

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DE CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO A TAXA
CONSTANTE POR ENSAIOS AXIAIS DE IMPACTO EM CORPOS DE PROVA DE PVC
E PP

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

RAFAEL BECK

Florianópolis, fevereiro de 2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DE CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO A TAXA
CONSTANTE POR ENSAIOS AXIAIS DE IMPACTO EM CORPOS DE PROVA DE PVC
E PP

RAFAEL BECK

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

MESTRE EM ENGENHARIA
ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA

Sendo aprovada em sua forma final.

PROF. PAULO DE TARSO R. MENDONÇA, Ph.D. – ORIENTADOR

PROF. EDUARDO A. FANCELLO, D.Sc. – COORDENADOR DO CURSO

BANCA EXAMINADORA

PROF. ARCANJO LENZI, Ph.D.

PROF. CLOVIS S. DE BARCELLOS, Ph.D.

PROF. GEAN VITOR SALMÓRIA, Dr.Ing.

À Flávia, minha esposa

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Paulo de Tarso, pela orientação e confiança nesse estudo.

Aos demais professores do GRANTE, pelas aulas ministradas.

Aos amigos Armin Sonnenhohl, Hilton P. Silva, Jacques R. Ruthes, Jairo Quintero, Juliana M. de Carvalho, Marcelo Silva, Marcelo Verardi, Paulo R. Lorenzi e Ronaldo Tapia, pela ajuda em diferentes momentos desse estudo.

À WEG, por apoiar o desenvolvimento de seus funcionários.

À minha esposa Flávia, pela compreensão e incentivo constantes.

À Deus, por sua presença, ainda que misteriosa.

SUMÁRIO

| | |
|--|-------|
| LISTA DE FIGURAS | vii |
| LISTA DE TABELAS | xi |
| SIMBOLOGIA | xii |
| RESUMO | xvii |
| ABSTRACT | xviii |
| 1 INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1 Objetivos..... | 3 |
| 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 4 |
| 2.1 Definição de impacto e métodos para análise | 4 |
| 2.2 Modelos aplicáveis | 8 |
| 2.3 Resultados experimentais | 17 |
| 3 ANÁLISE PLÁSTICA PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS | 36 |
| 3.1 Carregamento elástico | 36 |
| 3.2 Resposta plástica irreversível | 37 |
| 3.3 Interpretação das condições de complementariedade de Kuhn-Tucker | 39 |
| 3.4 Condição de consistência e módulo elastoplástico tangente | 40 |
| 3.5 Formulação de elementos finitos..... | 44 |
| 3.6 Método de Newton-Raphson..... | 47 |
| 4 EXTENSOMETRIA..... | 49 |
| 4.1 Circuito em ponte de Wheatstone..... | 52 |
| 4.2 Circuito em 1/4 de ponte | 56 |
| 4.3 Circuito em 1/2 ponte | 57 |
| 4.4 Efeito da temperatura..... | 57 |
| 5 ANÁLISE EXPERIMENTAL | 59 |
| 5.1 Bancada de ensaios de impacto | 59 |
| 5.2 Caracterização estática em tração..... | 63 |
| 5.3 Ensaios de impacto e obtenção dos sinais | 66 |
| 5.4 Processamento dos sinais de impacto..... | 71 |
| 5.4.1 Curvas de material em taxa variável..... | 72 |
| 5.4.2 Curvas tensão-deformação plástica em taxa variável..... | 74 |
| 5.4.3 Curvas deformação, tensão e taxa de deformação <i>versus</i> tempo | 76 |
| 5.4.4 Curvas tensão-deformação em taxa constante..... | 80 |
| 5.4.5 Curvas tensão-deformação plástica em taxa constante..... | 83 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 6 | SIMULAÇÕES..... | 85 |
| 6.1 | Elemento utilizado..... | 85 |
| 6.2 | Simulação do corpo de provas de PVC | 86 |
| 6.2.1 | Definição do modelo e condições de contorno..... | 86 |
| 6.2.2 | Propriedades do material | 88 |
| 6.2.3 | Carregamento transiente aplicado | 89 |
| 6.3 | Simulações de tampa defletora de PVC | 94 |
| 6.3.1 | Análise modal | 95 |
| 6.3.2 | Análise de impacto | 98 |
| 7 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 102 |
| 7.1 | Conclusões..... | 102 |
| 7.2 | Sugestões para trabalhos futuros | 103 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 104 |
| | ANEXO A – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA SUAVIZAÇÃO DOS SINAIS OBTIDOS NOS ENSAIOS DE IMPACTO..... | 107 |
| | ANEXO B – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS DE MATERIAL EM TAXA VARIÁVEL..... | 111 |
| | ANEXO C – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS DE MATERIAL EM TAXA CONSTANTE..... | 118 |
| | ANEXO D – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS TENSÃO X DEFORMAÇÃO PLÁSTICA EM TAXA CONSTANTE | 125 |
| | ANEXO E – NORMAS APLICÁVEIS | 127 |
| | ANEXO F – CONSIDERAÇÕES ESTATÍSTICAS | 129 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 2.1 – Função geradora da função Delta de Dirac. | 4 |
| Figura 2.2 – Exemplo de curvas força-tempo obtidas por Aretxabaleta <i>et al</i> (2005). | 18 |
| Figura 2.3 – Seleção dos pares tensão-deformação na taxa constante de $\dot{\epsilon}_1 = 10s^{-1}$. Aretxabaleta <i>et al</i> (2005). | 20 |
| Figura 2.4 – Curva tensão-deformação do PP na taxa constante de $\dot{\epsilon}_1 = 10s^{-1}$. Aretxabaleta <i>et al</i> (2005). | 21 |
| Figura 2.5 – Curvas tensão-deformação para o PP para diferentes taxas para as massas de (a) 1,091kg, (b) 2,182kg e (c) 3,545kg. Aretxabaleta <i>et al</i> (2005). | 22 |
| Figura 2.6 – Curvas tensão-deformação para taxa de deformação de $40s^{-1}$ para diferentes massas de impacto. Aretxabaleta <i>et al</i> (2005). | 22 |
| Figura 2.7 – Curvas tensão-deformação experimentais para taxa de deformação de $0.001s^{-1}$ a $12s^{-1}$. Dean e Crocker (2006). | 24 |
| Figura 2.8 – Curvas tensão-deformação obtidas dos resultados na Figura 2.7 e modelados pela equação (2.42) com parâmetros da Tabela 2.1. Dean e Crocker (2006). | 24 |
| Figura 2.9 – Tensões de escoamento σ_f da Tabela 2.1 <i>versus</i> logaritmo da taxa de deformação plástica. | 25 |
| Figura 2.10 – Comparação entre força medida e deflecção em diferentes velocidades com resultados de simulação. Dean e Wright (2003). | 27 |
| Figura 2.11 – Geometria dos corpos de prova utilizados nos ensaios. Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 29 |
| Figura 2.12 – Dispositivo utilizado nos ensaios. Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 30 |
| Figura 2.13 – Arranjo para medição do deslocamento. Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 30 |
| Figura 2.14 – Curva de carga, P <i>versus</i> deslocamento δ , para um espécime com carga inicial P_0 . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 31 |
| Figura 2.15 – Curva de carga dinâmica, P' <i>versus</i> tempo t . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 32 |
| Figura 2.16 – Curva de deslocamento, δ' <i>versus</i> tempo t . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 32 |
| Figura 2.17 – Carga dinâmica P' <i>versus</i> deslocamento δ' . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 33 |
| Figura 2.18 – Trabalho externo U_{ex} <i>versus</i> carga de fratura P_c . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 33 |
| Figura 2.19 – Razões de energias em função da carga de fratura P_c . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 34 |
| Figura 2.20 – Taxas de energias liberadas em função da carga de fratura P_c . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 35 |

| | |
|--|----|
| Figura 2.21 – Velocidade média de propagação da trinca em função da carga de fratura P_c . Arakawa <i>et al.</i> (2006). | 35 |
| Figura 3.1 – Dispositivo friccional ilustrando a plasticidade independente da taxa. | 37 |
| Figura 3.2 – Domínio elástico e estados de tensão admissíveis. | 40 |
| Figura 3.3 – Carregamento plástico em $(\sigma, q) \in \partial E_\sigma$ | 42 |
| Figura 3.4 – Condições de carga/descarga em termos do estado de tensão elástico teste. | 43 |
| Figura 3.5 – Determinação de σ_k no encruamento isotrópico multilinear. Ansys manual. | 46 |
| Figura 3.6 – Algoritmo de Newton-Raphson para a equação de equilíbrio de elementos finitos incremental. Owen (2002). | 48 |
| Figura 4.1 – Esquema físico de um EER. | 49 |
| Figura 4.2 – Ponte de Wheatstone. | 52 |
| Figura 4.3 – Ensaio de flexão. | 55 |
| Figura 4.4 – Ensaio de flexão com 1/4 de ponte. | 56 |
| Figura 4.5 – Ensaio de flexão com 1/2 de ponte. | 57 |
| Figura 4.6 – Eliminação do efeito de temperatura. | 58 |
| Figura 5.1 – Máquina de ensaios de impacto. Quintero (2007). | 61 |
| Figura 5.2 – Detalhe interno da máquina de impacto. Quintero (2007). | 62 |
| Figura 5.3 – Bancada de ensaios de impacto. | 62 |
| Figura 5.4 – Corpo de prova de PVC instrumentado para ensaio estático de tração. | 63 |
| Figura 5.5 – Esquema de ligação dos extensômetros para ensaio de tração estático. | 64 |
| Figura 5.6 – Curva tensão-deformação estática para PVC. | 65 |
| Figura 5.7 – Curva tensão-deformação estática para PP. | 65 |
| Figura 5.8 – Entalhe usinado no centro dos corpos de prova. | 67 |
| Figura 5.9 – Corpos de prova de PP preparados para os ensaios. | 68 |
| Figura 5.10 – <i>Dummy</i> de PP e placa de condicionamento de sinais. | 69 |
| Figura 5.11 – Sinais típicos de força (azul) e deformação (amarelo) no tempo. | 69 |
| Figura 5.12 – Sinais característicos do fenômeno de repique. | 70 |
| Figura 5.13 – Região analisada para obtenção das curvas tensão-deformação (Entre as barras verticais vermelhas). | 70 |
| Figura 5.14 – Curvas tensão-deformação em taxa variável e estática do PVC. | 72 |
| Figura 5.15 – Curvas tensão-deformação em taxa variável e estática do PP. | 73 |
| Figura 5.16 – Variação do módulo de elasticidade com energia de impacto para PVC e PP. . | 74 |
| Figura 5.17 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa variável e estática do PVC. | 75 |
| Figura 5.18 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa variável e estática do PP. | 75 |

