dado por:

$$\nu_{xy} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \quad (4.11)$$

Assim, com os corpos de prova com fibras a  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , pode-se obter  $\nu_{12}$  e  $\nu_{21}$ . Foi observado, no entanto, uma dependência do coeficiente de Poisson em relação ao tempo, conforme a Figura 48. Isto é, tal parâmetro deve então ser descrito conforme a Equação (4.12).

$$\nu_{xy}(t) = -\frac{\epsilon_y(t)}{\epsilon_x(t)} \quad (4.12)$$

A dependência desse parâmetro em relação ao tempo foi discutida nos trabalhos realizados por PANDINI e PEGORETTI (2011) e TSCHORGL *et al.* (2002). É comumente enfatizado que o coeficiente de Poisson em materiais viscoelásticos não deve ser tratado como um parâmetro de valor constante, mas idealmente como uma função dependente do tempo e temperatura.

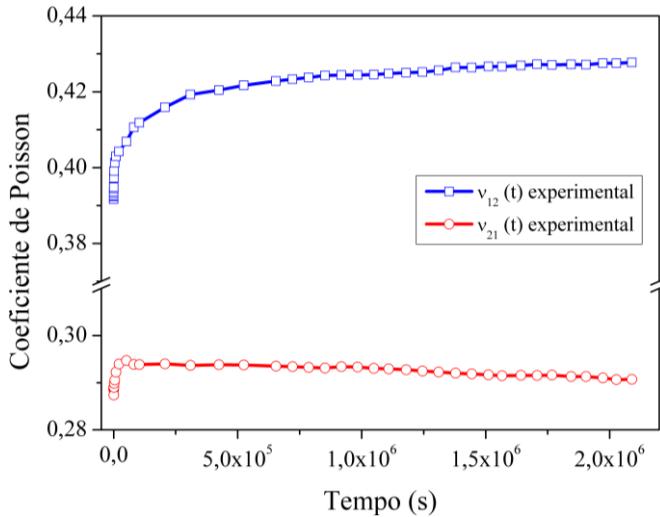


Figura 48. Resultados experimentais: coeficiente de Poisson ao longo do tempo

Ainda no trabalho de PANDINI e PEGORETTI (2011), foi avaliada a dependência do tempo e temperatura no coeficiente de Poisson do PBT, por meio de ensaios de tração. Nesse artigo foi observado que esse parâmetro apresenta características de viscoelasticidade, conforme Figura 49.

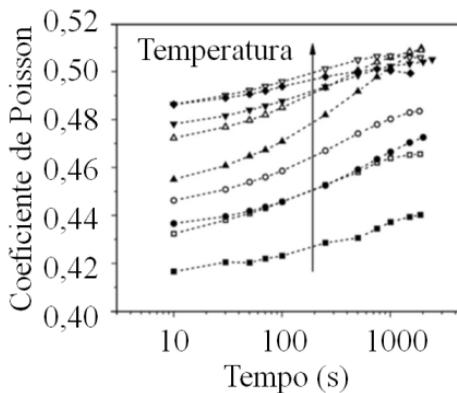


Figura 49. Curvas isotermais do coeficiente de Poisson em relação ao tempo (PANDINI e PEGORETTI, 2011)

Diante dos resultados apresentados na Figura 48, mostra-se oportuna a relevância em considerar mais essa variável como sendo dependente do tempo. Desse modo, a matriz de flexibilidade do material é reescrita conforme Equação (4.13).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \\ \varepsilon_3(t) \\ \gamma_{12}(t) \\ \gamma_{13}(t) \\ \gamma_{23}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1(t)} & \frac{-\nu_{21}(t)}{E_2(t)} & \frac{-\nu_{21}(t)}{E_2(t)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}(t)}{E_1(t)} & \frac{1}{E_2(t)} & \frac{-\nu_2}{E_2(t)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}(t)}{E_1(t)} & \frac{-\nu_2}{E_2(t)} & \frac{1}{E_2(t)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}(t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}(t)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_2)}{E_2(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \\ \sigma_3(t) \\ \tau_{12}(t) \\ \tau_{13}(t) \\ \tau_{23}(t) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Portanto, por meio do ensaio de fluência, espera-se que os seguintes parâmetros de material sejam identificados:

Tabela 6. Parâmetros do material a serem definidos

$E_1(t)$	$E_2(t)$	$G_{12}(t)$	$G_{23}(t)$	$\nu_{12}(t)$	$\nu_{21}(t)$
----------	----------	-------------	-------------	---------------	---------------

Os módulos de elasticidade instantâneos  $E_1$  e  $E_2$  são calculados a partir da Equação (3.13) e apresentados simultaneamente na Figura 50.

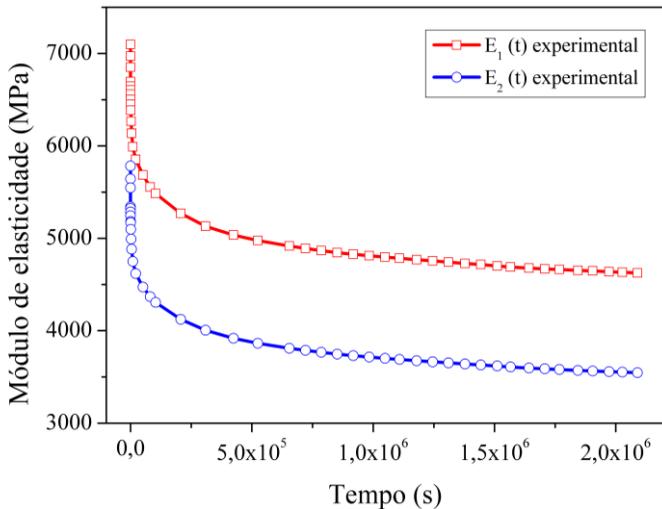


Figura 50. Resultados experimentais: módulo de elasticidade ao longo do tempo

Discussões acerca da obtenção do módulo de cisalhamento  $G_{12}$  foram abordadas nos trabalhos de PEREIRA (2010) e HENNESSEY *et al.* (1965). Assim, são descritas duas opções para o cálculo do módulo de cisalhamento com o ensaio envolvendo o corpo de prova com fibras orientadas com um ângulo conhecido em relação ao eixo de aplicação de carga, com o auxílio de equações desenvolvidas no trabalho de GAY (1991).

- A partir da deformação longitudinal do corpo de prova,  $\varepsilon_{2x}$ :

$$\varepsilon_{2x} = \left\{ \frac{(\cos(\theta))^4}{E_1} + \frac{(\sen(\theta))^4}{E_2} + (\cos(\theta))^2 (\sen(\theta))^2 \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \right\} \sigma_x \quad (4.14)$$

$$G_{12} = \frac{(\cos(\theta))^2 (\sen(\theta))^2}{\left( \frac{\varepsilon_{2x}}{\sigma_x} - \frac{(\cos(\theta))^4}{E_1} - \frac{(\sen(\theta))^4}{E_2} + \frac{2\nu_{12} (\cos(\theta))^2 (\sen(\theta))^2}{E_1} \right)} \quad (4.15)$$

- Ou a partir da deformação transversal do corpo de prova,  $\varepsilon_{2y}$ :

$$\varepsilon_{2y} = - \left\{ \frac{\nu_{12} [(\cos(\theta))^4 + (\text{sen}(\theta))^4]}{E_1} - (\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2 \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) \right\} \sigma_x \quad (4.16)$$

$$G_{12} = \frac{(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{\left[ -\frac{\varepsilon_{2y}}{\sigma_x} + \frac{(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{E_1} + \frac{(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{E_2} - \frac{\nu_{12} ((\cos(\theta))^4 + (\text{sen}(\theta))^4)}{E_2} \right]} \quad (4.17)$$

Considerando então a dependência do tempo no módulo de cisalhamento, tem-se:

$$G_{12}(t) = \frac{(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{\left( \frac{\varepsilon_{2x}(t)}{\sigma_x} - \frac{(\cos(\theta))^4}{E_1(t)} - \frac{(\text{sen}(\theta))^4}{E_2(t)} + \frac{2\nu_{12}(t)(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{E_1(t)} \right)} \quad (4.18)$$

Ou ainda:

$$G_{12}(t) = \frac{(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{\left[ -\frac{\varepsilon_{2y}(t)}{\sigma_x} + \frac{(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{E_1(t)} + \frac{(\cos(\theta))^2 (\text{sen}(\theta))^2}{E_2(t)} - \frac{\nu_{12}(t)((\cos(\theta))^4 + (\text{sen}(\theta))^4)}{E_2(t)} \right]} \quad (4.19)$$

Como não foi possível colar extensômetros na direção da espessura do corpo de prova, os valores de  $\nu_{23}$  e  $\nu_{32}$  não foram obtidos no ensaio. Assim, o coeficiente de Poisson do plano de isotropia transversa,  $\nu_{23} = \nu_{32} = \nu_2$ , foi estimado com base em propriedades médias da matriz de PBT, conforme dados de fabricantes. O valor de  $\nu_2 = 0,44$ , adotado como constante em relação ao tempo, é necessário para o cálculo estimativo do módulo de cisalhamento  $G_{23}$ , conforme Equação (4.9).

Na Figura 51 são apresentados os módulos de cisalhamento  $G_{12}$  e  $G_{23}$  em função do tempo. No caso de  $G_{12}$ , foi utilizada a curva média em relação aos valores obtidos com as deformações longitudinal e transversal, Equações (4.18) e (4.19), respectivamente.