| | |
|---|----|
| Figura 5.19 – Curvas de deformação-tempo para o PVC..... | 77 |
| Figura 5.20 – Curvas de deformação-tempo para o PP..... | 77 |
| Figura 5.21 – Curvas taxa de deformação-tempo para o PVC..... | 78 |
| Figura 5.22 – Curvas taxa de deformação-tempo para o PP. | 78 |
| Figura 5.23 – Curvas de tensão-tempo para o PVC. | 79 |
| Figura 5.24 – Curvas de tensão-tempo para o PP..... | 79 |
| Figura 5.25 – Exemplo de obtenção dos pontos para curva em taxa constante para PP. | 81 |
| Figura 5.26 – Curvas tensão-deformação em taxa constante para o PVC..... | 82 |
| Figura 5.27 – Curvas tensão-deformação em taxa constante para o PP..... | 82 |
| Figura 5.28 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa constante para o PVC. | 84 |
| Figura 5.29 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa constante para o PP..... | 84 |
| Figura 6.1 – Elemento SOLID95. Ansys manual 11.0..... | 85 |
| Figura 6.2 – Porção do volume do corpo de provas que foi modelado em elementos finitos.. | 87 |
| Figura 6.3 – Condições de simetria aplicadas ao modelo de elementos finitos. | 87 |
| Figura 6.4 – Os nós de face A3, grifada em vermelho, foram restringidos na direção “X” | 88 |
| Figura 6.5 – Os vetores força de reação representam a restrição na direção axial “X” do modelo e o carregamento transiente, representado por linhas vermelhas, é aplicado na face oposta..... | 88 |
| Figura 6.6 – Curva tensão x deformação a taxa constante de 4 s^{-1} para o PVC..... | 89 |
| Figura 6.7 – Deslocamento na direção x <i>versus</i> tempo aplicado ao modelo..... | 90 |
| Figura 6.8 – Face fixa do modelo com detalhe do seu nó central, que coincide com a origem da tríade. | 90 |
| Figura 6.9 – Curva de resposta tensão x deformação no nó central do modelo..... | 91 |
| Figura 6.10 – Curva deformação x tempo no nó central do modelo. | 92 |
| Figura 6.11 – Trabalho plástico x tempo no nó central do modelo..... | 92 |
| Figura 6.12 – Taxa de deformação x tempo no nó central do modelo. | 93 |
| Figura 6.13 – Distribuição de tensões no modelo. | 93 |
| Figura 6.14 – Segundo modo de vibração do modelo na frequência de 37431 Hz..... | 94 |
| Figura 6.15 – Vista lateral de um motor elétrico completo com destaque para a defletora. Cortesia WEG..... | 95 |
| Figura 6.16 – Tampa defletora real feita em polímero. Cortesia WEG..... | 95 |
| Figura 6.17 – Modelo de elementos finitos de um setor de 90° da defletora..... | 96 |
| Figura 6.18 – Primeiras frequências naturais e modos de vibração da defletora. | 96 |
| Figura 6.19 – Campo de tensões na defletora resultante do impacto em 20 J..... | 99 |
| Figura 6.20 – Deformação total <i>versus</i> tempo no nó 1869..... | 99 |

| | |
|---|-----|
| Figura 6.21 – Taxa de deformação <i>versus</i> tempo no nó 1869..... | 100 |
| Figura 6.22 – Campo de tensões na defletora resultante do impacto em 20 J..... | 101 |
| Figura E.1 – Geometria do elemento de impacto. IEC 60068 – 2 – 75 (1997)..... | 127 |
| Figura F.1 – Curvas deformação x tempo para os três corpos de prova de PVC para energia de impacto de 20 J..... | 130 |
| Figura F.2 – Curvas tensão x tempo para os três corpos de prova de PVC para energia de impacto de 20 J..... | 130 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 2.1 – Valores dos parâmetros na equação (2.42) usados para obter o ajuste das curvas da Figura 2.8. Dean e Crocker (2006). | 25 |
| Tabela 3.1 - Plasticidade clássica independente da taxa. Simo e Hugues (1998). | 43 |
| Tabela 5.1 – Componentes da máquina de impacto. Quintero (2007). | 60 |
| Tabela 5.2 – Módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson estáticos para PVC e PP..... | 66 |
| Tabela 5.3 – Alturas de queda e velocidades da massa para cada energia de impacto. | 66 |
| Tabela 5.4 – Dimensões dos corpos de prova de PVC e PP..... | 67 |
| Tabela 5.5 – Procedimentos de cálculo utilizados no tratamentos dos dados e sua estrutura / objetivos. | 71 |
| Tabela 5.6 – Módulos de elasticidade estáticos e dinâmicos para PVC e PP. | 73 |
| Tabela 5.7 – Tensões de escoamento dinâmicas e estáticas para PVC e PP..... | 76 |
| Tabela 5.8 – Módulos de elasticidade dinâmicos para PVC a partir das curvas tensão-deformação em taxa constante..... | 83 |
| Tabela 5.9 – Módulos de elasticidade dinâmicos para PP a partir das curvas tensão-deformação em taxa constante..... | 83 |
| Tabela 5.10 – Tensões de escoamento para PVC e PP a partir das curvas tensão-deformação plástica em taxa constante. | 83 |
| Tabela 6.1 – Propriedades do PVC..... | 88 |
| Tabela E.1 - Relação entre o código IK e a energia de impacto. IEC 62262 (2002). | 127 |
| Tabela E.2 - Características do elemento de impacto. IEC 60068 – 2 – 75 (1997)..... | 128 |
| Tabela E.3 - Alturas de queda da massa de impacto. IEC 60068 – 2 – 75 (1997). | 128 |
| Tabela F.1 – Valores de deformação em cada corpo de prova, média e desvio padrão para tempos específicos do ensaio com energia de impacto de 20 J para o PVC..... | 131 |
| Tabela F.2 – Valores de tensão em cada corpo de prova, média e desvio padrão para tempos específicos do ensaio com energia de impacto de 20 J para o PVC..... | 131 |

SIMBOLOGIA

| | | |
|-------------------------|--|---------------------|
| t | Tempo | [s] |
| w | Função patamar | [-] |
| N | Coeficiente de restituição | [-] |
| v | Velocidade | [m/s] |
| ∇ | Operador divergência | [-] |
| σ | Tensão mecânica aplicada | [Pa] |
| σ_Y | Tensão de escoamento | [Pa] |
| U | Energia interna por unidade de massa | [J] |
| e | Vetor fluxo calorífico | [-] |
| c | Calor específico | [-] |
| u | Campo de deslocamentos | [m] |
| X | Coordenada Lagrangeana | [-] |
| e | Nós do elemento finito | [-] |
| N_{el} | Número de elementos finitos | [-] |
| u_e | Deslocamentos nodais | [m] |
| Δt | Incremento de tempo | [s] |
| T | Vetor tração | [-] |
| L | Tensor módulo elástico | [-] |
| L^{\tan} | Matriz de rigidez tangente | [-] |
| L^{ep} | Módulo elastoplástico tangente | [-] |
| $\bar{\epsilon}$ | Deformação viscoplástica acumulada | [-] |
| $\bar{\sigma}$ | Tensão acumulada | [-] |
| $\Delta \bar{\epsilon}$ | Incremento de deformação viscoplástica acumulada | [-] |
| $\Delta \bar{\sigma}$ | Incremento de tensão acumulada | [-] |
| g | Aceleração da gravidade | [m/s ²] |
| h | Altura de queda da massa de impacto | [m] |
| σ_Y' | Tensão de escoamento subsequente | [Pa] |
| ϵ^{teste} | Deformação teste | [-] |
| σ^{teste} | Tensão teste | [Pa] |
| $\Delta \epsilon^p$ | Incremento de deformação plástica | [-] |
| γ | Coeficiente de deformação plástica | [-] |

| | | |
|---------------------------------|---|--------------------|
| q | Parâmetro de encruamento | [-] |
| Δq | Localização da superfície de escoamento | [-] |
| $\Delta \hat{\varepsilon}^{pl}$ | Incremento de deformação plástica equivalente | [-] |
| $\hat{\varepsilon}^{pl}$ | Deformação plástica equivalente | [-] |
| $\hat{\sigma}_e^{pl}$ | Tensão equivalente devido à deformação plástica equivalente | [-] |
| RE | Regra de escoamento | [-] |
| S | Tensão deviatórica | [-] |
| σ_h | Tensão hidrostática | [Pa] |
| σ_k | Tensão de escoamento subsequente no encruamento isotrópico | [Pa] |
| $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ | Tensões nas direções x, y, y | [Pa] |
| K_T | Matriz de rigidez tangente | [-] |
| Tol | Tolerância para convergência | [-] |
| f^{int}, f^{ext} | Forças internas e externas | [N] |
| E | Módulo de elasticidade | [Pa] |
| E_T | Módulo elastoplástico tangente | [Pa] |
| ε | Deformação total | [-] |
| ε^e | Deformação elástica | [-] |
| ε^p | Deformação plástica | [-] |
| ε^{vp} | Deformação viscoplástica | [-] |
| \Re | Conjunto dos números reais | [-] |
| t | Variável tempo | [s] |
| E_σ | Espaço das tensões admissíveis | [-] |
| $\text{int}(E_\sigma)$ | Região elástica | [-] |
| ∂E_σ | Superfície de escoamento | [-] |
| f | Função de escoamento | [-] |
| γ | Valor absoluto da taxa de escoamento | [s ⁻¹] |
| K | Módulo plástico | [Pa] |
| q | Tensão de retorno | [Pa] |
| k | Constante genérica e <i>gage factor</i> (em se tratando de <i>strain-gage</i>) | [-] |
| η | Constante viscosa do amortecedor | [-] |
| $\langle x \rangle$ | Função rampa | [-] |

| | | |
|---|---|--------------|
| R | Resistência elétrica | $[\Omega]$ |
| l | Comprimento | $[m]$ |
| A | Área da seção transversal | $[m^2]$ |
| λ | Resistividade do fio condutor | $[\Omega/m]$ |
| ρ | Densidade | $[k/m^3]$ |
| g | Função genérica | $[-]$ |
| u | Largura da seção transversal do fio condutor | $[m]$ |
| p | Altura da seção transversal do fio condutor | $[m]$ |
| ν | Coefficiente de Poisson | $[-]$ |
| $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ | Deformações nas direções x, y, z | $[-]$ |
| ε_x^{carg} | Deformação na direção x devido ao carregamento | $[-]$ |
| ε_x^{temp} | Deformação na direção x devido à temperatura | $[-]$ |
| V | Volume do fio condutor | $[m^3]$ |
| D | Constante de Bridgman | $[-]$ |
| I | Corrente elétrica | $[A]$ |
| V_{AC} | Tensão elétrica entre os pontos A e C da ponte de Wheatstone | $[V]$ |
| V_{AB} | Tensão elétrica entre os pontos A e B da ponte de Wheatstone | $[V]$ |
| V_{AD} | Tensão elétrica entre os pontos A e D da ponte de Wheatstone | $[V]$ |
| V_{BD} | Tensão elétrica entre os pontos B e D da ponte de Wheatstone | $[V]$ |
| V_e | Tensão elétrica de alimentação da ponte de Wheatstone | $[V]$ |
| V_S | Tensão elétrica de saída da ponte de Wheatstone | $[V]$ |
| ΔV_S | Tensão elétrica de saída da ponte de Wheatstone após carregamento | $[V]$ |
| ΔR | Varição da resistência elétrica do fio condutor após carregamento | $[\Omega]$ |
| b | Forças de corpo | $[N/m^3]$ |
| θ | Constante de integração | $[-]$ |
| W | Energia de deformação | $[J]$ |
| \mathfrak{R}^m | Conjunto dos números reais m-dimensional | $[-]$ |
| r | Direção do escoamento | $[-]$ |
| h | Tipo de encruamento | $[-]$ |
| σ_e | Tensão equivalente | $[Pa]$ |
| m | Parâmetro de material | $[-]$ |
| $\dot{\varepsilon}_0$ | Parâmetro de material | $[-]$ |