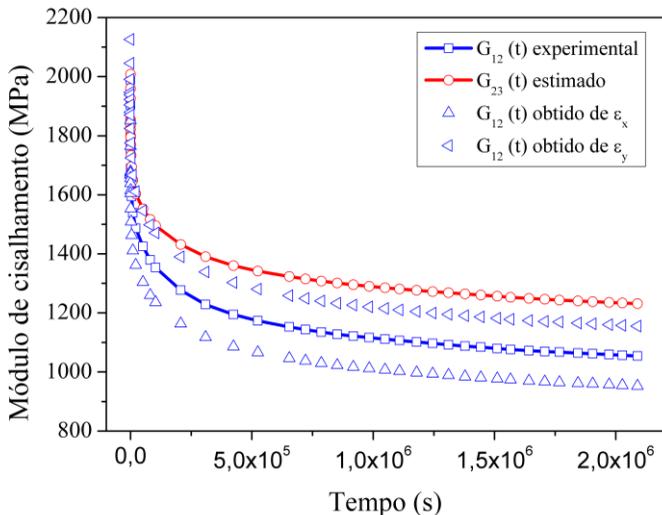


Figura 51. Resultados experimentais: módulo de cisalhamento ao longo do tempo

Com os dados da Tabela 6 devidamente preparados, parte-se então para a etapa de identificação dos coeficientes que melhor representem o modelo constitutivo proposto.

#### 4.8 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Conforme apresentado na seção 2.7, a abordagem de identificação de parâmetros consiste na execução de rotinas com métodos inversos para identificar os coeficientes da função proposta que melhor represente o comportamento do material. Assim, são realizados cálculos para a minimização dos resíduos entre os dados experimentais e o modelo matemático.

Para a obtenção dos coeficientes das funções de séries de Prony, foi utilizado o *software* comercial Ansys, disponibilizado pela empresa Whirlpool Latin America. Esse programa de elementos finitos apresenta ferramentas específicas de identificação de parâmetros para materiais viscoelásticos isotrópicos na biblioteca de materiais.

As principais dificuldades nessa etapa são:

- Definir a quantidade adequada de termos para a série;
- Definir um conjunto de valores iniciais para cada coeficiente da função.

IMAOKA (2008) afirma que a quantidade mínima de termos da série está relacionada com a ordem de grandeza da variável tempo no ensaio de fluência do material. A recomendação é utilizar um termo da série para cada ordem de grandeza no tempo. Dessa forma, tem-se 7 pares de coeficientes a serem identificados, já que o tempo de ensaio é da ordem de  $1 \times 10^6$  s.

A qualidade da identificação de parâmetros também está atrelada aos valores iniciais dos coeficientes definidos pelo usuário, uma vez que foi observada a importância de certa distribuição de valores iniciais para a variável  $\beta_i$  para a caracterização do material. Caso contrário, a otimização tende a convergir para mínimos locais, apresentando coeficientes de funções que não representam adequadamente o comportamento esperado. Assim, os melhores conjuntos de coeficientes foram obtidos quando foram impostos os valores iniciais para a variável  $\beta_i$ , contidos na Tabela 7, conforme observado no trabalho de IMAOKA (2008).

Tabela 7. Valores iniciais para a variável  $\beta_i$

$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$
$2 \times 10^0$	$2 \times 10^1$	$2 \times 10^2$	$2 \times 10^3$	$2 \times 10^4$	$2 \times 10^5$	$2 \times 10^6$

Apenas considerando todo esse conhecimento prévio para a obtenção dos coeficientes da série, foi possível caracterizar o material de forma satisfatória por meio da identificação de parâmetros, que apresentou resíduos na ordem de  $1 \times 10^{-5}$ . Finalmente, são mostrados nas tabelas a seguir os coeficientes das séries de Prony para a descrição da viscoelasticidade do material.

Tabela 8. PBT com 20% de fibras de vidro: Módulo de elasticidade

	$E_1(t)$		$E_2(t)$	
	$E_{1zero}$	$\alpha_{\infty}^{E_1}$	$E_{2zero}$	$\alpha_{\infty}^{E_2}$
	7230	0,61821	5920	0,57300
i	$\alpha_i^{E_1}$	$\beta_i^{E_1}$	$\alpha_i^{E_2}$	$\beta_i^{E_2}$
1	$1,38 \times 10^{-8}$	$6,068 \times 10^0$	$1,67 \times 10^{-8}$	$1,611 \times 10^2$
2	0,081056	$4,063 \times 10^1$	0,106020	$4,171 \times 10^1$
3	0,021855	$4,829 \times 10^2$	0,027796	$9,609 \times 10^2$
4	0,062266	$3,996 \times 10^3$	0,061810	$5,299 \times 10^3$
5	0,031572	$4,066 \times 10^4$	0,033271	$4,285 \times 10^4$
6	0,089900	$1,785 \times 10^5$	0,094028	$1,963 \times 10^5$
7	0,095136	$1,419 \times 10^6$	0,104070	$1,536 \times 10^6$

Tabela 9. PBT com 20% de fibras de vidro: Módulo de cisalhamento

	$G_{12}(t)$		$G_{23}(t)$	
	$G_{12zero}$	$\alpha_{\infty}^{G_{12}}$	$G_{23zero}$	$\alpha_{\infty}^{G_{23}}$
	2160	0,46507	2055	0,57300
i	$\alpha_i^{G_{12}}$	$\beta_i^{G_{12}}$	$\alpha_i^{G_{23}}$	$\beta_i^{G_{23}}$
1	$2,71 \times 10^{-4}$	$1,602 \times 10^{-1}$	$4,82 \times 10^{-8}$	$5,312 \times 10^3$
2	0,154200	$1,500 \times 10^1$	0,106020	$4,171 \times 10^1$
3	0,047641	$5,615 \times 10^2$	0,027796	$9,609 \times 10^2$
4	0,078885	$4,142 \times 10^3$	0,061810	$5,299 \times 10^3$
5	0,042497	$4,305 \times 10^4$	0,033271	$4,285 \times 10^4$
6	0,106050	$1,840 \times 10^5$	0,094028	$1,963 \times 10^5$
7	0,105390	$1,317 \times 10^6$	0,104070	$1,536 \times 10^6$

Com relação aos coeficientes da série de Prony que descrevem o comportamento do coeficiente de Poisson ao longo do tempo, é importante salientar que, devido à inabilidade da série de Prony em descrever uma curva crescente, tal como indicado na Figura 48, foi necessário considerar os seus valores inversos para cômputo da identificação de parâmetros. As Equações (4.20) e (4.21) apresentam as funções inversas dos coeficientes de Poisson, descritas a partir de séries de Prony.

$$(v_{12}(t))^{-1} = v_{12_{zero}} \left[ \alpha_{\infty}^{v_{12}} + \sum_{i=1}^{n_{v_{12}}} \alpha_i^{v_{12}} e^{\frac{-t}{\beta_i^{v_{12}}}} \right] \quad (4.20)$$

$$(v_{21}(t))^{-1} = v_{21_{zero}} \left[ \alpha_{\infty}^{v_{21}} + \sum_{i=1}^{n_{v_{21}}} \alpha_i^{v_{21}} e^{\frac{-t}{\beta_i^{v_{21}}}} \right] \quad (4.21)$$

Tabela 10. PBT com 20% de fibras de vidro: Coeficiente de Poisson

	$(v_{12}(t))^{-1}$		$(v_{21}(t))^{-1}$	
	$v_{12_{zero}}$	$\alpha_{\infty}^{v_{12}}$	$v_{21_{zero}}$	$\alpha_{\infty}^{v_{21}}$
	2,57	0,90194	3,57	0,95785
i	$\alpha_i^{v_{12}}$	$\beta_i^{v_{12}}$	$\alpha_i^{v_{21}}$	$\beta_i^{v_{21}}$
1	$8,08 \times 10^{-3}$	$7,628 \times 10^0$	$5,38 \times 10^{-3}$	$9,167 \times 10^{-1}$
2	$2,17 \times 10^{-8}$	$1,858 \times 10^1$	$3,13 \times 10^{-103}$	$1,995 \times 10^1$
3	0,001737	$2,081 \times 10^2$	$4,34 \times 10^{-13}$	$2,000 \times 10^2$
4	0,019295	$1,982 \times 10^3$	0,007505	$2,000 \times 10^3$
5	0,008047	$2,000 \times 10^4$	0,003491	$2,000 \times 10^4$
6	0,037233	$2,000 \times 10^5$	0,025773	$2,000 \times 10^5$
7	0,023668	$2,000 \times 10^6$	0,000000	$2,000 \times 10^6$

#### 4.9 VALIDAÇÃO DA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Utilizando os coeficientes das séries de Prony, obtidos na seção anterior, nos respectivos modelos constitutivos, pode-se validar a efetividade do procedimento adotado. Na Tabela 11 são reunidas todas as informações pertinentes à etapa de validação dos parâmetros identificados.

Tabela 11. Informações para o cálculo analítico do modelo constitutivo

Propriedade		Série de Prony	Parâmetros
Módulo de elasticidade	$E_1$	Equação (3.21)	Tabela 8
	$E_2$	Equação (3.22)	
Módulo de cisalhamento	$G_{12}$	Equação (3.24)	Tabela 9
	$G_{23}$	Equação (3.26)	
Coeficiente de Poisson	$v_{12}$	Equação (4.20)	Tabela 10
	$v_{21}$	Equação (4.21)	

São apresentadas, nas figuras a seguir, curvas comparativas das propriedades do material, em relação a dados experimentais e analíticos, segundo o modelo constitutivo proposto.