| | | |
|--------------------------------|---|--------|
| T_2 | Período de onda relativo à segunda frequência natural | [s] |
| F_2 | Segunda frequência natural | [Hz] |
| Δt | Intervalo de integração | [s] |
| Te | Tamanho do elemento finito | [m] |
| λ_2 | Comprimento de onda relativo à segunda frequência natural | [m] |
| C | Velocidade do som no meio | [m/s] |
| σ_T | Tensão de escoamento em tração | [Pa] |
| σ_i | Tensão em deformação plástica igual a zero | [Pa] |
| σ_f | Tensão máxima | [Pa] |
| ε_T^p | Deformação plástica em tração | [-] |
| ε_a | Deformações médias | [-] |
| n | Parâmetro de encruamento | [-] |
| σ_{fo} | Parâmetro de material | [Pa] |
| ε_{ao} | Parâmetro de material | [-] |
| B | Parâmetro de material | [-] |
| σ_e | Tensão de cisalhamento efetiva | [Pa] |
| σ_S | Tensão de escoamento em cisalhamento | [Pa] |
| μ | Parâmetro de sensibilidade à componente hidrostática | [-] |
| μ' | Parâmetro de escoamento | [-] |
| $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ | Tensões principais | [Pa] |
| F | Regra de escoamento | [Pa] |
| ν^p | Coefficiente de Poisson plástico | [-] |
| E_p | Energia potencial | [J] |
| K | Fator de concentração de tensão | [-] |
| G, G_t, G_f | Taxas de energia liberada | [J] |
| U_{ex} | Trabalho externo | [J] |
| E_e, E_n, E_f | Energias elásticas | [J] |
| P | Carga aplicada | [N] |
| P_0 | Carga estática | [N] |
| P' | Carga de impacto | [N] |
| P_c | Carga de fratura | [N] |

| | | |
|----------------|------------------------------------|--------------------|
| P'_c | Carga de fratura | [N] |
| δ | Deslocamento | [m] |
| δ_0 | Deslocamento estático | [m] |
| δ' | Deslocamento devido ao impacto | [m] |
| δ_c | Deslocamento no momento da fratura | [m] |
| δ'_c | Deslocamento no momento da fratura | [m] |
| δ_e | Deslocamento elástico | [m] |
| δ'_e | Deslocamento elástico dinâmico | [m] |
| δ_n | Deslocamento não elástico | [m] |
| A_s | Superfície de fratura | [m ²] |
| $\hat{\sigma}$ | Desvio padrão | [-] |

RESUMO

Esse estudo identifica as curvas tensão x deformação a taxa constante através de ensaios axiais de impacto em corpos de prova de PVC e PP. O impacto é produzido por uma massa de 4,8 kg, deixada cair da altura necessária à obtenção da energia de impacto desejada. Seguindo orientações de normas, ensaios com energias de impacto de até 20 J foram feitos. No entanto, o equipamento disponível permite atingir energias em torno de 103 J, quando a massa é deixada cair de seu nível mais alto, 2,2 m, atingindo velocidade máxima de 6,57 m/s. Esse valor de velocidade restringe os ensaios aos classificados como de baixa velocidade.

A teoria básica de elastoplasticidade é apresentada, descrevendo-se a metodologia aplicada no pacote comercial ANSYS 11.0 para solucionar o problema de plasticidade incremental.

Uma breve explanação sobre as normas aplicáveis a componentes sujeitos a impacto é apresentada.

Mostra-se a teoria de extensometria como um embasamento para a posterior análise experimental.

Em um capítulo a parte, apresenta-se o tema principal que é a identificação das curvas tensão-deformação a taxa constante, bem como a metodologia utilizada para a obtenção dessas curvas. As curvas de material a partir das quais as curvas a taxa constante são derivadas também são apresentadas, assim como curvas complementares, como as curvas de plastificação dos materiais.

Finalmente, simulações dos corpos de prova e de uma tampa defletora real de motor elétrico feita em polímero são mostradas, visando exemplificar a utilização das curvas experimentais.

ABSTRACT

This study identifies the stress x strain curves at constant strain rate through axial impact tests in PVC and PP specimens. The impact is produced by a 4,8 kg mass dropped from the necessary height to obtain the desired impact energy. Following standard orientations, tests with impact energies up to 20 J were done. However, the available equipment allow to achieve energies about 103 J, when the mass is dropped from its highest level, 2,2 m, achieving maximum velocity of 6,57 m/s. This value of velocity restricts the tests into the so called low velocity ones.

The basic elastoplasticity theory is presented, describing the methodology applied in the commercial package ANSYS 11.0 for solution of the incremental plasticity problem.

A short explanation about the standards applicable to components subjected to impact is presented.

Extensometer theory is shown as a foundation for posterior experimental analysis.

In a specific chapter, the aim of this study is presented, which is the identification of the stress x strain curves at constant strain rate along with the methodology applied to obtain these curves. The material curves from which the constant strain rate curves are derived are shown too, as well as complementary curves, like material plastification curves.

Finally, simulations of the tested specimens and a real electric motor fan cover made in polymer are shown, in order to exemplify the utilization of the experimental curves.

1 INTRODUÇÃO

A indústria brasileira tem sofrido nos últimos anos grande pressão da concorrência internacional, o que é um incentivo na busca de soluções mais competitivas. Isso se traduz em produtos de baixo custo e que atendam às solicitações que outrora poderiam ser consideradas secundárias. Considerando a indústria de motores elétricos, uma situação atual, por exemplo, é a solicitação de clientes por motores que suportem aceleração da ordem de 40g's. Essa seria uma situação de motores para navios de guerra, por exemplo, motores estes que acionam as bombas do navio e que não podem parar caso o navio seja torpedeado em combate. Ou seja, a falha do motor implica no afundamento do navio. Um outro ponto, que é o de redução de custos, recai na busca de materiais alternativos para a aplicação em motores. Anos atrás, o plástico não era competitivo quando comparado ao ferro fundido, que é o material comumente usado nessa aplicação. O preço por kilograma do material polimérico era alto o suficiente para desencorajar, por si só, o seu uso. Porém, a concorrência também na indústria dos materiais poliméricos fez com que novas fábricas fossem instaladas em mercados mais próximos ao Brasil, se não em mercados comuns, o que reduziu, ou eliminou os custos de importação. Além disso, a concorrência trouxe redução no custo da própria matéria prima utilizada. Com esse panorama favorável, passou-se a pesquisar com maior detalhe a utilização do polímero em motores elétricos e a conclusão a que se chegou foi que, pela primeira vez, é mais barato fazer, por exemplo, uma tampa em polímero do que em ferro fundido. Note-se que esse cálculo não é feito apenas levando em conta o preço por kilograma de material, porque se assim fosse, o ferro fundido ainda seria mais barato. Esse é um cálculo feito levando-se também em conta fatores do processamento do material, ou seja, a peça injetada em plástico não precisa ser usinada como é feito na peça de ferro fundido, assim, a baixa no preço do material aliada a eliminação de processos fabris acaba por resultar num componente com custo inferior ao feito em ferro fundido. Além disso, a aplicação do polímero em motores elétricos não está limitada às tampas, podendo ser utilizado em caixas de ligação e defletoras, todos sujeitos a carregamento de impacto.

Atualmente existem normas orientativas que classificam a resistência mecânica de componentes submetidos à impacto. Essas normas levam em consideração a magnitude da energia de impacto a que o componente deve resistir. Uma classificação mundialmente aceita é a do código IK definido na IEC 62262 (2002).

As teorias de análise de polímeros foram desenvolvidas a partir das teorias aplicadas a materiais metálicos, Perzyna (1966). Para esses materiais, normalmente utiliza-se como critério de falha a superfície de escoamento de von Mises. Apesar de suas limitações, diversos autores vêm utilizando o critério de von Mises em estudos com materiais poliméricos, D'Ambra *et al* (2003) e modelos constitutivos foram construídos baseados nesse critério, Pierce (1984). Isso é verdade especialmente para análise de polímeros enriquecidos com fibra de vidro ou no caso de trabalhar-se antes do ponto de estricção do material. Caso ocorra estricção, modelos alternativos devem ser utilizados, como Drucker-Prager, Du Bois (2004) ou modelos de cavitação, que levam em conta a coesão dos vazios internos do material, Dean e Crocker (2006).

Sob impacto, nota-se o encruamento do polímero conforme a taxa de deformação aumenta. Isso é acompanhado por um aumento no valor do módulo de elasticidade, Dean e Crocker (2006), Aretxabaleta *et al* (2005). Esse fato limita o uso de alguns modelos constitutivos existentes em pacotes comerciais de elementos finitos. Como solução, parte-se para implementação de resultados experimentais, fornecendo-se a lei constitutiva em forma de tabela multilinear.

Na análise de estruturas mecânicas de um modo geral, um fenômeno é dito dinâmico quando gera taxa de deformação de ao menos 1 s^{-1} . Quando geram taxas de 1 a 10 s^{-1} , são ditos dinâmicos lentos; para valores de 10 a 1000 s^{-1} , dinâmicos médios; e para valores superiores a 1000 s^{-1} , dinâmicos rápidos. Como exemplo, na indústria automobilística as taxas envolvidas são da ordem de 100 s^{-1} para um impacto a 60 km/h. Trata-se então de um fenômeno dinâmico médio. Nesse tipo de ensaio, as velocidades são no máximo 100 m/s e a escala de tempo é de milissegundos. Acima de 1000 s^{-1} , quando se trata de fenômenos dinâmicos rápidos, a escala de tempo é de microsegundos. Esse é o caso da balística e explosões. As aplicações são militares e as velocidades envolvidas são da ordem de km/s. Para descrever corretamente os fenômenos dinâmicos rápidos, é importante utilizar leis constitutivas que levam em conta não apenas a taxa de deformação plástica equivalente, mas também a temperatura, afim de ser capaz de representar o amolecimento resultante do aquecimento do material (amolecimento térmico). Existem duas grandes famílias de leis constitutivas: os modelos empíricos, por exemplo, Johnson-Cook, Cowper-Symonds ou Zhao; e os modelos de base física, por exemplo, Zerilli-Armstrong, Bodner e Partom ou Rusenek e Klepaczko, que levam em conta os fenômenos microscópicos como o tamanho dos grãos, a estrutura cristalina ou a estrutura dos deslocamento cristalinos, Jeunechamps (2008).

1.1 Objetivos

Nesse estudo, pode-se citar como objetivos principais os seguintes itens:

- Identificar curvas tensão-deformação a taxa constante para PVC e PP através de ensaios axiais de impacto;
- Exemplificar a aplicação das curvas a taxa constante em simulações pelo método de elementos finitos;
- Estudar modelos aplicáveis à análise de materiais poliméricos submetidos a impacto;
- Identificar critérios de normas aplicáveis a componentes e estudar técnicas extensométricas para obtenção dos sinais de impacto;
- Através dos resultados obtidos, validar a bancada de ensaios de impacto desenvolvida.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Definição de impacto e métodos para análise

Goicolea (2000), faz um apanhado geral a respeito do fenômeno de impacto. São apresentados alguns exemplos de estruturas submetidas a impacto, uma classificação dos tipos de impacto, conforme a velocidade com que ocorrem, bem como os fenômenos a serem considerados. Enfatiza-se o fato da estrutura submetida a impacto responder de modo não linear, com grandes deslocamentos, deformações e interações complexas nos contatos. O comportamento do material é descrito através de equações da dinâmica dos sólidos e de ondas de tensão, sendo este último, aplicável a impactos de alta velocidade. Os métodos de cálculo são brevemente apresentados com a parte de discretização espacial, onde são discutidas as formulações Lagrangeanas e Eularianas. Ainda, é apresentada a discretização temporal, com os métodos padrão de integração explícitos e implícitos.

O impacto sobre estruturas é uma sollicitação dinâmica de curta duração e intensidade elevada, que por sua natureza, pode provocar severos danos nas estruturas. O procedimento clássico de análise do fenômeno é através da teoria dos impulsos, na qual a duração do impacto é considerada instantânea. Os impulsos teóricos estão associados a forças teoricamente infinitas, mediante a função generalizada Delta de Dirac, definida por

$$\lim_{t_1 \rightarrow 0} w(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/t_1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0, & t > t_1 \end{cases}$$
. O gráfico da Figura 2.1, ilustra a função patamar w que

gera no limite a função Delta de Dirac.

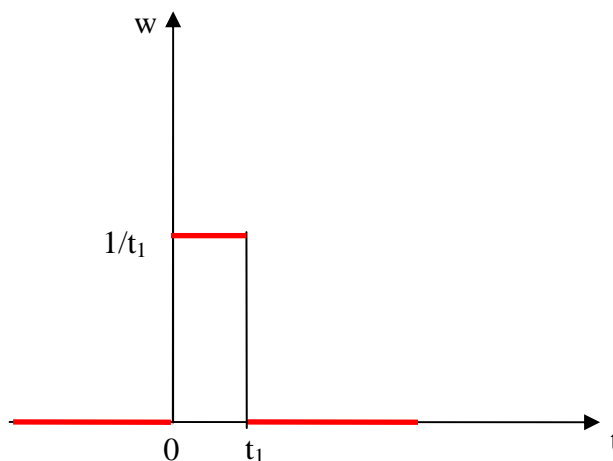


Figura 2.1 – Função geradora da função Delta de Dirac.

Na teoria dos impulsos é aplicada a conservação da quantidade do movimento e do momento. Em cálculos simples, o balanço destas quantidades é usado para se obter o denominado coeficiente de restituição N . Para casos em que o impacto é de curta duração e a perda de energia é desprezível, pode-se considerar o fenômeno como elástico, então $N = 1$. Nos casos em que a perda de energia é considerável, como quando há deformações plásticas, $0 < N < 1$. Na prática, os fenômenos de impacto são muito complexos, faz-se então o uso dos métodos numéricos, como diferenças finitas ou elementos finitos. É importante se ter em mente os diferentes tipos de impacto, que são classificados pelo seu parâmetro mais simples, que é sua velocidade. Abaixo são apresentados os tipos de impacto, bem como que efeitos podem ser avaliados no material em cada tipo:

- **Impacto em baixa velocidade** ($v < 50m/s$). Efeitos elásticos e deformação plástica localizada;
- **Impacto em média velocidade** ($50m/s < v < 500m/s$). Deformação plástica generalizada;
- **Impacto em alta velocidade** ($500m/s < v < 2000m/s$). A resistência viscosa do material passa a ter importância;
- **Impacto em hipervelocidade** ($2000m/s < v$). O material pode ser considerado como um fluido hidrodinâmico.

De acordo com a classificação anterior, distintos fenômenos podem ser produzidos pelo impacto:

- **Dinâmica e vibrações estruturais**. Relevantes para impactos de baixa velocidade. Podem ser estudados mediante métodos de integração implícitos ou explícitos no tempo;
- **Propagação de ondas de tensão e de choque**. Nos impactos a média e baixas velocidades é importante analisar o efeito das ondas de tensão que se convertem em ondas de choque para impactos em hipervelocidade ($2000m/s < v$);
- **Comportamento não linear do material**. Plasticidade, ruptura, dependência da taxa de deformação, dependência da energia interna ou temperatura, etc.;
- **Grandes deslocamentos**. São deformações finitas que por sua vez influenciam nas cargas e seus efeitos;

- **Grandes deformações.** Que podem superar 100% nos elementos discretizados.

O comportamento dinâmico dos materiais sólidos são regidos por uma série de equações diferenciais que expressam o balanço de diversas magnitudes. A quantidade de movimento é expressa na configuração deformada como

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \rho \dot{\mathbf{v}}. \quad (2.1)$$

Onde $\nabla \cdot (\cdot)$ é o operador divergência, $\boldsymbol{\sigma}$ o tensor tensão de Cauchy, \mathbf{b} as forças de corpo, ρ a densidade e \mathbf{v} a velocidade. Por outro lado, o balanço do momento obriga a simetria do tensor tensão $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T$. A conservação da massa, ou equação da continuidade estabelece

$$\frac{1}{\rho} \dot{\rho} + \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2.2)$$

Por último, a equação do balanço da energia (primeiro princípio da termodinâmica):

$$\rho \dot{U} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + \nabla \cdot \mathbf{e} + c, \quad (2.3)$$

onde U é a energia interna por unidade de massa, $\mathbf{d} = \frac{1}{2}[\nabla \cdot \mathbf{v} + (\nabla \cdot \mathbf{v})^T]$ a taxa de deformação, c a fonte de calor, e \mathbf{e} vetor de fluxo calorífico.

As equações anteriores são válidas para qualquer material. A elas devem-se agregar as equações constitutivas, que expressam o comportamento do material e variam dependendo do mesmo e do regime a que são submetidos. Grosso modo, são equações que expressam a tensão em função da deformação, ou de suas derivadas.

No entanto, soluções analíticas são aplicáveis somente a casos muito particulares, devendo-se na prática, recorrer-se a métodos numéricos, como o Método de Elementos Finitos (MEF) ou o Método das Diferenças Finitas (DF). Aqui, far-se-á o uso do MEF. A discretização do domínio através do MEF é a chamada discretização espacial do problema, que deverá ser resolvida simultaneamente com a discretização temporal do problema. Para a discretização espacial na forma do MEF adota-se a aproximação padrão:

$$u(X, t) = \sum_{e=1}^{N_{el}} u_e(t) N_e(X), \quad (2.4)$$

onde $u_e(t)$ são os deslocamentos nodais, incógnitas a serem resolvidas em cada incremento de tempo, e $N_e(X)$ são as funções de forma, que definem a interpolação espacial.

A expressão anterior implica que ambas as aproximações (temporal e espacial) realizam-se de forma independente, o que denomina-se *semidiscretização*.

Nos problemas que envolvam não linearidades, como é o caso de grandes deformações e deslocamentos, plasticidade e viscoplasticidade, é aconselhável o uso de elementos com baixa ordem de interpolação devido ao fato de serem mais robustos. De modo geral, uma malha mais fina, com elementos simples e robustos, deve ser aplicada a tais problemas. Para modelar o corpo de prova, será utilizada a formulação Lagrangeana, que é a comumente usada para sólidos. Nesta, a malha está ligada ao material e deforma-se junto com o mesmo. Nesta malha se tem a vantagem de se saber com maior exatidão o que acontece nos contornos e apresenta desvantagem apenas quando os elementos ficam muito distorcidos, sendo necessário então o remalhamento da peça. As malhas Eulerianas, que são aquelas fixas no espaço, são mais aplicáveis a fluídos.

Salvo nos casos mais simples em que a resposta durante o impacto seja linear, em que se trata de avaliar vibrações lineares resultantes da aplicação de um impulso conhecido, é necessário resolver um problema muito fortemente não linear, necessário para tanto a integração direta no tempo. O problema básico é obter a solução no instante t_{n+1} a partir dos valores em instantes anteriores. As famílias de métodos são o método explícito e os métodos implícitos. O método explícito constitui a forma mais direta de avançar no tempo. Baseia-se em estabelecer as equações dinâmicas no instante t_n para calcular as variáveis x_{n+1} , sem a necessidade de resolver um sistema algébrico a cada instante. O custo em se resolver o problema pelo método explícito cresce de modo linear com o problema, e assim, o método explícito é o preferido em problemas 3D. No entanto, apresenta o inconveniente de ser condicionalmente estável, dependendo para isso, de incrementos Δt 's suficientemente pequenos. O uso de integração explícita com elementos finitos com interpolação de alta ordem exige que se utilize Δt 's menores do que os que se utilizaria para elementos finitos mais simples. O Método Implícito se baseia em calcular as variáveis x_{n+1} mediante as equações dinâmicas em t_{n+1} , o próprio instante em que se busca a solução.

Como consequência, monta-se um sistema de equações algebricamente acoplado e geralmente não linear. Para sua solução é necessário um método iterativo, normalmente o método de Newton-Raphson, com o cálculo da matriz tangente que deve ser algoritmicamente consistente caso se queira convergência quadrática. A cada passo é necessária a solução do sistema global de equações. O custo do método implícito cresce de forma quadrática à medida que cresce o tamanho do problema, sendo crítico para problemas 3D muito grandes. É mais

adequado a problemas de impacto em baixas velocidades. Nos casos não lineares, se assegura a convergência mantendo os resíduos abaixo de uma certa tolerância.

Du Bois *et al.* (2004), faz importantes considerações a respeito do comportamento dos plásticos submetidos a impacto. É comentado que em certos casos o comportamento dos polímeros pode ser modelado como se fossem pseudo-metais. O comportamento da taxa de deformação é similar ao conhecido para os metais. No entanto, quando aumenta-se a taxa de deformação, não somente um aumento do limite plástico é observado, mas também, um aumento do módulo de elasticidade pode ser medido. Além disso, uma parte elástica não linear pode ser observada. Como as tensões de escoamento em tração, compressão e cisalhamento frequentemente não obedecem a superfície de escoamento de von Mises e como o encruamento do material é anisotrópico devido à reorientação das cadeias poliméricas, muitos polímeros não devem ser simulados usando-se leis baseadas na plasticidade de von Mises. Para uma melhor simulação é necessário o uso de regras de escoamento alternativas, como a superfície de escoamento de Drucker-Prager, por exemplo, em que o efeito de tensões hidrostáticas é incluído.

2.2 Modelos aplicáveis

D'Ambra *et al.* (2003) faz uma análise do ensaio de impacto em discos de material polimérico através do Método dos Elementos Discretos (MED). A partir do modelo numérico, é obtida a curva carga vs. deslocamento, o balanço energético, e o padrão de falha do disco, que são comparados com o ensaio de impacto real. Enfatiza-se a importância de se realizar os ensaios em pelo menos cinco velocidades de impacto diferentes, quando se deseja investigar o comportamento dependente da velocidade de impacto. Através da simulação numérica, é possível determinar a sensibilidade de diversas variáveis geométricas e propriedades do corpo de prova, bem como, para indicar quais as velocidades ideais para o ensaio de impacto, reduzindo assim o número de ensaios a serem realizados.

Ensaio de tração são usados para a calibração do modelo de MEF, no qual parâmetros geométricos do corpo de prova, bem como tamanho dos elementos, foram variados até que se chegasse o mais próximo possível dos resultados do ensaio de tração. No caso de se utilizar um corpo de prova padronizado, como é o caso deste trabalho, o parâmetro geometria do corpo de prova está fixo, restando-se apenas variar o grau de discretização do modelo até que se chegue um tamanho de malha suficiente para representar bem o ensaio de tração sem gerar

um custo muito alto para sua solução. Diversos ensaios de tração devem ser realizados para se ter confiança na retirada de parâmetros como o módulo de elasticidade do material. Uma vez que o ajuste da malha de elementos finitos do modelo seja feito para o ensaio de tração estático, espera-se que o modelo represente com boa fidelidade também o ensaio de impacto.

Pierce *et al.* (1984) descreve um método de integração para analisar deformações quase estáticas de sólidos caracterizados por relações elásticas-viscoplásticas. O procedimento numérico foi desenvolvido para ser usado em conjunto com o MEF e cai na classe dos métodos do gradiente. O método é, em sua essência, uma generalização do método do módulo tangente para sólidos cujo comportamento é independente da taxa de deformação, para permitir sua aplicação em materiais cujo comportamento é dependente da taxa de deformação. Essa é a teoria implementada no software ANSYS e será usada na simulação dos ensaios de impacto.