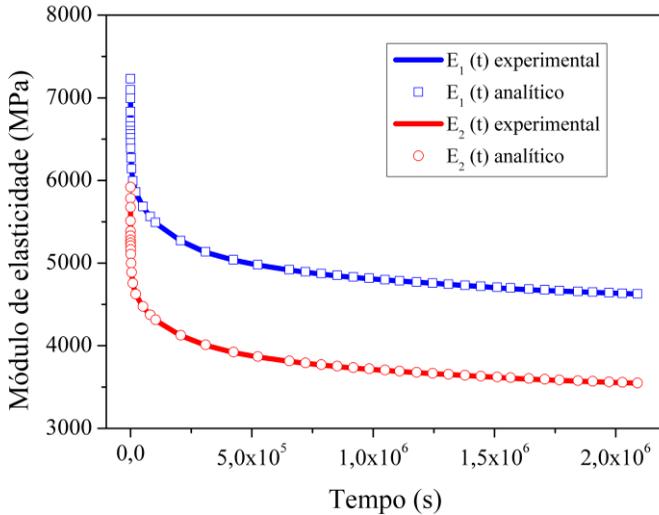


Figura 52. Resultado da identificação de parâmetros: módulo de elasticidade

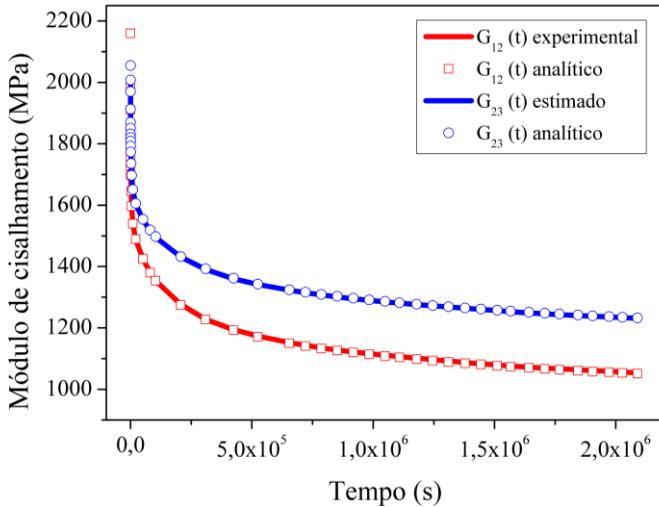


Figura 53. Resultado da identificação de parâmetros: módulo de cisalhamento

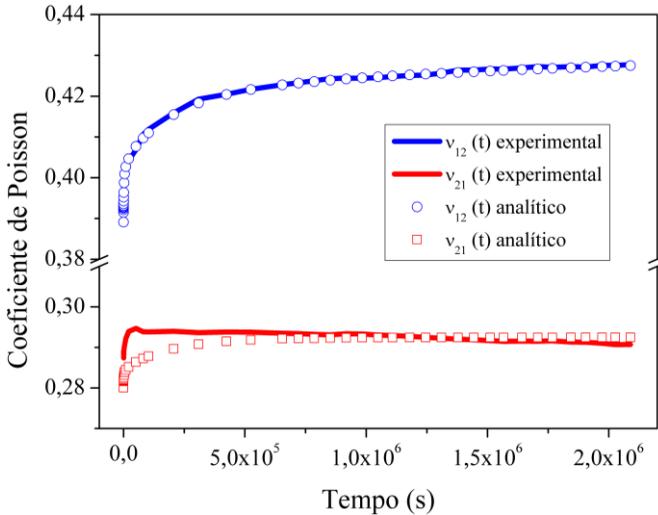


Figura 54. Resultado da identificação de parâmetros: coeficiente de Poisson

#### 4.10 COMPARATIVO: DADOS EXPERIMENTAIS E ANALÍTICOS

Ao aplicar os coeficientes obtidos anteriormente na matriz de rigidez do material, pode-se recriar analiticamente o estado de tensões do ensaio de fluência e verificar a evolução das deformações ao longo do tempo, segundo a Equação (4.13). Dessa forma, podem-se confrontar novamente os dados experimentais com os analíticos, e verificar o grau de acuracidade do método de identificação de parâmetros. As curvas a seguir ilustram esse comparativo para a leitura de deformação para cada corpo de prova.

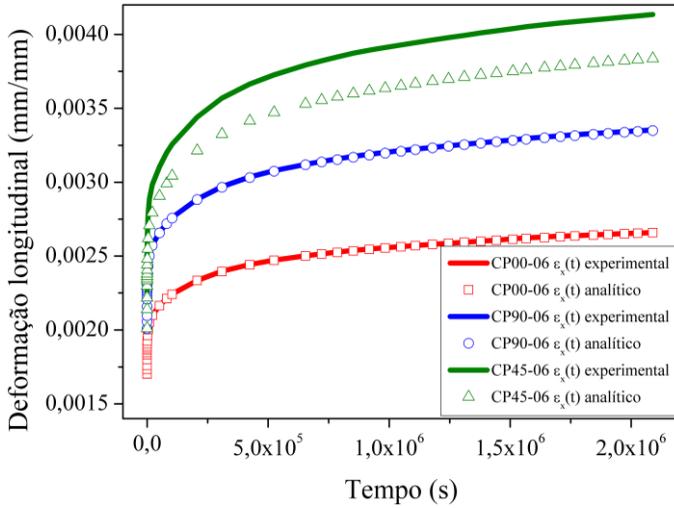


Figura 55. Resultados analíticos: deformação longitudinal

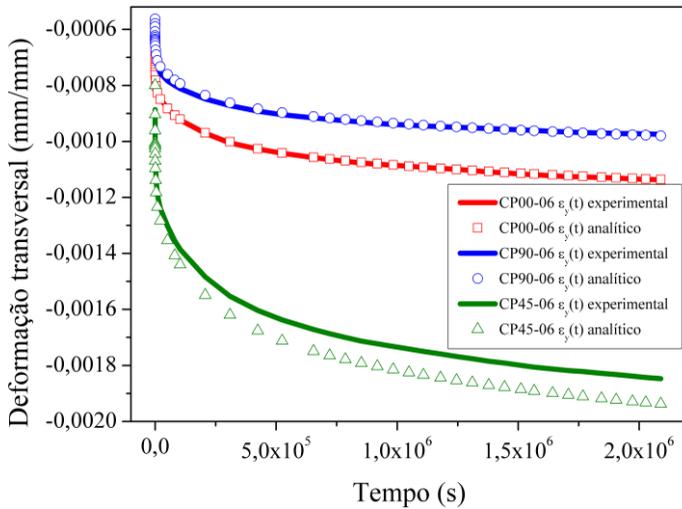


Figura 56. Resultados analíticos: deformação transversal

#### 4.11 CONCLUSÕES SOBRE A CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL

A caracterização do material por meio da identificação de parâmetros se mostrou efetiva, pois permitiu o ajuste fino de todos os coeficientes das séries. Na etapa de validação do método, apresentada na Seção 4.9, foi obtida boa correlação com as respectivas curvas experimentais, sobretudo para os módulos de elasticidade, observado na Figura 52, e para os módulos de cisalhamento, observado na Figura 53. A correlação envolvendo a porção inicial da curva do coeficiente de Poisson  $\nu_{21}$  não foi plenamente satisfeita devido ao seu comportamento abrupto naquele instante, conforme apresentado na Figura 54.

Confrontando as propriedades instantâneas do material com aquelas obtidas anteriormente no ensaio de tração, nota-se também boa correlação de dados. Na Figura 57 é apresentado um comparativo das propriedades caracterizadas com cada ensaio mecânico.

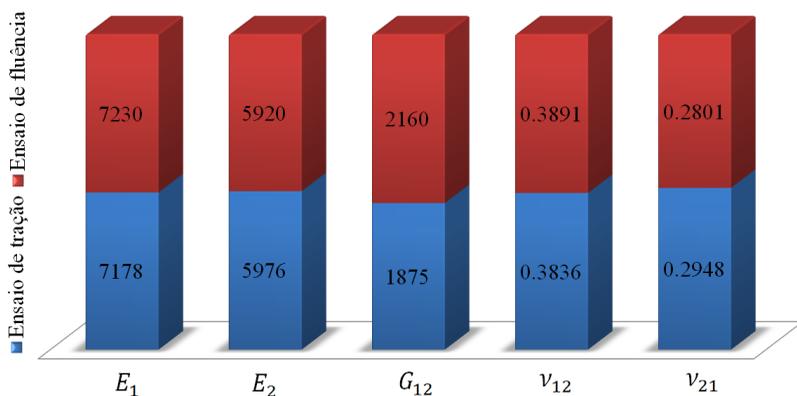


Figura 57. Comparativo de propriedades instantâneas: ensaio de tração e ensaio de fluência

A reprodução analítica do ensaio de fluência, empregando o modelo constitutivo proposto, permitiu a construção de um comparativo em termos de deformações longitudinal e transversal em cada corpo de prova, apresentados na Figura 55 e na Figura 56. Foi observada ótima correlação nos corpos de prova CP00-06, amostra com fibras a  $0^\circ$  em relação ao eixo de aplicação de carga, e CP90-06, amostra com fibras a  $90^\circ$  em relação ao eixo de aplicação de carga.

Já os resultados envolvendo o corpo de prova com fibras a  $45^\circ$  apresentaram os resultados menos satisfatórios, devido à adoção da média para  $G_{12}(t)$  durante o tratamento dos dados experimentais em relação à leitura dos extensômetros nas direções longitudinal e transversal, conforme indicado na Figura 51. Por esse motivo, nenhuma das leituras das deformações pôde ser plenamente satisfeita.

De todo modo, a caracterização do material por meio da obtenção dos coeficientes que descrevem as funções pode ser considerada como satisfatória, visto que a diferença percentual é menor do que 7,5%. Na Figura 58 é apresentado um comparativo entre dados de deformação experimentais e analíticos no mesmo instante de tempo.

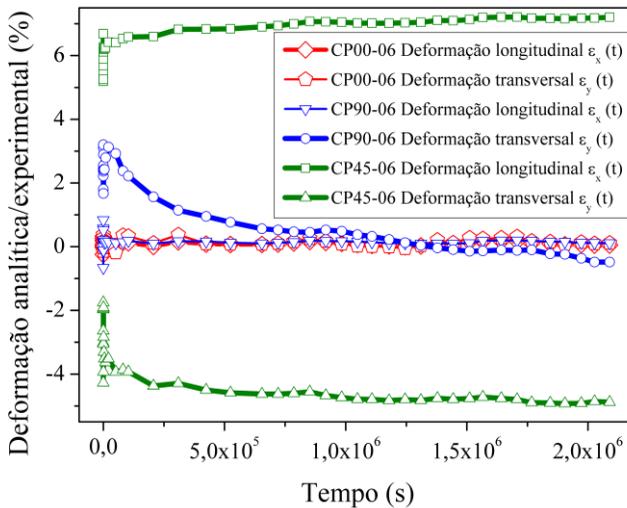


Figura 58. Comparativo experimental-analítico do ensaio de fluência

## 5 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO CONSTITUTIVO

Com todos os parâmetros do material devidamente caracterizados e testados analiticamente, parte-se finalmente para a sua implementação no modelo constitutivo de viscoelasticidade ortotrópica, desenvolvido no Capítulo 3. A partir de uma sub-rotina definida pelo usuário, UMAT, é possível inserir o modelo de material no *software* comercial Abaqus, disponibilizado no GRANTE/UFSC.

A proposta é então reproduzir numericamente o ensaio de fluência por meio do método de elementos finitos e avaliar a evolução das deformações ao longo do tempo.

### 5.1 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DO MODELO CONSTITUTIVO EM ELEMENTOS SÓLIDOS

A partir da geometria CAD do corpo de prova, foi gerada a malha de elementos finitos na região de interesse. A Figura 59 ilustra o refino da discretização na seção útil do corpo de prova em elementos sólidos hexaédricos.

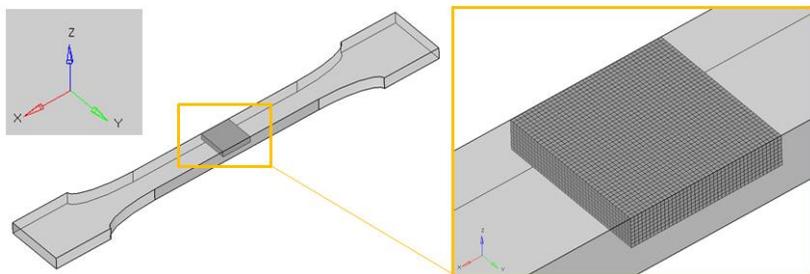


Figura 59. Malha de elementos finitos do corpo de prova

### 5.2 ORIENTAÇÃO DAS FIBRAS DO MATERIAL

A orientação das fibras no corpo de prova pode ser facilmente alterada na interface gráfica do Abaqus, por meio de ferramentas presentes no módulo de materiais compostos. Uma vez que o material proposto não é isotrópico, a informação sobre a orientação das fibras no modelo de elementos finitos passa a ser fundamental; ou seja, dela depende a correta construção dos vetores de tensão e deformação do modelo. Os ângulos estabelecidos para cada corpo de prova têm como

referência o sistema de coordenadas global, indicado na Figura 39.

### 5.3 PROPRIEDADES MECÂNICAS DO MATERIAL

O comportamento mecânico de viscoelasticidade ortotrópica foi definido por meio dos coeficientes identificados na Seção 4.8. Tais parâmetros são inseridos na interface gráfica do Abaqus, na opção *User Material*, que por fim são enviados para a sub-rotina UMAT como coeficientes das séries de Prony.

### 5.4 APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO MECÂNICO

Da maneira como foi implementado o modelo constitutivo na sub-rotina, o tempo de incremento da simulação passa a incorporar um sentido físico para o problema, pois a matriz de rigidez do material é atualizada com base nesse parâmetro. Assim, embora seja uma análise estrutural estática, o tempo do incremento passa a representar o tempo do ensaio de fluência.

Conforme a Figura 60, são aplicados dois carregamentos na simulação; sendo que os valores de  $\sigma_x$ , correspondentes ao carregamento longitudinal para cada corpo de prova, devem ser coerentes com os valores encontrados na Tabela 5.

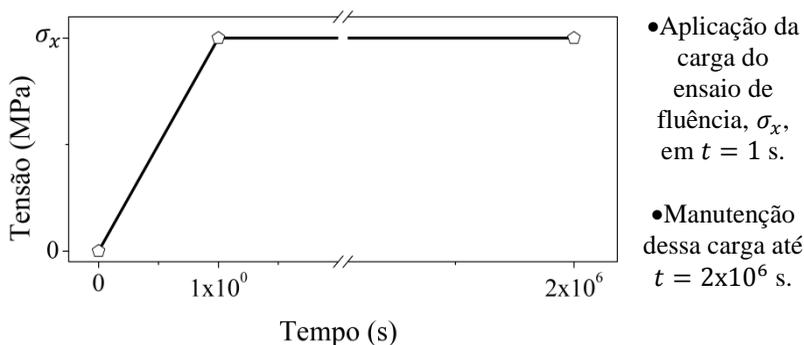


Figura 60. Procedimento de aplicação da carga

### 5.5 COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS

Nas figuras a seguir são apresentadas curvas comparativas entre cálculos analíticos e numéricos em termos de valores de deformação em

um ensaio de fluência. Foram avaliadas as evoluções das deformações longitudinais e transversais ao longo do tempo nos corpos de prova.

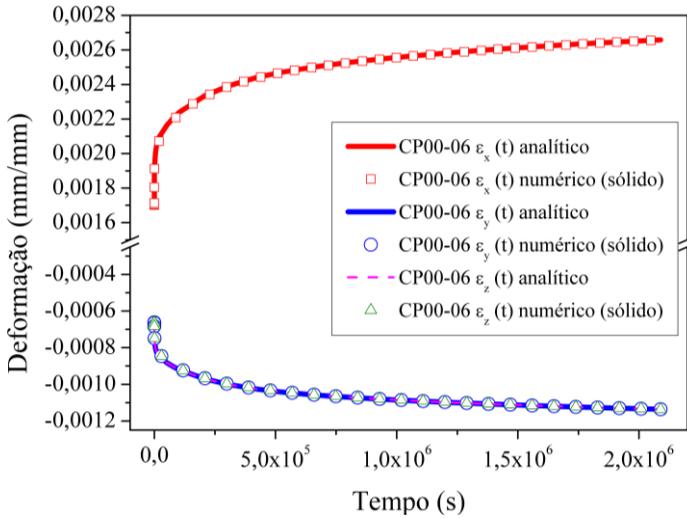


Figura 61. CP00-06: Comparativo analítico-numérico

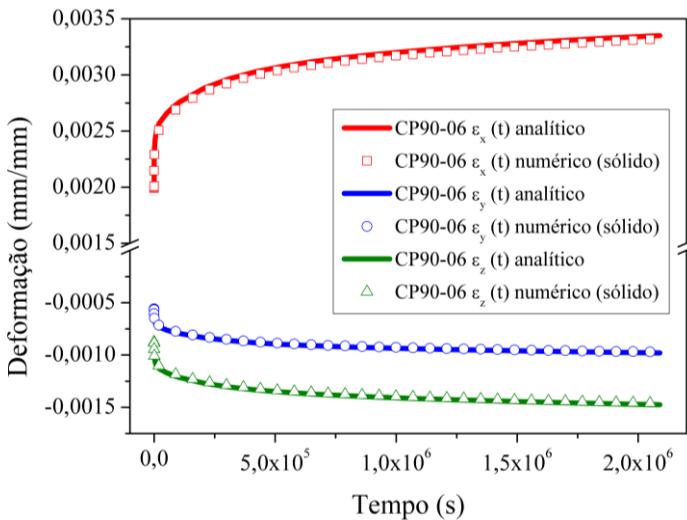


Figura 62. CP90-06: Comparativo analítico-numérico

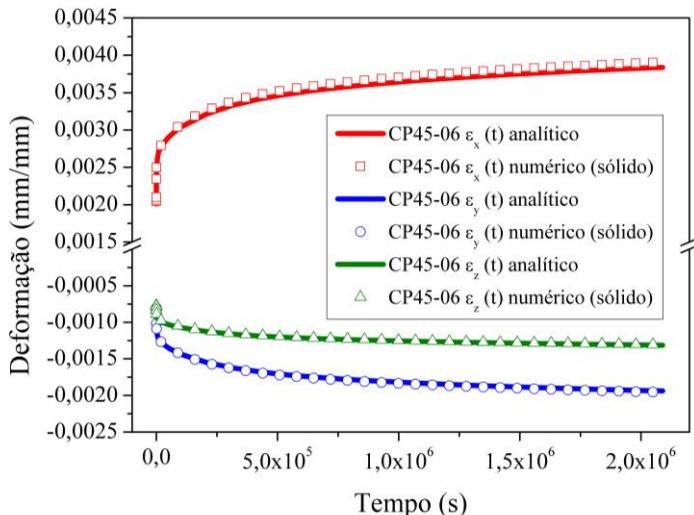


Figura 63. CP45-06: Comparativo analítico-numérico

## 5.6 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO EM ELEMENTOS DE CASCA

Com o intuito de promover a utilização do modelo constitutivo proposto num âmbito industrial, torna-se necessário adaptar a sub-rotina já desenvolvida anteriormente em elementos sólidos para elementos de casca. Quando devidamente aplicados, tais elementos apresentam vantagens muito convenientes em análises estruturais, sobretudo no que se refere ao custo computacional na simulação de estruturas com geometria adequada ao uso dos elementos de casca (FISH e BELYTSCHKO, 2007).