Dentro de um panorama de pequenos gradientes de deslocamento e desprezando as forças de corpo, o princípio das potências virtuais em forma de taxa é escrita como

$$\int_V \dot{\sigma} : \delta \dot{\varepsilon} dV = \int_S \dot{T} \cdot \delta \dot{u} dS, \quad (2.5)$$

onde o ponto superposto ($\dot{\cdot}$), representa a diferenciação no tempo, σ é o tensor tensão de Cauchy, T é o vetor tração, u o vetor de deslocamentos e ε é o tensor deformação infinitesimal em componentes cartesianas

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.6)$$

Na equação (2.5), sinal $:$ é usado para indicar o produto escalar de tensores, isto é, $\dot{\sigma} : \delta \dot{\varepsilon} = \dot{\sigma}_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij}$.

A relação constitutiva é especificada decompondo a taxa de deformação total, $\dot{\varepsilon}$, na soma da taxa de deformação elástica, $\dot{\varepsilon}^e$, e a taxa de deformação viscoplástica, $\dot{\varepsilon}^{vp}$:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp}. \quad (2.7)$$

A taxa de deformação elástica é dada por

$$\dot{\varepsilon}^e = L^{-1} : \dot{\sigma}, \quad (2.8)$$

onde \mathbf{L} é o tensor de módulo elástico e $()^{-1}$ denota a inversa. O módulo elástico é simétrico, ou seja, $\mathbf{L} = \mathbf{L}^T$, com $()^T$ denotando a transposta.

Para um sólido isotrópico, o modelo de superfície de escoamento de von Mises é expresso por

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) \mathbf{p}, \quad (2.9)$$

Com

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^2 = \frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}', \quad \boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{I}) \mathbf{I}, \quad \mathbf{p} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (2.10)$$

onde, \mathbf{I} denota o tensor identidade e $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$, a taxa viscoplástica acumulada, é dada por

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \int_0^t \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} dt = \int_0^t \left[\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \right]^{1/2} dt. \quad (2.11)$$

Para o sólido viscoplástico modelado por (2.9), há sempre uma contribuição na taxa de deformação, proveniente do estado de tensão e deformação correntes. Ainda, nenhum critério de escoamento é empregado, devido à dependência da taxa de deformação viscoplástica na tensão ser muito abrupta. Em algumas aplicações pode ser conveniente um critério de escoamento explícito em (2.9) e a implementação numérica pode ser modificada para acomodar o escoamento.

Substituindo (2.8) e (2.9) em (2.7) e multiplicando por \mathbf{L} chega-se a

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) \mathbf{P}, \quad (2.12)$$

onde

$$\mathbf{P} = \mathbf{L} : \mathbf{p} = \mathbf{p} : \mathbf{L}. \quad (2.13)$$

Partindo de (2.10) e (2.12), uma relação que será útil é

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} = \mathbf{P} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - (\mathbf{p} : \mathbf{L} : \mathbf{p}) \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}. \quad (2.14)$$

Aplicando a relação (2.12) diretamente ao princípio do trabalho virtual incremental leva ao método Euler explícito de integração no tempo, no qual a matriz de rigidez de elementos finitos é derivada da matriz de rigidez elástica \mathbf{L} . Em certas circunstâncias essa aproximação requer incrementos de tempo extremamente pequenos.

Define-se o incremento efetivo da deformação viscoplástica por

$$\Delta \bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}(t + \Delta t) - \bar{\epsilon}(t), \quad (2.15)$$

e aplica-se uma interpolação linear dentro do incremento de tempo (método do trapézio generalizado):

$$\Delta \bar{\epsilon} = \Delta t [(1 - \theta) \dot{\bar{\epsilon}}_t + \theta \dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t}], \quad (2.16)$$

onde o subscrito é usado para denotar o tempo no qual os argumentos de $\dot{\bar{\epsilon}}$ são avaliados, isto é, $\dot{\bar{\epsilon}}_t = \dot{\bar{\epsilon}}(\bar{\sigma}(t), \bar{\epsilon}(t))$. O parâmetro θ é arbitrado de 0 a 1, com $\theta = 0$ corresponde à simples integração no tempo de Euler. Aproximando o termo $\dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t}$ por série de Taylor em (2.16),

$$\dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t} = \dot{\bar{\epsilon}}_t + \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \Delta \bar{\sigma} + \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\epsilon}} \Delta \bar{\epsilon}. \quad (2.17)$$

Uma expressão para $\Delta \bar{\sigma}$ é obtida multiplicando-se a equação (2.14) por Δt para resultar

$$\Delta \bar{\sigma} = \Delta t (\mathbf{P} : \dot{\bar{\epsilon}}) - \Delta \bar{\epsilon} (\mathbf{p} : \mathbf{L} : \mathbf{p}). \quad (2.18)$$

Usando (2.18) em (2.17) e então substituindo em (2.16) chega-se a

$$\Delta \bar{\epsilon} = \Delta t \dot{\bar{\epsilon}}_t + \theta (\Delta t)^2 [\mathbf{P} : \dot{\bar{\epsilon}}] \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} + (\theta \Delta t) \Delta \bar{\epsilon} \left[\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\epsilon}} - \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} (\mathbf{p} : \mathbf{L} : \mathbf{p}) \right]. \quad (2.19)$$

Resolvendo (2.19) para $\Delta \bar{\epsilon}$ resulta uma expressão da forma

$$\Delta \bar{\epsilon} = \Delta t \left[\frac{\dot{\bar{\epsilon}}_t}{1 + \xi} + \frac{1}{h} \mathbf{P} : \dot{\bar{\epsilon}} \frac{\xi}{1 + \xi} \right], \quad (2.20)$$

onde

$$h = \mathbf{p} : \mathbf{L} : \mathbf{p} - \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\epsilon}} \right) \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \right)^{-1}, \quad (2.21)$$

$$\xi = (\theta \Delta t) h \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}}.$$

Dividindo ambos os lados de (2.20) por Δt e substituindo em (2.14) obtem-se

$$\dot{\sigma} = \mathbf{L}^{tan} : \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\xi}}{1+\xi} \mathbf{P}, \quad (2.22)$$

onde a matriz de **rigidez tangente algorítmica**, \mathbf{L}^{tan} , é dada por

$$\mathbf{L}^{tan} = \mathbf{L} - \left(\frac{\xi}{1+\xi} \right) \frac{1}{h} \mathbf{P} : \mathbf{P}. \quad (2.23)$$

Nota-se que $\mathbf{L}^{tan} = (\mathbf{L}^{tan})^T$, já que \mathbf{L} é simétrica. Ainda, \mathbf{L}^{tan} é positiva definida, supondo que \mathbf{L} é para um incremento de tempo suficientemente pequeno; o caso extremo é quando $\theta = 0$, o simples procedimento de Euler, com $\mathbf{L}^{tan} = \mathbf{L}$ para todos os *time steps*.

É aplicado nos exemplos uma taxa de deformação viscoplástica da forma

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \dot{\varepsilon}_0 \left[\frac{\bar{\sigma}}{f(\bar{\varepsilon})} \right]^{1/m}. \quad (2.24)$$

Onde, $\dot{\varepsilon}_0$ e m são constantes do material e $f(\bar{\varepsilon})$ especifica as características de encruamento; $\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon})$ dá a tensão efetiva devido à curva de deformação viscoplástica acumulada para $\dot{\bar{\varepsilon}} \equiv \dot{\varepsilon}_0$. Tomando o módulo elástico $[L]$ como sendo isotrópico, (2.21) fica

$$h = 3G + \left(\frac{\dot{\xi}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m \frac{df}{d\bar{\varepsilon}} \quad (2.25)$$

$$\xi = \frac{(\theta \Delta t) h \dot{\xi}}{m \bar{\sigma}}$$

O limite para se ter comportamento independente da taxa é quando $m \rightarrow 0$ e nesse caso, $\xi \rightarrow \infty$ ($\theta \Delta t \neq 0$) e h aproxima-se do módulo da teoria de escoamento J_2 .

Para avaliar a precisão e estabilidade do método, Pierce (1984) fez sua aplicação em alguns modelos de elementos finitos, utilizando-se o elemento tetraedro com funções de interpolação lineares. Este elemento tem boa aplicação em análises elástoplásticas e naquelas em que se tem condições de deformação incompressível ou quase incompressível. Para valores de θ variando de 0,5 a 1,0, o método apresentou-se estável e dá resultados precisos para incrementos de tempo muito superiores àqueles aplicados no método de Euler ($\theta = 0$). Para sólidos de von Mises, o método do módulo tangente leva a uma matriz de rigidez simétrica, o que não é necessariamente o caso para outros métodos, como o método do

gradiente. Também, a expressão para rigidez é obtida explicitamente, não sendo necessária a inversão da matriz. De certo modo, o módulo tangente reflete a relação constitutiva da estrutura, já que, como mostrado neste artigo, a matriz de rigidez tangente não depende de parâmetros que caracterizem a taxa de sensibilidade do material ou daqueles utilizados no procedimento numérico. No entanto, é possível adaptar o método para incorporar relações constitutivas explícitas, quando necessário.

Duan *et al.* (2001), propôs um modelo constitutivo fenomenológico para polímeros vítreos e semicristalinos de engenharia, que permite descrever uniformemente toda a faixa de deformação do polímero sob carregamento monotônico compressivo, para diferentes taxas de deformação e temperaturas. O modelo, chamado de DSGZ em referência a seus autores, é derivado de quatro outros modelos constitutivos, cada qual com sua especialidade e limitação. Assim, partes das equações constitutivas de cada um dos modelos utilizados como base foram incorporadas em uma única equação, qual seja,

$$\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T) = K \left\{ f(\bar{\epsilon}) + \left[\frac{\bar{\epsilon} e^{\left(1 - \frac{\bar{\epsilon}}{C_3 h(\bar{\epsilon}, T)}\right)}}{C_3 h(\bar{\epsilon}, T)} - f(\bar{\epsilon}) \right] e^{\left[\ln(g(\bar{\epsilon}, T) - C_4)\right] \bar{\epsilon}} \right\} h(\dot{\bar{\epsilon}}, T), \quad (2.26)$$

onde,

$$f(\bar{\epsilon}) = \left(e^{-C_1 \bar{\epsilon}} + \bar{\epsilon}^{C_2} \right) \left(1 - e^{-\alpha \bar{\epsilon}} \right), \quad (2.27)$$

$$h(\dot{\bar{\epsilon}}, T) = \bar{\epsilon}^m e^{\frac{a}{T}}. \quad (2.28)$$

As oito constantes de material do modelo são $K [\text{Pa} \cdot \text{s}^m]$, C_1 , C_2 , $C_3 [s^m]$, C_4 , $a [K]$, m e α .

O termo $\bar{\epsilon} e^{\left(1 - \frac{\bar{\epsilon}}{C_3 h(\bar{\epsilon}, T)}\right)} / C_3 h(\bar{\epsilon}, T)$ em (2.26) está relacionado com a expansão da superfície de escoamento; a equação (2.27) representa o encruamento do material e a equação (2.28), a dependência com relação à taxa de deformação e temperatura.