As diferenças em relação à sub-rotina desenvolvida para elementos sólidos são:

- Tamanho da matriz de rigidez que define o comportamento do material.
- Menor quantidade de parâmetros, devido às hipóteses simplificadoras desse tipo de elemento.

No caso de elementos de casca, a matriz de rigidez é simplificada e escrita conforme Equação (5.1). Observa-se que já foi incluída a dependência da variável tempo nas propriedades elásticas do material.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \\ \tau_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1(t)}{(1-\nu_{21}(t)\nu_{12}(t))} & \frac{\nu_{21}(t)E_1(t)}{(1-\nu_{21}(t)\nu_{12}(t))} & 0 \\ \frac{\nu_{12}(t)E_2(t)}{(1-\nu_{21}(t)\nu_{12}(t))} & \frac{E_2(t)}{(1-\nu_{21}(t)\nu_{12}(t))} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \\ \gamma_{12}(t) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Desse modo, basta alterar apenas uma porção da sub-rotina, especificamente o trecho referente ao cálculo de tensões. As propriedades elásticas do material a serem definidas para descrever a matriz de rigidez apresentada na Equação (5.1) são listadas na Tabela 12.

Tabela 12. Parâmetros que definem o comportamento do material

$E_1(t)$	$E_2(t)$	$G_{12}(t)$	$\nu_{12}(t)$	$\nu_{21}(t)$
----------	----------	-------------	---------------	---------------

Os coeficientes utilizados para a caracterização das séries de Prony são os mesmos do caso da simulação com elementos sólidos, apresentados na Seção 4.8.

## 5.7 MODELO DO CORPO DE PROVA EM ELEMENTOS DE CASCA

Foi modelado numericamente o mesmo ensaio de fluência, porém utilizando elementos de casca para representar a seção útil do corpo de prova. Na Figura 64 é ilustrado o modelo de elementos finitos para a análise estrutural.

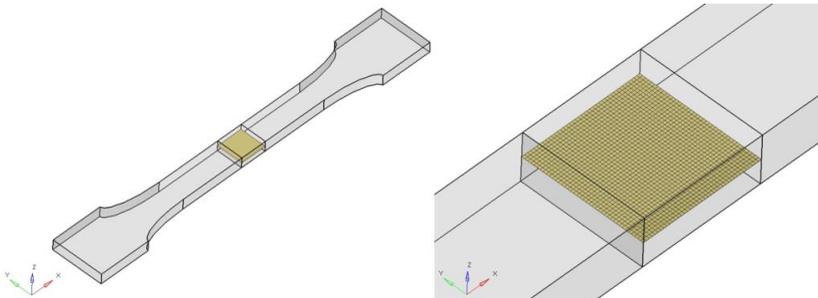


Figura 64. Modelo do ensaio de fluência em elementos de casca

Deve-se ressaltar que, segundo a documentação do Abaqus (ABAQUS, 2010), a utilização desse tipo de elemento em conjunto com sub-rotinas UMAT exige a definição da rigidez ao cisalhamento da seção no plano transversal, porque o cálculo desses parâmetros antecede a leitura da sub-rotina.

## 5.8 COMPARATIVO ENTRE ELEMENTOS SÓLIDOS E DE CASCA

Na Figura 65 são apresentadas curvas de deformação nos corpos de prova ao longo do tempo, num comparativo entre elementos sólidos e de casca. Conforme esperado, os resultados numéricos de ambos os tipos de elemento são muito semelhantes.

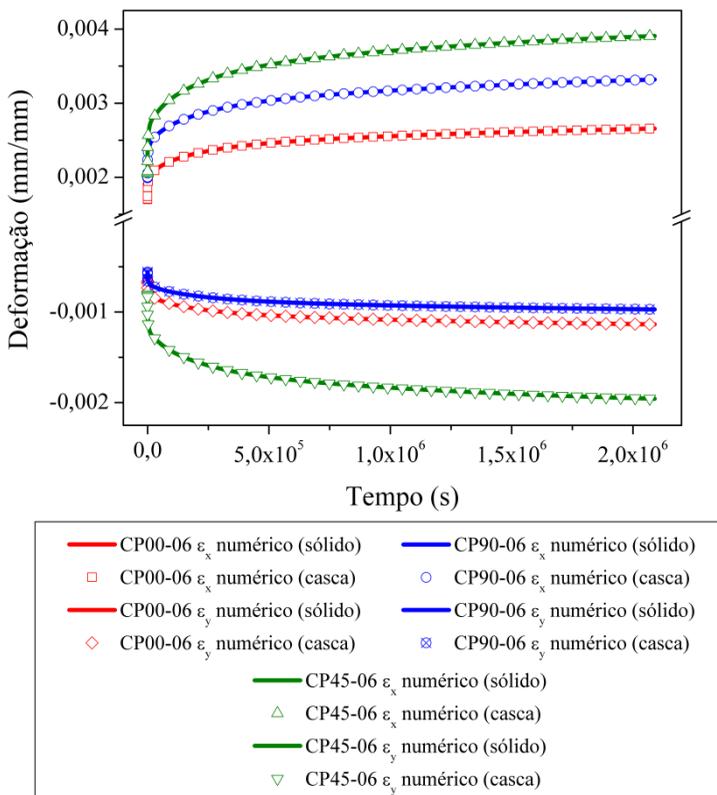


Figura 65. Comparativo de resultados entre elementos sólidos e de casca

Ressalta-se que, devido às hipóteses simplificadoras adotadas na formulação do elemento de casca, a deformação na direção ortogonal ao plano é nula.

## 5.9 CONCLUSÕES SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO DA SUB-ROTINA

Observando as curvas apresentadas nos gráficos da seção 5.5, pode-se notar uma ótima correlação ao tentar replicar o ensaio de fluência num modelo de elementos finitos. Dessa forma, mostra-se a efetividade do modelo constitutivo proposto, escrito em linguagem de programação e implementado durante a solução do problema de elementos finitos. Além disso, foi demonstrado na Figura 65, o sucesso na implementação do mesmo modelo em elementos de casca, o que permite o emprego da sub-rotina em estruturas discretizadas com tais elementos.

Com os resultados obtidos até o presente momento encoraja-se para a aplicação do modelo de material numa integração da simulação do processo de injeção com a simulação estrutural em peças de geometria complexa. Dessa integração, é possível considerar a orientação das fibras resultante do escoamento do material durante o processo de injeção, que leva à gradientes de orientação, recirculação, além de tensões residuais oriundas do processo.

## 6 APLICAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO EM ESTUDO DE CASO

Em se tratando de peças com geometria complexa, obtidas pelo processo de moldagem por injeção, a orientação das fibras não pode ser considerada uniforme, tal como foi admitido nas análises com os corpos de prova. O fluxo do material durante o preenchimento da cavidade do molde induz uma orientação preferencial para as fibras, o que consequentemente altera o comportamento mecânico esperado para o componente.

O desenvolvimento de tecnologias CAE já permite que a orientação do material, obtida por meio da simulação de injeção do polímero, seja considerada na simulação estrutural. Assim, de modo a viabilizar a utilização de ferramentas CAE para prever o comportamento estrutural de componentes injetados com reforço em fibra, torna-se essencial a integração de dados da simulação de injeção com a análise estrutural.

O presente estudo de caso envolveu a análise numérica da geometria apresentada na Figura 66, fabricada em PBT com 20% de fibras de vidro pelo processo de moldagem por injeção. Trata-se de um estudo com uma peça hipotética submetida a esforços de flexão.

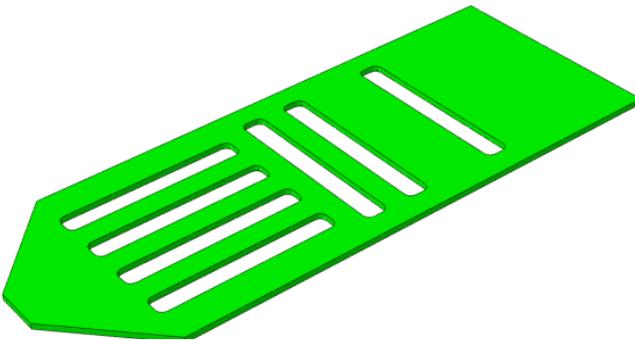
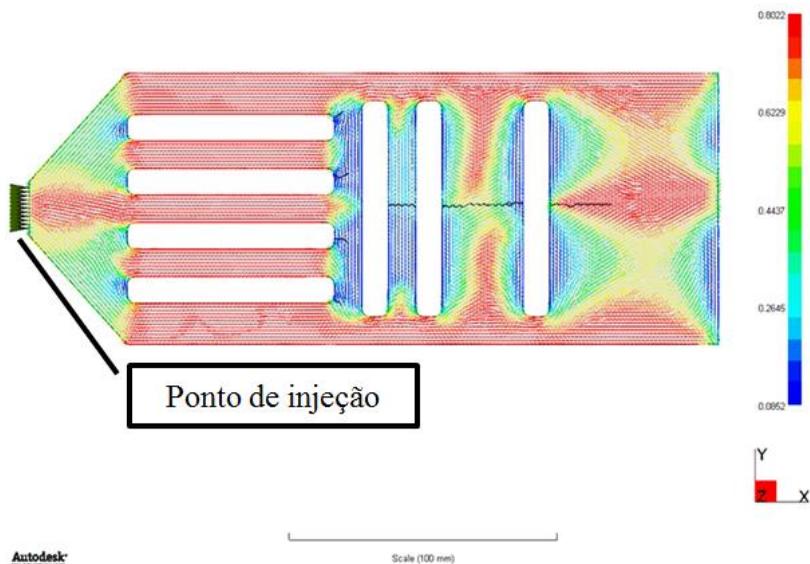


Figura 66. Geometria CAD para estudo de caso

### 6.1 SIMULAÇÃO DE INJEÇÃO DA PEÇA AVALIADA

A geometria CAD – *Computer Aided Design* foi discretizada em elementos tetraédricos de primeira ordem para a simulação de injeção no software Moldflow. A localização do ponto de injeção, juntamente com

os resultados de orientação das fibras após o preenchimento do molde, é apresentada na Figura 67.



## 6.2 PARÂMETROS PARA SIMULAÇÃO ESTRUTURAL

Foram utilizadas rotinas já estabelecidas para a interface Moldflow-Abaqus para transferir informações da simulação do processo de injeção do material na simulação estrutural. Nesse caso, foram aproveitadas apenas informações pertinentes à orientação das fibras; embora também estejam disponíveis dados sobre tensões residuais e propriedades do material conforme o grau de alinhamento das fibras no elemento. Na Figura 68 é apresentada a orientação de fibras no componente devido ao processo de injeção.

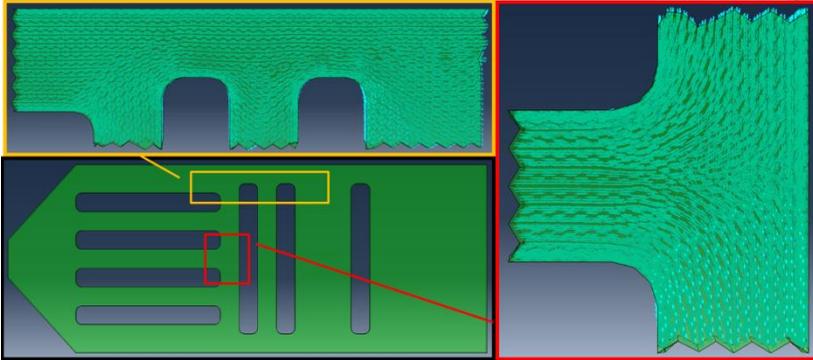


Figura 68. Orientação das fibras, conforme simulação de injeção

Além disso, apesar da malha ser a mesma, foi alterada a ordem das funções de forma dos elementos, com o objetivo de aprimorar o cálculo das tensões atuantes na estrutura.

Nesse estudo de caso, o componente foi engastado na extremidade da direita, com carga aplicada no sentido negativo do eixo Z na extremidade da esquerda, conforme indicado na Figura 69. Essa carga aplicada é mantida num valor constante de 1 N, de maneira análoga à Figura 60, até o tempo final  $t = 2 \times 10^6$  s.



Figura 69. Região de aplicação das condições de contorno e carregamento

### 6.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO ESTRUTURAL

Na Figura 70 são apresentados os resultados de magnitude dos deslocamentos no componente no tempo final da análise.

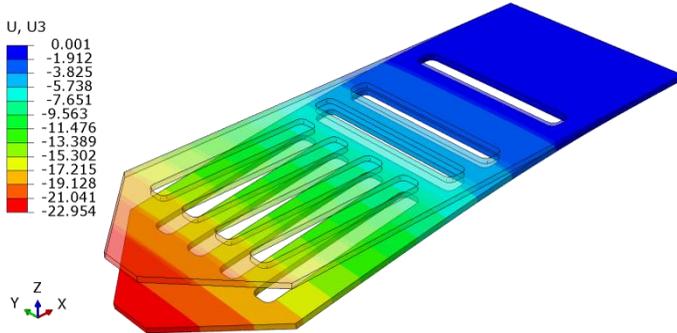


Figura 70. Deslocamento vertical no tempo final da análise

Já na Figura 71 é apresentada a curva da evolução do deslocamento máximo ao longo do tempo. Assim, as informações obtidas na análise podem ser comparadas com os critérios de aprovação do componente em questão. Ou seja, pode-se prever, por exemplo, qual o tempo necessário para que a estrutura em balanço atinja um deslocamento considerado crítico.

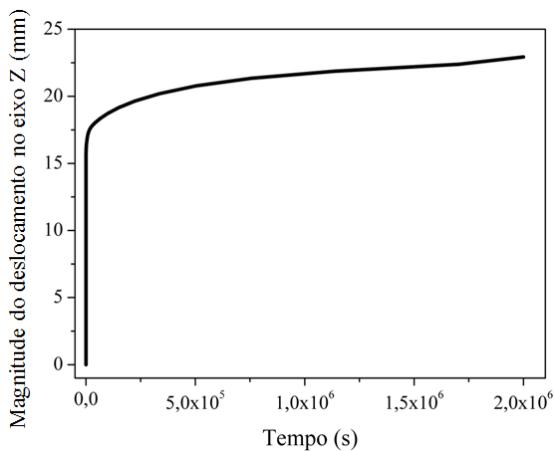


Figura 71. Deslocamento máximo ao longo do tempo

Devido à complexidade da peça, ilustrado pelos gradientes de tensões conforme Figura 72, torna-se inviável o emprego de cálculos analíticos para prever o comportamento de viscoelasticidade do material.

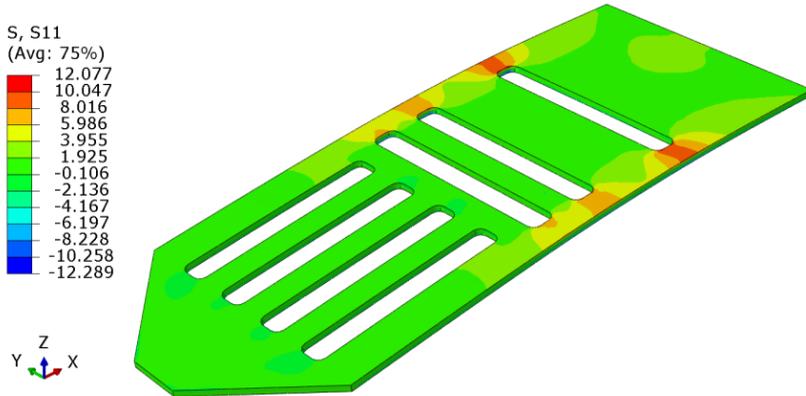


Figura 72. Tensões na direção longitudinal às fibras

#### 6.4 CONCLUSÕES SOBRE O ESTUDO DE CASO

Pode-se demonstrar, a partir desse estudo de caso, o potencial do modelo constitutivo para o projeto mecânico de componentes de engenharia com o uso de ferramentas CAE. Ressalta-se ainda a interdisciplinaridade exigida para o ciclo de desenvolvimento de componentes em material composto injetado, aspecto observado devido à elevada interdependência das propriedades em função do processamento e do material.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem adotada para a condução do projeto científico possibilitou o cumprimento dos objetivos estabelecidos para a dissertação, relacionados ao estudo de um modelo constitutivo de viscoelasticidade ortotrópica linear. Assim, como encerramento, é pertinente uma discussão final sobre as etapas fundamentais de todo o processo.

A estratégia utilizada para a obtenção dos corpos de prova, por meio dos cortes realizados em uma placa plana injetada, foi uma solução adotada para a caracterização das propriedades em diferentes orientações do material. A metodologia utilizada permitiu a obtenção de corpos de prova em qualquer direção de fibras, considerando que exista bom alinhamento de fibras na placa com geometria em "seta".

A metodologia experimental apresentada, contemplando as etapas de obtenção dos corpos de prova, instrumentação e finalmente os ensaios mecânicos, permitiu a caracterização das propriedades mecânicas transversalmente isotrópicas do material e dependentes do tempo, segundo o modelo constitutivo proposto de viscoelasticidade.

A utilização de métodos de otimização para a obtenção dos parâmetros do material se mostrou adequada e providencial para o caso, devido à elevada quantidade de coeficientes do modelo constitutivo proposto. De fato, a técnica de identificação de parâmetros, aplicada no modelo constitutivo proposto, permitiu a reprodução analítica do ensaio de fluência, conforme evidenciado no comparativo analítico-experimental.

A avaliação analítica do problema foi fundamental para o sucesso no desenvolvimento e proposição do modelo constitutivo. Desse modo, pode-se destacar a importância da estratégia adotada para a solução do problema.

Com relação aos parâmetros obtidos, constatou-se que os coeficientes referentes à descrição dos módulos de elasticidade em relação ao tempo são muito similares, o que indica que o comportamento de viscoelasticidade é semelhante nas diferentes direções de fibra. Tal aspecto corrobora a confirmação da hipótese da dependência da matriz polimérica nas propriedades viscoelásticas.

A maior diferença em relação às direções do material foi notada no módulo instantâneo, justificada pelo aumento de rigidez proporcionado pelo reforço em fibras. Assim, pode-se dizer que as fibras de vidro ditam o comportamento instantâneo e a matriz termoplástica dita o comportamento viscoelástico do material.

Graficamente, pôde-se observar um deslocamento vertical nas curvas relacionadas aos módulos de elasticidade e cisalhamento dependendo da direção avaliada, fato relacionado às propriedades instantâneas. Finalmente, a forma como as propriedades se modificam ao longo do tempo se mostrou semelhante entre as amostras, tal como observado nos coeficientes do modelo constitutivo.

Por meio da programação de uma sub-rotina contendo o modelo constitutivo, foi obtido sucesso na correlação numérico-experimental do ensaio de fluência. Assim, a possibilidade de implementar o modelo de material num *software* comercial de elementos finitos amplia a sua aplicabilidade, viabilizando o desenvolvimento de componentes estruturais em inúmeros segmentos da indústria.