O modelo é estendido para o caso tridimensional através do critério de escoamento generalizado de von Mises. Seja s_{ij} , a parte deviatórica do tensor tensão real σ , e $\dot{\epsilon}_{ij}$ o tensor taxa de deformação real deviatórico. A tensão equivalente é dada por:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij} : s_{ij})}. \quad (2.29)$$

A taxa de deformação plástica equivalente é dada por:

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}(\dot{\epsilon}_{ij} : \dot{\epsilon}_{ij})}. \quad (2.30)$$

A deformação plástica equivalente é obtida integrando-se a taxa de deformação plástica equivalente em toda a faixa de tempo:

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \bar{\dot{\epsilon}} dt. \quad (2.31)$$

O modelo constitutivo descrito por (2.26) dá, então, a relação entre três valores equivalentes.

Apesar das limitações, a regra de escoamento generalizada de von Mises, equação (2.32), tem sido muito usada para descrever a relação constitutiva tensão-deformação tridimensional instantânea da deformação plástica em polímeros

$$s_{ij} = \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij}. \quad (2.32)$$

O processo para obtenção dos oito coeficientes do material é descrito em detalhe, sendo que pelo menos três ensaios devem ser feitos, com diferentes taxas de deformação e diferentes temperaturas.

Para validar o modelo, três ensaios de compressão com diferentes taxas de deformação e temperaturas foram realizados para o polimetil-metacrilato (PMMA) e policarbonato (PC), ambos polímeros vítreos. Em Duan *et al* (2001), optou-se pelo ensaio de compressão devido ao mesmo criar um campo de deformações mais homogêneo no corpo de prova. As temperaturas e taxas de deformação foram: para o PMMA; 296K e 0.001/s, 323K e 0.001/s e 296K e 0.0001/s. Para o PC; 296K e 0.001/s, 348K e 0.001/s e 296K e 0.0001/s. Obtidas as constantes dos materiais, simulações foram feitas e os resultados comparados com os dados experimentais, mostrando boa concordância entre os mesmos. Para verificar o modelo com relação a polímeros semicristalinos, utilizou-se curvas experimentais para a poliamida 12 retiradas do trabalho de outro autor. As temperaturas e taxas de deformação neste caso foram: 296K e 0.001/s, 320K e 0.001/s e 296K e 0.0001/s. Novamente, obtidas as constantes,

simulações foram feitas mostrando que também para polímeros semicristalinos o modelo é válido.

Os resultados mostraram que as curvas tensão-deformação não são muito sensíveis à maioria dos coeficientes do material, exceto com relação a "a". Isto é esperado porque esse parâmetro aparece no termo exponencial, o qual é relacionado com a temperatura. Para os parâmetros C_1, C_2 e m , se o valor do parâmetro varia em torno de 5%, a curva tensão-deformação muda menos que 2,5%. Para os três parâmetros restantes, C_3, C_4 e α , se o valor do parâmetro muda 5%, a curva tensão-deformação muda menos que 0,5%.

Duan *et al.* (2003), apresenta uma forma generalizada do modelo DSGZ descrito acima, na qual o efeito da pressão hidrostática é incorporado. Este efeito é considerado importante para materiais cujos comportamentos são diferentes em tração e compressão, que é o caso de diversos polímeros. A forma generalizada é

$$\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T) = K \left\{ f(\bar{\epsilon}) + \left[\frac{\bar{\epsilon} e^{\left(1 - \frac{\bar{\epsilon}}{C_3 h(\bar{\epsilon}, T)}\right)}}{C_3 h(\bar{\epsilon}, T)} - f(\bar{\epsilon}) \right] e^{\left[\ln(g(\bar{\epsilon}, T) - C_4)\right] \bar{\epsilon}} \right\} h(\dot{\bar{\epsilon}}, T) - \gamma, \quad (2.33)$$

onde γ é uma constante do material, chamada parâmetro de sensibilidade hidrostática e $p = \frac{1}{3} \sigma_{ii}$. As outras constantes de material são $K [\text{Pa} \cdot \text{s}^m]$, $C_1, C_2, C_3 [s^m]$, $C_4, a [K]$, m e α e os termos restantes da equação são como em (2.27) a (2.31).

O parâmetro γ pode ser determinado para uma dada deformação $\bar{\epsilon}$, taxa de deformação $\dot{\bar{\epsilon}}$ e temperatura T , através da equação,

$$\gamma = 3 \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T) - \bar{\sigma}_t(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T)}{\bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T) + \bar{\sigma}_t(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T)}, \quad (2.34)$$

onde $\bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T)$ é a tensão do ensaio uniaxial de compressão e $\bar{\sigma}_t(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T)$ é a tensão do ensaio uniaxial de tração. Como a falha do polímero no ensaio de tração ocorre a menores deformações que no ensaio de compressão, γ é calculado usando a tensão de escoamento, considerado ser constante, na forma

$$\gamma = 3 \frac{\bar{\sigma}_{cy} - \bar{\sigma}_{ty}}{\bar{\sigma}_{cy} + \bar{\sigma}_{ty}}, \quad (2.35)$$

onde σ_{cy} é a tensão de escoamento no ensaio de compressão e σ_{ty} é a tensão de escoamento no ensaio de tração. As outras oito constantes são obtidas do ensaio uniaxial de compressão, do mesmo modo apresentado em DUAN *et al.* (2001).

Como os polímeros são sensíveis à temperatura, é importante que se estime de forma precisa o aumento da temperatura durante a deformação. Diversos experimentos mostraram que para taxas de deformação acima de 0.01/s, o aumento da temperatura já é da ordem de 30°C, influenciando diretamente na curva tensão-deformação do material. Desse modo, foi proposta uma equação que governasse o aumento da temperatura Δt para cada incremento na deformação plástica, mostrada abaixo:

$$\Delta t = \beta \frac{(\bar{\sigma}^{velho} + \bar{\sigma}^{novo}) \Delta \bar{\epsilon}^p}{2\rho c}, \quad (2.36)$$

onde ρ é a densidade do material, c é o calor específico, β é a fração de energia plástica dissipada na forma de calor, $\bar{\sigma}^{velho}$ é a tensão equivalente no início de um incremento, $\bar{\sigma}^{novo}$ é a tensão equivalente no final de um incremento e $\Delta \bar{\epsilon}^p$ é o incremento de deformação plástica equivalente. A cada incremento de deformação plástica, a temperatura local na zona de deformação plástica irá aumentar de uma quantidade dada pela equação (2.36). O aumento da temperatura, diminui a tensão equivalente, dada por (2.33). Isto leva a um panorama de acoplamento termomecânico durante elevadas taxas de deformação plástica. Investigadores mostraram que o parâmetro β é dependente da deformação e da taxa de deformação. Como há uma infinita variedade de valores possíveis, foi utilizado nas simulação o valor de $\beta = 0.5$.

Existem diversos critérios de falha para polímeros, tais como, máxima tensão de tração, máxima deformação de cisalhamento e máxima densidade de energia de deformação. Como o polímero em análise era altamente dúctil, o critério de máxima deformação plástica foi usado nas simulações. Um indicador de falha Ψ foi criado e definido como

$$\Psi = \frac{\sum \Delta \bar{\epsilon}^p}{\bar{\epsilon}_{max}^p}, \quad (2.37)$$

onde $\bar{\epsilon}_{max}^p$ é a máxima deformação plástica prescrita e $\Delta \bar{\epsilon}^p$ é o incremento na deformação plástica equivalente. Quando a soma dos incrementos de deformação plástica equivalente num ponto do material é igual ou maior que o valor prescrito de $\bar{\epsilon}_{max}^p$, ou seja, quando $\Psi \geq 1$, o ponto do material falha e é permanentemente removido de futuros cálculos.

Para avaliar o modelo constitutivo, o modelo de acoplamento termomecânico e o critério de falha da máxima deformação plástica, Duan *et al* (2003) implementou uma subrotina num software comercial de elementos finitos e simulou o ensaio de impacto multiaxial da norma ASTM D3763. Neste ensaio, um punção com a ponta hemisférica cai de uma altura pré-determinada e choca-se com o centro de um disco feito com o polímero a ser avaliado, no caso um acrilonitrila-butadieno-estireno (ABS), provocando um estado multiaxial de tensões no disco. Para esta análise, utilizou-se elementos hexaédricos trilineares. O coeficiente de atrito entre o punção e o disco foi mantido num valor constante de 0.3. A subrotina implementada seguiu as seguintes linhas gerais: um algoritmo de predição elástica-correção plástica foi aplicado para atualizar o tensor tensão em cada ponto do material. No final de cada incremento de deformação, o tensor $[\sigma]^{novo}$ é calculado. O correspondente tensor $\bar{\sigma}^{novo}$ é obtido de (2.29). A equação (2.36) é então aplicada para calcular o aumento na temperatura local do polímero. O indicador de falha Ψ foi atualizado através de (2.37) e quando $\Psi \geq 1$ o ponto do material falha e é permanentemente removido de futuros cálculos.

Os resultados das análises mostraram que o modelo constitutivo representa bem o comportamento do material real e além disso, as nove constantes do modelo, apesar de terem sido determinadas por ensaios de compressão com baixas taxas de deformação, podem ser extrapoladas para a análise de casos com elevadas taxas de deformação. Apesar do aumento de temperatura simulado ter sido de 18°C, na prática o aumento de temperatura não chegou a 5%, assim, o acoplamento termomecânico não teve grande influência neste caso.

2.3 Resultados experimentais

Aretxabaleta *et al.* (2005), propôs um novo método para a obtenção das curvas tensão-deformação de polímeros em taxas constantes. A partir de ensaios de impacto em tração instrumentados em corpos de prova de polipropileno, foram obtidas as curvas força-tempo para diferentes diferentes taxas de deformação. Exemplos dessas curvas são mostrados na Figura 2.2.

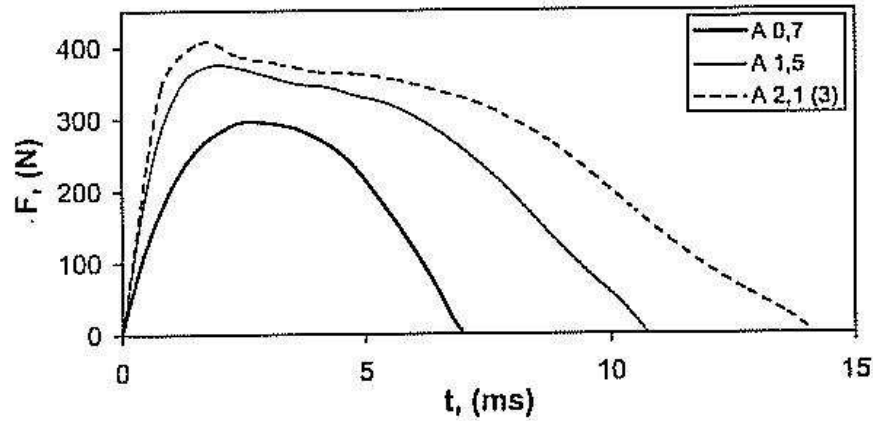


Figura 2.2 – Exemplo de curvas força-tempo obtidas por Aretxabaleta *et al* (2005).

Três massas de impacto foram usadas: 1,091, 2,182 e 3,545kg. Para cada massa, dezesseis ensaios foram feitos em velocidades variando de 0,5 a 3,5m/s. Para facilitar a identificação das curvas nos gráficos, uma codificação foi proposta: Às diferentes massas foram atribuídas letras – A para 1,091kg, B para 2,182kg e C para 3,545kg; A velocidade de impacto foi indicada por seu valor em m/s; Se o ensaio foi repetido para analisar reproducibilidade, o número de repetições é indicado em parênteses como (1), (2), (3) e (4).