Para tanto, torna-se necessária a integração dos *softwares* de injeção e análise estrutural, indicando a valorização de conhecimentos interdisciplinares, devido à elevada dependência do processo de fabricação no comportamento mecânico do componente.

Projetos mecânicos envolvendo uma mudança significativa de materiais, tal como o emprego de materiais compostos em substituição a ligas metálicas, exigem a adequação de competências conforme as especificidades do material. Nesse sentido, o modelo constitutivo proposto, assim como a metodologia aplicada para a caracterização do material, demonstra o enfoque estratégico para a utilização de materiais reforçados por fibras curtas.

Adicionalmente, sabe-se da importância da utilização de ferramentas CAE no processo de desenvolvimento de produtos, pois a utilização de tais métodos numéricos permite a otimização de componentes por meio de protótipos virtuais, o que é vantajoso tanto em termos de tempo quanto de custo.

Finalmente, o conhecimento técnico percorrido na dissertação foca na tentativa de aliar questões fundamentais, teóricas e práticas, para a inserção de novos materiais no âmbito de inovação tecnológica.

## 7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

De forma a complementar as atividades descritas na dissertação, podem-se sugerir os seguintes trabalhos futuros:

- Ensaios mecânicos de fluência com uma quantidade maior de corpos de prova, de modo a considerar uma curva média para o tratamento de dados. Devido a restrições de tempo, foi ensaiado apenas um corpo de prova para cada orientação de material, o que

implica em imprecisões com relação às amostras ou ao sistema de medição.

- Avaliação do limite da viscoelasticidade linear do material, por meio da aplicação de cargas crescentes no ensaio de fluência. Desse modo, torna-se possível a identificação da região válida, em termos de tensão e tempo, para o modelo considerando hipótese de viscoelasticidade linear.
- Investigar a influência da variável temperatura no comportamento do material, assim como a construção de um modelo constitutivo viscoelasticidade ortotrópica que empregue hipóteses de comportamento termorreologicamente simples em uma determinada faixa de temperaturas (IMAOKA, 2008). Na Figura 73 é apresentado um exemplo em que um aumento de temperatura provoca uma queda mais rápida na rigidez do material.

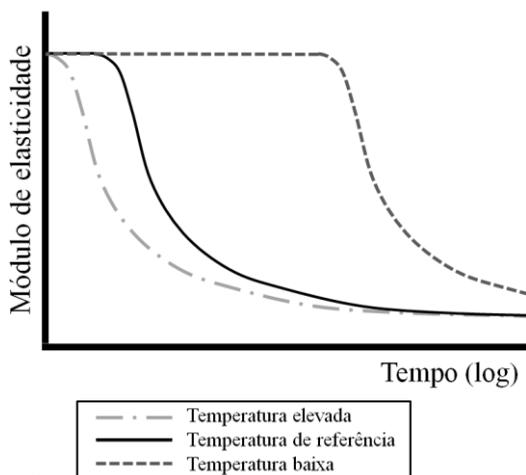


Figura 73. Efeito da temperatura no comportamento viscoelástico do material (IMAOKA, 2008)

Avaliação da influência da quantidade relativa de matriz e fibra para o comportamento dependente do tempo no material, isto é, ponderação sobre a lei de misturas de materiais compostos no caso de modelos de viscoelasticidade.

- Utilização de métodos de microscopia para a averiguação experimental da orientação de fibras no material, numa tentativa

de correlacionar os resultados previstos na simulação de injeção. Nesse mesmo tópico, investigar o efeito de parâmetros de processo e material no grau de orientação do material.

- Correlação numérico-experimental do fenômeno de fluência por meio de um estudo de caso de um componente com geometria complexa. Simulação do processo de injeção do polímero seguida da análise estrutural com a sub-rotina contendo o modelo de viscoelasticidade ortotrópica, descritas a partir de termos de séries de Prony.
- Avaliação do grau de absorção de água do PBT, assim como o seu efeito nas propriedades mecânicas.

## REFERÊNCIAS

ABAQUS. **Lecture 6: Writing a UMAT or VUMAT**. Disponível em <<http://imechanica.org/files/Writing%20a%20UMAT.pdf>>. Acesso em: 5 de Agosto de 2011

ABAQUS. **Umat: User subroutine to define a material's mechanical behavior**. Abaqus User Subroutines Reference Manual, 2010.

ANSI/ASTM D 2990 – 01, **Standard Test Methods for Tensile, Compressive, and Flexural Creep and Creep-Rupture of Plastics**, Annual Book of ASTM Standards, Part 35, 2001.

ANSI/ASTM D 638 – 03, **Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics**, Annual Book of ASTM Standards, Part 35, 2004

ANSYS. **Ansys 14.5 Release Highlights**. Disponível em: <<http://ansys.com/Products/ANSYS+14.5+Release+Highlights>>. Acesso em: 16 de dezembro de 2012.

ARJMAND, M.; MAHMOODI, M.; GELVES, G.; PARK, S.; SUNDARARAJ, U. **Electrical and electromagnetic interference shielding properties of flow-induced oriented carbon nanotubes in polycarbonate**. Carbon. 49, 2011.

CALLISTER, W. D. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 7. ed. Rio de Janeiro - RJ : LTC, 2008.

CANEVAROLO JUNIOR, S. V. **Ciência dos Polímeros: um texto básico para tecnólogos e engenheiros**. 2. ed. s.l. Artliber, 2006.

CHEN, T. **Determining a Prony series for a viscoelastic material from time varying strain data**. National Aeronautics and Space Administration. Virginia: U.S. Army Research Laboratory, 2000. NASA/TM-2000-210123.

CHRISTENSEN, R. **Theory of Viscoelasticity**. New York: Dover Publ Incorporated, 2003.

DUPONT. **Cooling-Water Pipe of DuPont™ Zytel® Resists Heat, Pressure and Anti-Freezing Agent.** Disponível em: <[www2.dupont.com/Automotive/en\\_US/news\\_events/article20070731.html](http://www2.dupont.com/Automotive/en_US/news_events/article20070731.html)>. Acesso em: 27 de setembro de 2010.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **A First Course in Finite Element Analysis.** New York : John Wiley, 2007.

GAY, D. **Matériaux Composites.** Paris : Hermès, 1991.

HAMMES, D. P. **Modelo de viscoelasticidade ortotrópica: estudo de caso de uma peça termoplástica injetada com reforço de fibra de vidro.** Dissertação (mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina. 2009.

HENNESSEY, J.; WHITNEY, J.; RILEY, M. **Experimental methods for determining shear modulus of fiber reinforced composite materials.** Ohio: Air force laboratory research and technology division, 1965.

IMAOKA, S. **Viscoelasticity.** 2008. Disponível em: <[http://ansys.net/tips\\_sheldon/STI0807\\_Viscoelasticity.zip](http://ansys.net/tips_sheldon/STI0807_Viscoelasticity.zip)>. Acesso em: 16 de dezembro de 2012

KIAM, T. M; OLIVEIRA, F. B. **Aprendizados sobre a interface Moldflow-Abaqus.** [Relatório] Whirlpool Latin America. Rio Claro: s.n., 2013.

KIM, J.; LEE, C.; KIM, M.; LEE, J. **Prestrain-dependent viscoplastic damage model for austenitic stainless steel and implementation to ABAQUS user-defined material subroutine.** Computational Materials Science. 67, 2013.

KLEINERMANN, J.; PONTHOT, J. **Parameter Identification and Shape/Process Optimization in Metal Forming Simulation.** Journal of Materials Processing Technology. 139, 2003.

LUO, G.; LEE, Y. **Static crush experiments and simulations of laminated composite plates and shells with constrained layered damping.** Composite Structures. 85, 2008.

MALERBA, P.; GUARNIERI, F. BARROS, J. **Aplicação da extensometria através de strain gage: elaboração de uma célula de carga com sistema de aquisição de dados computadorizado.** São José dos Campos: VIII Encontro Latino Americano de Pós-Graduação - Universidade do Vale do Paraíba, 2008.

MALVERN, L. E. **Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium.** New Jersey : Prentice Hall, 1969.

OTA, W. N. **Análise de compósitos de polipropileno e fibras de vidro utilizados pela indústria automotiva nacional.** Dissertação (mestrado), Universidade Federal do Paraná. Curitiba : s.n., 2004.

PANDINI, S.; PEGORETTI, A. **Time and temperature effects on Poisson's ratio of poly(butylene terephthalate).** eXPRESS Polymer Letters. 8, 2011, Vol. 5.

PARK, S. **Analytical modeling of viscoelastic dampers for structural and vibration control.** International Journal of Solids and Structures. 38, 2001.

PEREIRA, J. C. **Projeto estrutural de materiais compostos laminados.** [Apostila] Florianópolis : UFSC, 2010.

REEVE, S. **Introduction to Engineering Mechanics, Analysis and Design.** ASM Metals Handbook. 2001, Vol. 21, Composites.

RIOS, T. J. A. **Revisão das dimensões da placa para extração dos corpos de prova.** [Relatório] Florianópolis: UFSC, 2012.

ROSA, E.; MEDEIROS, C. B. **Extensometria.** [Apostila] Florianópolis - SC : UFSC.

SIMULIA. **New Release Available Abaqus 6.12.** Disponível em: <<http://www.3ds.com/products/simulia/portfolio/abaqus/latest-release/>>. Acesso em: 16 de dezembro de 2012.

SONNENHOHL, A. **Caracterização de material polimérico com reforço em fibras curtas de vidro, UFSC/GRANTE, 2012.**

**STAHLSCHMIDT, J. Estudos de identificação de parâmetros elasto-plásticos utilizando métodos de otimização.** Dissertação (mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina. 2010.