Por exemplo, o código B 2.1 (3), corresponde à terceira repetição de um ensaio com a massa de impacto de 2,182 kg e uma velocidade de impacto de 2,1 m/s.

Curvas de aceleração-tempo foram obtidas dividindo-se diretamente os valores de força das curvas força-tempo pelo valor da massa de impacto em questão e por meio de integração numérica dos valores de aceleração-tempo, foram obtidos os valores de velocidade-tempo e distância-tempo. As integrais utilizadas foram as das equações (2.38) e (2.39) respectivamente,

$$v(t) = v_0 + \int_0^{t_c} a(t) dt, \quad (2.38)$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^{t_c} v(t) dt. \quad (2.39)$$

onde t_c é o tempo de contato da massa de impacto.

As curvas deformação-tempo foram determinadas por (2.40) a partir dos dados de (2.39) e valor do comprimento inicial dos corpos de prova l_0 igual a 25mm.

$$\varepsilon(t) = \ln\left(1 + \frac{x(t)}{l_0}\right). \quad (2.40)$$

Agora, as curva taxa de deformação-tempo são calculadas derivando-se numericamente (2.40) em relação ao tempo.

Por outro lado, com as curvas força-tempo, deformação-tempo e a seção inicial dos corpos de prova, S_0 , curvas tensão-tempo foram obtidas por

$$\sigma(t) = \frac{F(t)}{S_0} [1 + \varepsilon(t)]. \quad (2.41)$$

Com essas informações em mãos, escolhe-se uma taxa de deformação na qual será obtida a curva tensão-deformação em taxa constante. Em seu artigo, os autores tomam a taxa de 10 s^{-1} como exemplo e descreve o procedimento como segue:

Para cada curva taxa de deformação-tempo, três valores de tempo, t_1 , t_2 , t_3 , correspondentes ao valor de taxa $\dot{\varepsilon}_1 = 10 \text{ s}^{-1}$ são determinados e os pares tensão-deformação correspondentes a t_1 , t_2 e t_3 são selecionados das curvas tensão-tempo e deformação-tempo.

A Figura 2.3 mostra o processo para $\dot{\varepsilon}_1 = 10 \text{ s}^{-1}$.

Os três pares tensão-deformação $(\sigma_1, \varepsilon_1)$, $(\sigma_2, \varepsilon_2)$ e $(\sigma_3, \varepsilon_3)$ compõem a curva tensão-deformação na taxa constante de $\dot{\varepsilon}_1 = 10 \text{ s}^{-1}$, mostrada na Figura 2.4.

Nesse caso, a curva tensão-deformação em taxa constante foi obtida através de três pontos somente, pois somente três curvas experimentais força-tempo foram tratadas. Quanto mais curvas experimentais forem tratadas, mais precisa será a curva tensão-deformação em taxa constante.

O artigo trata ainda de alguns aspectos positivos do ensaio de impacto em tração em relação ao ensaio de impacto em flexão: o primeiro deles é que na configuração de tração, o estado de tensão pode ser suposto homogêneo, ao contrário do ensaio de flexão, no qual estados de tensão complexos são gerados, sendo parte do espécime tracionada e parte comprimida; a taxa de deformação pode ser suposta constante para uma seção do corpo de provas. Num ensaio de flexão, a taxa de deformação parte de um valor máximo na porção mais externa do espécime até um valor mínimo no eixo neutro do espécime; Na configuração em flexão, a massa de impacto impacta diretamente sobre o corpo de provas, sendo que as tensões, deformação e taxas de deformação nessas áreas diferem significativamente das outras regiões do corpo de provas. Esses efeitos são evitados na configuração em tração pois a massa não impacta na parte útil do corpo de provas.

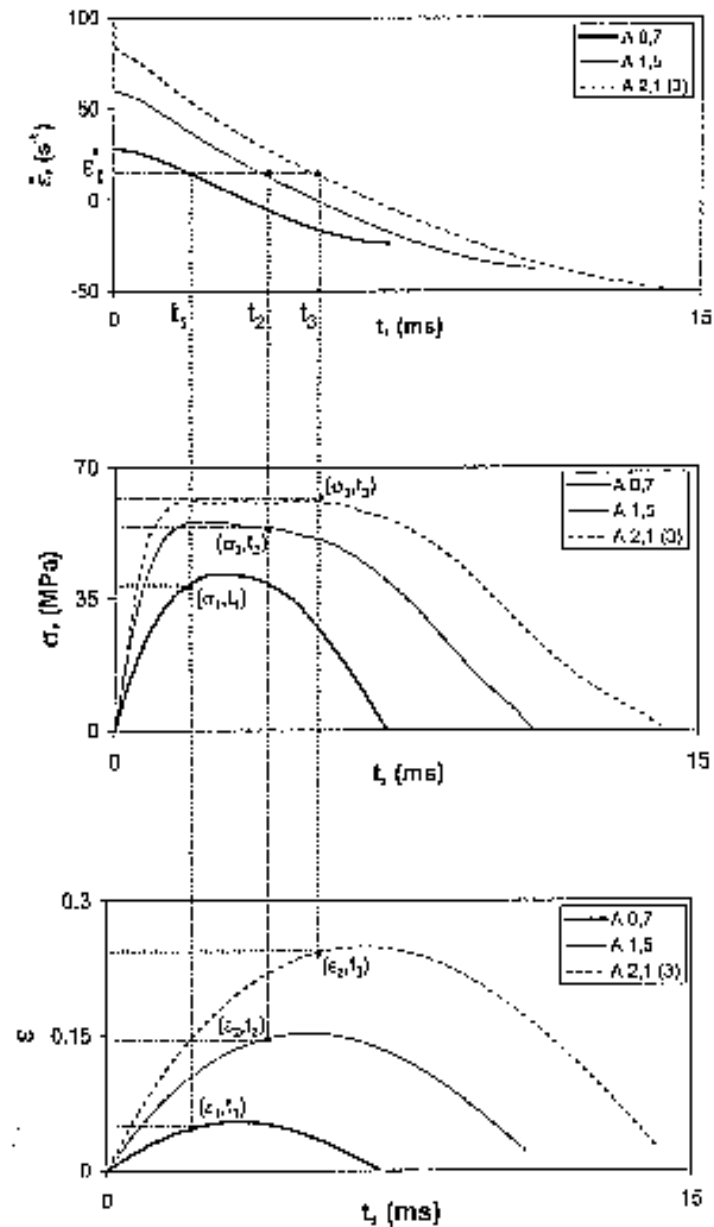


Figura 2.3 – Seleção dos pares tensão-deformação na taxa constante de $\dot{\epsilon}_1 = 10s^{-1}$.

Aretxabaleta *et al* (2005).

Ainda, na configuração em flexão, a força é medida na massa de impacto e essa força não necessariamente corresponde à força transmitida à amostra. Essas forças só podem ser supostas iguais nos casos em que os efeitos dinâmicos associados ao método de ensaio podem ser negligenciados, no entanto, alguns dos efeitos dinâmicos mais importantes são devido à alta rigidez de contato entre a massa de impacto e a amostra. Na configuração em tração, a força é medida na garra fixa e não na massa de impacto, então esse problema é reduzido.

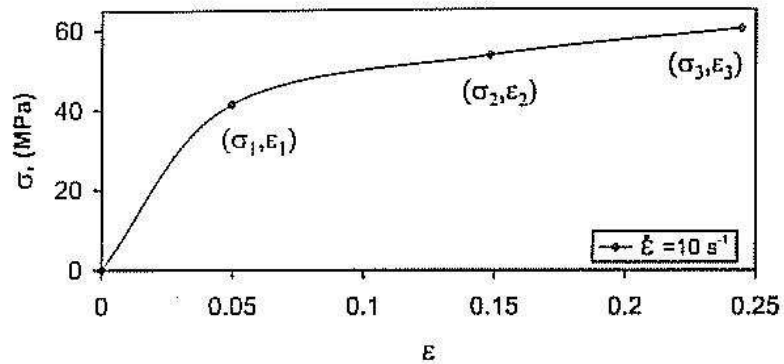


Figura 2.4 – Curva tensão-deformação do PP na taxa constante de $\dot{\epsilon}_1 = 10\text{s}^{-1}$. Aretxabaleta *et al* (2005).

Foi feita ainda uma análise de reproducibilidade a qual concluiu que os desvios nos valores da força máxima foram inferiores a 10% e nos valores de tempo correspondentes a essa força, menores que 18%.

Diferentes curvas tensão-deformação para taxa constantes para o PP foram apresentadas e são reproduzidas aqui na Figura 2.5. Diferentes taxas de deformação foram escolhidas, variando de 15 a 120s^{-1} para as massas de 1,091, Figura 2.5 (a), 2,182, Figura 2.5 (b) e de 15 a 100s^{-1} para a massa de 3,545kg, Figura 2.5 (c).

Na Figura 2.6 são mostradas curvas tensão-deformação para a taxa de deformação de 40s^{-1} para três diferentes massas. Pode ser visto que a massa de impacto não tem influência na resposta. Uma tendência similar foi observada para outras taxas de deformação.

Conclui-se que em todas as curvas obtidas para o PP o material apresentou comportamento elastoplástico seguido de leve encruamento plástico. Não foi observada uma diferença grande entre as curvas conforme ocorria a variação da taxa de deformação. Esse comportamento está associado à baixa precisão das curvas e alguns pontos mais seriam necessários no início para capturar melhor a influência da taxa de deformação na tensão e deformação. Testes de reproducibilidade mostraram que os desvios das curvas tensão-deformação em taxa constante são menores que 5%.

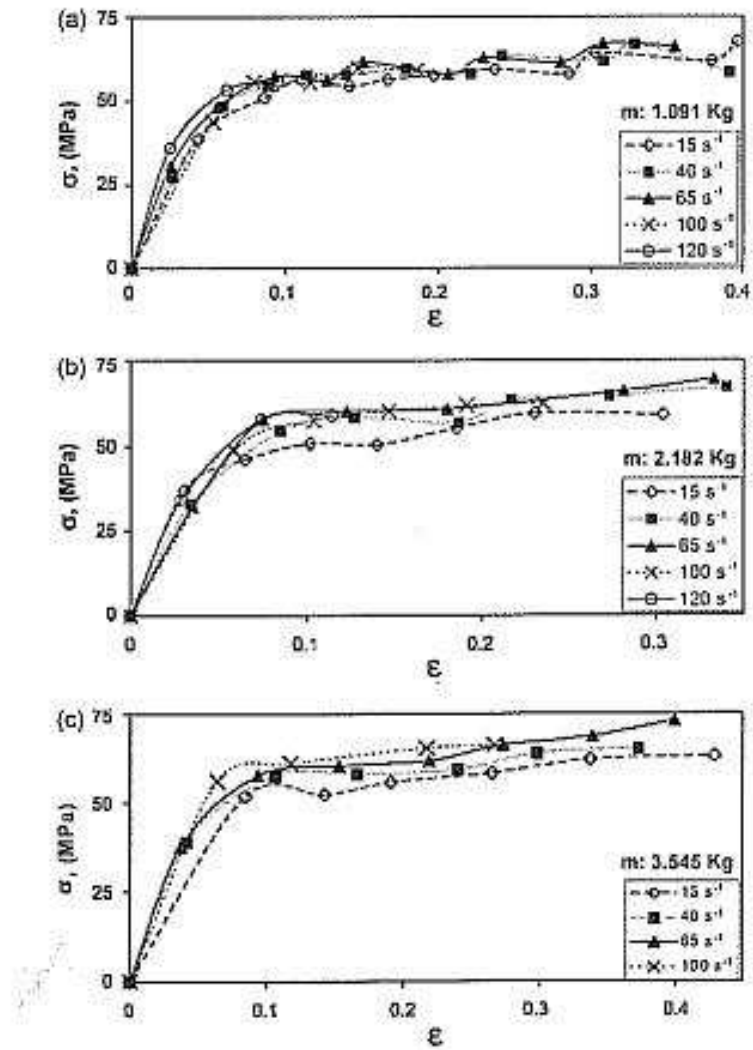


Figura 2.5 – Curvas tensão-deformação para o PP para diferentes taxas para as massas de (a) 1,091kg, (b) 2,182kg e (c) 3,545kg. Aretxabaleta *et al* (2005).