**TSCHOEGL, N. W. The Phenomenological Theory of Linear Viscoelasticity Behavior.** Berlim: Springer, 1989.

**TSCHORGL, N., KNAUSS, W.; EMRI, G. Poisson's ratio in linear viscoelasticity - A critical review.** Mechanics of time-dependent materials. 6, 2002.

**WANG, M.; SHI, Y.; WANG, Y. Equivalent constitutive model of steel with cumulative degradation and damage.** Journal of Constructional Steel Research. 79, 2012.

**WU, C. Long term performance of polymers.** Composites Laboratory. University of Minnesota. Disponível em: <<http://www.me.umn.edu/labs/composites/Projects/Polymer%20Heat%20Exchanger/Creep%20description.pdf>>. Acesso em: 20 de maio de 2013

**YOKOYAMA, T. e NAKAI, K. Evaluation of in-plane orthotropic elastic constants of paper and paperboard.** DIMENSIONS. 60, 2007.

# ANEXO A – TICONA CELANEX 3226: DADOS DO FABRICANTE



## CELANEX® 3226 | PBT | Glass Reinforced

### Description

Celanex 3226 is a non-exuding, 20% glass-filled, flame retarded polybutylene terephthalate (PBT) which has an excellent balance of mechanical properties and processability. It is well suited for electrical connectors and maintains its UL ratings with up to 50% regrind.

Physical properties	Value	Unit	Test Standard
Density	1600	kg/m <sup>3</sup>	ISO 1183
Melt volume rate (MVR)	9	cm <sup>3</sup> /10min	ISO 1133
MVR test temperature	250	°C	ISO 1133
MVR test load	2.16	kg	ISO 1133
Mold shrinkage - parallel	0.2-0.5	%	ISO 294-4
Mold shrinkage - normal	0.5-0.8	%	ISO 294-4
Humidity absorption (23°C/50%RH)	0.15	%	ISO 62

Mechanical properties	Value	Unit	Test Standard
Tensile modulus (1mm/min)	7200	MPa	ISO 527-2/1A
Tensile stress at break (5mm/min)	115	MPa	ISO 527-2/1A
Tensile strain at break (5mm/min)	2.5	%	ISO 527-2/1A
Flexural modulus (23°C)	7200	MPa	ISO 178
Flexural strength (23°C)	185	MPa	ISO 178
Charpy impact strength @ 23°C	35	kJ/m <sup>2</sup>	ISO 179/1eU
Charpy impact strength @ -30°C	35	kJ/m <sup>2</sup>	ISO 179/1eU
Charpy notched impact strength @ 23°C	7	kJ/m <sup>2</sup>	ISO 179/1eA
Charpy notched impact strength @ -30°C	6.5	kJ/m <sup>2</sup>	ISO 179/1eA

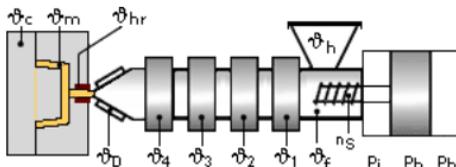
Thermal properties	Value	Unit	Test Standard
Melting temperature (10°C/min)	225	°C	ISO 11357-1,-2,-3
DTUL @ 1.8 MPa	203	°C	ISO 75-1/2
DTUL @ 0.45 MPa	220	°C	ISO 75-1/2
DTUL @ 8.0 MPa	135	°C	ISO 75-1/2
Vicat softening temperature B50 (50°C/h 50N)	220	°C	ISO 306
Coeff.of linear therm. expansion (parallel)	0.35	E-4/°C	ISO 11359-2
Coeff.of linear therm. expansion (normal)	0.35	E-4/°C	ISO 11359-2
Limiting oxygen index (LOI)	30	%	ISO 4589
Flammability @1.6mm nom. thickn.	V-0	class	UL94
thickness tested (1.6)	1.6	mm	UL94
UL recognition (1.6)	UL	-	UL94
Flammability at thickness h	V-0	class	UL94
thickness tested (h)	0.38	mm	UL94
UL recognition (h)	UL	-	UL94

Electrical properties	Value	Unit	Test Standard
Relative permittivity - 50Hz	4.3	-	IEC 60250
Relative permittivity - 1 MHz	3.9	-	IEC 60250
Dissipation factor - 50Hz	33	E-4	IEC 60250
Dissipation factor - 1 MHz	160	E-4	IEC 60250
Volume resistivity	>1E13	Ohm*m	IEC 60093
Surface resistivity	>1E15	Ohm	IEC 60093
Electric strength	32	kV/mm	IEC 60243-1

**CELANEX® 3226 | PBT | Glass Reinforced**

Electrical properties	Value	Unit	Test Standard
Comparative tracking index CTI	<b>225</b>	-	IEC 60112

Test specimen production	Value	Unit	Test Standard
Processing conditions acc. ISO	<b>7792</b>	-	Internal
Injection molding melt temperature	<b>260</b>	°C	ISO 294
Injection molding mold temperature	<b>80</b>	°C	ISO 294
Injection molding flow front velocity	<b>200</b>	mm/s	ISO 294
Injection molding hold pressure	<b>70</b>	MPa	ISO 294

**Typical injection moulding processing conditions**

**Pre Drying:**
**Necessary low maximum residual moisture content: 0.02%**

To avoid hydrolytic degradation during processing, CELANEX resins have to be dried to a moisture level equal to or less than 0.02%. Drying should be done in a dehumidifying hopper dryer capable of dewpoints <-40°F (-40°C) at 250°F (121°C) for 4 hours.

For subsequent storage of the material in the dryer until processed (<= 60 h) it is necessary to lower the temperature to 100° C.

**Drying time: 4 h**
**Drying temperature: 120 - 130 °C**
**Temperature:**

	<sup>φ</sup> Manifold	<sup>φ</sup> Mold	<sup>φ</sup> Melt	<sup>φ</sup> Nozzle	<sup>φ</sup> Zone4	<sup>φ</sup> Zone3	<sup>φ</sup> Zone2	<sup>φ</sup> Zone1	<sup>φ</sup> Feed	<sup>φ</sup> Hopper
min (°C)	250	65	235	250	240	235	235	230	230	20
max (°C)	260	93	260	260	260	250	250	240	240	50

**Speed:**
**Injection speed: medium-fast**
**Injection Molding**

Rear Temperature	450-470(230-240)	deg F (deg C)
Center Temperature	460-480(235-250)	deg F (deg C)
Front Temperature	470-500(240-260)	deg F (deg C)

**CELANEX® 3226 | PBT | Glass Reinforced**

Nozzle Temperature	480-500(250-260) deg F (deg C)
Melt Temperature	460-500(235-260) deg F (deg C)
Mold Temperature	150-200(65-93) deg F (deg C)
Back Pressure	0-50 psi
Screw Speed	Medium
Injection Speed	Fast

Injection speed, injection pressure and holding pressure have to be optimized to the individual article geometry. To avoid material degradation during processing low back pressure and minimum screw speed have to be used. Overheating of the material has to be avoided, in particular for flame retardant grades. Up to 25% clean and dry regrind may be used.

**Contact Information**
**Americas**

Ticona North American Headquarters  
 Product Information Service  
 8040 Dixie Highway  
 Florence, KY 41042  
 USA  
 Tel.: +1-800-833-4882  
 Tel.: +1-859-372-3244  
 email: [prodinfo@ticona.com](mailto:prodinfo@ticona.com)  
 Ticona on the web: [www.ticona.com](http://www.ticona.com)

**Customer Service**

Tel.: +1-800-526-4960  
 Tel.: +1-859-372-3214  
 Fax: +1-859-372-3125

**Europe**

Ticona GmbH  
 Information Service  
 Tel.: +49 (0) 180-5842662 (Germany)  
 +49 (0) 69-30516299 (Europe)  
 Fax: +49 (0) 180-2021202 (Germany & Europe)  
 email: [infoservice@ticona.de](mailto:infoservice@ticona.de)  
 Internet: [www.ticona.com](http://www.ticona.com)

**General Disclaimer**

**NOTICE TO USERS:** Values shown are based on testing of laboratory test specimens and represent data that fall within the standard range of properties for natural material. These values alone do not represent a sufficient basis for any part design and are not intended for use in establishing maximum, minimum, or ranges of values for specification purposes. Colorants or other additives may cause significant variations in data values.

Properties of molded parts can be influenced by a wide variety of factors including, but not limited to, material selection, additives, part design, processing conditions and environmental exposure. Any determination of the suitability of a particular material and part design for any use contemplated by the users and the manner of such use is the sole responsibility of the users, who must assure themselves that the material as subsequently processed meets the needs of their particular product or use.

To the best of our knowledge, the information contained in this publication is accurate; however, we do not assume any liability whatsoever for the accuracy and completeness of such information. The information contained in this publication should not be construed as a promise or guarantee of specific properties of our products. It is the sole responsibility of the users to investigate whether any existing patents are infringed by the use of the materials mentioned in this publication.

Moreover, there is a need to reduce human exposure to many materials to the lowest practical limits in view of possible adverse effects. To the extent that any hazards may have been mentioned in this publication, we neither suggest nor guarantee that such hazards are the only ones that exist. We recommend that persons intending to rely on any recommendation or to use any equipment, processing technique or material mentioned in this publication should satisfy themselves that they can meet all applicable safety and health standards.

We strongly recommend that users seek and adhere to the manufacturer's current instructions for handling each material they use, and entrust the handling of such material to adequately trained personnel only. Please call the telephone numbers listed (+49 (0) 69 30516299 for Europe and +1 859-372-3244 for the Americas) for additional technical information. Call Customer Services for the appropriate Materials Safety Data Sheets (MSDS) before attempting to process our products.

The products mentioned herein are not intended for use in medical or dental implants.

© Copyright 2007, Ticona, all rights reserved. (Pub. 02-October-2012)