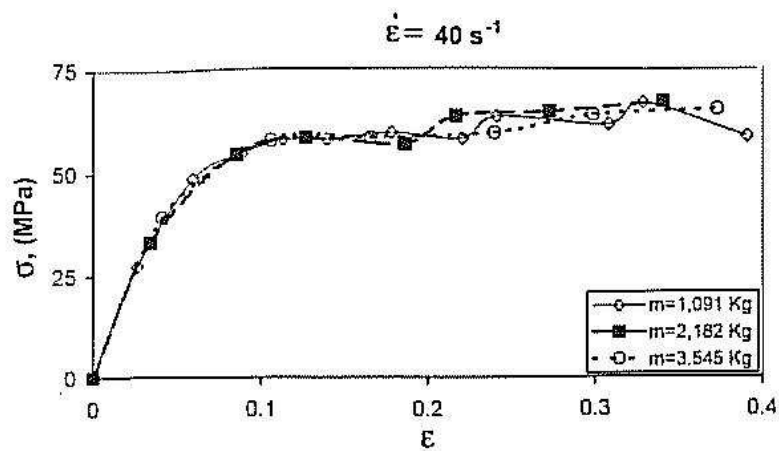


Figura 2.6 – Curvas tensão-deformação para taxa de deformação de 40 s^{-1} para diferentes massas de impacto. Aretxabaleta *et al* (2005).

Dean e Crocker (2006) apresentam uma série de resultados experimentais para o prolietileno e polipropileno. Em seu trabalho, faz-se uma comparação entre possíveis modelos aplicáveis a polímeros, tais como von Mises, Drucker-Prager e o modelo de cavitação.

No modelo de von Mises, o escoamento plástico acontece em volume constante, com coeficiente de Poisson 0.5 e parâmetro de escoamento zero. No entanto, em ensaios nos quais estados de tensão adicionais são aplicados, como cisalhamento e compressão, por exemplo, o material torna-se sensível ao componente hidrostático de tensão e ao componente de cisalhamento, nesses casos são preferíveis outros modelos, tais como Drucker-Prager. Existem polímeros nos quais o comportamento em tração é bem diferente do comportamento em cisalhamento ou compressão devido à nucleação das cavidades intrínsecas de sua microestrutura. A nucleação das cavidades aumenta a rigidez do polímero devido ao aparecimento de escoamento localizado devido ao cisalhamento. Nesses casos é mais apropriado utilizar o modelo de cavitação que leva em conta entre outros parâmetros, o volume de cavidades existentes no espécime.

Nos modelos de plasticidade dependente da taxa de deformação, a caracterização do material depende da determinação de uma função de encruamento, a qual pode ser determinada mais convenientemente em tração, no entanto, quando se quer levar em consideração o fenômeno de nucleação das cavidades, como no caso do modelo de cavitação, é mais preciso determinar a função de encruamento através de ensaios de cisalhamento. Em ambos os casos, funções empíricas podem ser determinadas a partir de curvas experimentais e utilizadas para extrapolar os resultados para taxas de deformação mais elevadas, já que problemas de ressonância entre espécime e máquina de ensaios podem ocorrer para taxas superiores a aproximadamente 1000s^{-1} . Na Figura 2.7 são mostradas algumas curvas experimentais, cujos dados foram utilizados para obter a função de encruamento (2.42).

$$\sigma_T(\varepsilon_T^p) = \sigma_i + (\sigma_f - \sigma_i) \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon_T^p}{\varepsilon_a}\right)^n\right) \right), \quad (2.42)$$

onde σ_T é a tensão em tração, σ_i é a tensão em deformação plástica igual a zero, σ_f é a tensão máxima, ε_T^p é a deformação plástica em tração e ε_a e n são parâmetros que determinam as deformações médias e o encruamento respectivamente. Os valores dos parâmetros utilizados para ajustar as curvas da Figura 2.8 são mostrados na Tabela 2.1.

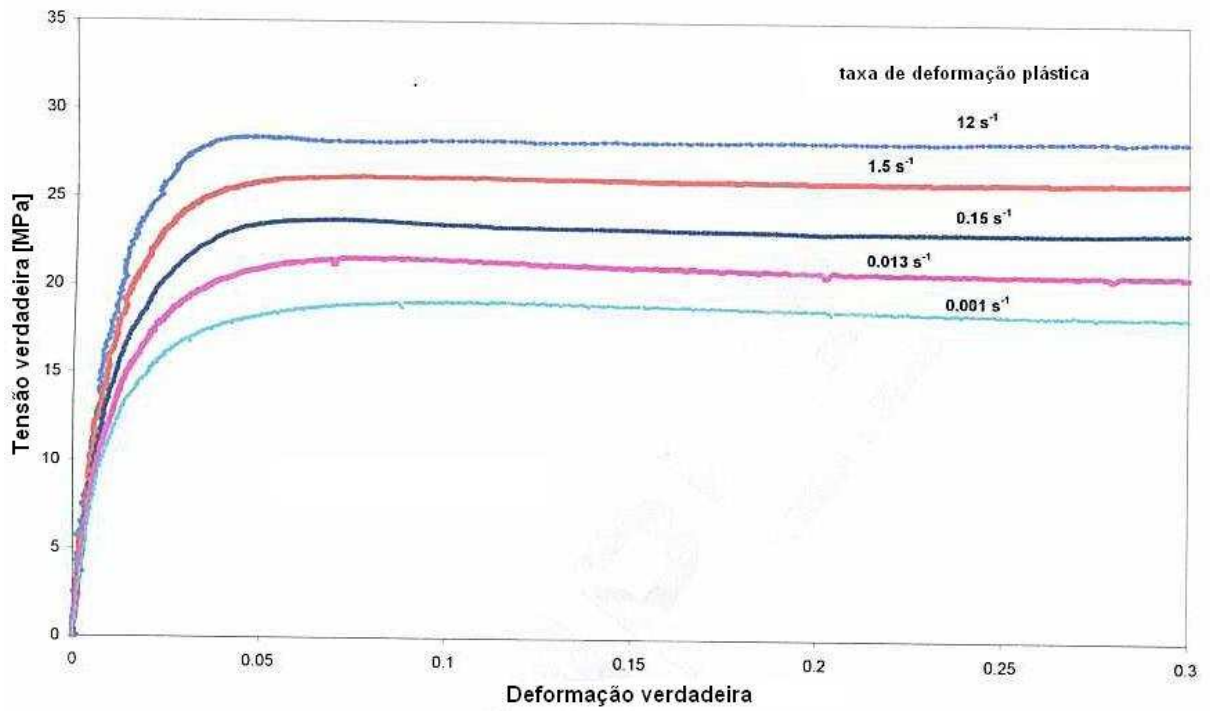


Figura 2.7 – Curvas tensão-deformação experimentais para taxa de deformação de $0,001 \text{ s}^{-1}$ a 12 s^{-1} . Dean e Crocker (2006).

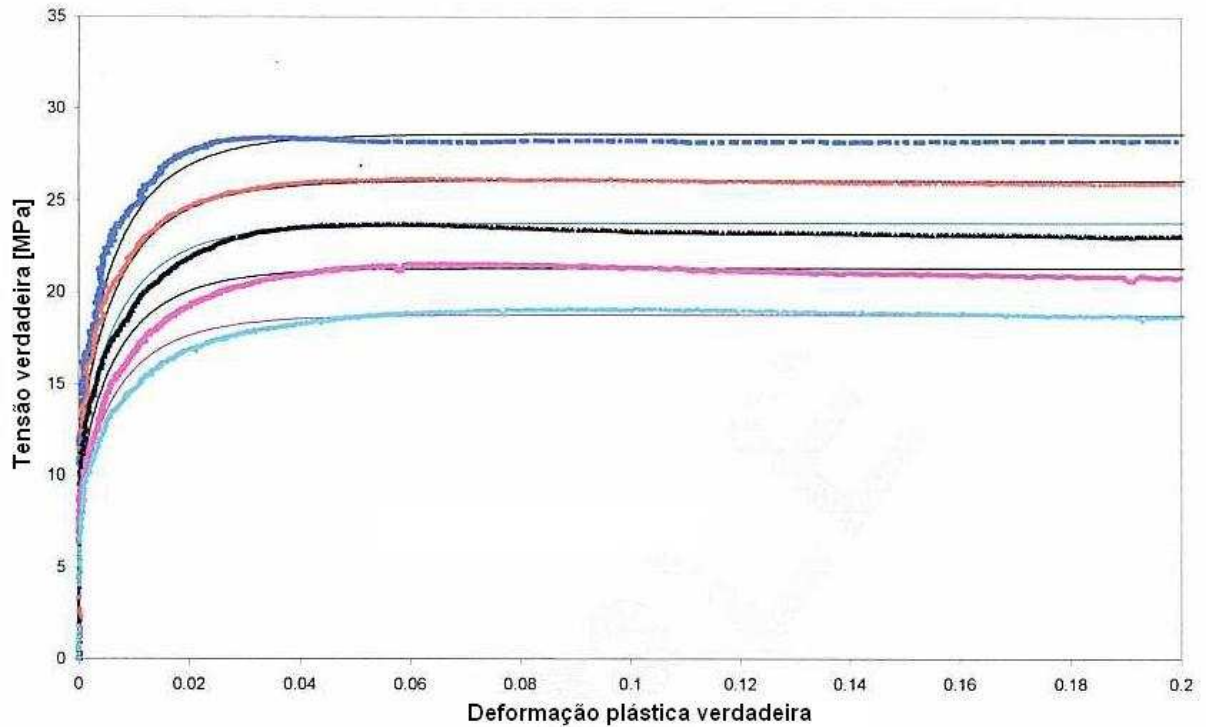


Figura 2.8 – Curvas tensão-deformação obtidas dos resultados na Figura 2.7 e modeladas pela equação (2.42) com parâmetros da Tabela 2.1. Dean e Crocker (2006).

Tabela 2.1 – Valores dos parâmetros na equação (2.42) usados para obter o ajuste das curvas da Figura 2.8. Dean e Crocker (2006).

| Taxa de deformação plástica (s^{-1}) | σ_f (MPa) | σ_i (MPa) | ε_a | n |
|--|------------------|------------------|-----------------|-----|
| 12 | 28.6 | 11.5 | 0.007 | 0.8 |
| 1.5 | 26.1 | 10.5 | 0.007 | 0.8 |
| 0.15 | 23.6 | 9.5 | 0.007 | 0.8 |
| 0.013 | 21.3 | 8.5 | 0.007 | 0.8 |
| 0.001 | 18.8 | 7.5 | 0.007 | 0.8 |

O aumento de σ_f com a taxa de deformação plástica pode ser descrito pela função de Eyring, dada por

$$\sigma_f = \sigma_{fo} + A \log \dot{\varepsilon}_T^P, \quad (2.43)$$

onde σ_{fo} e A são parâmetros do material. Isso é demonstrado na Figura 2.9 a qual dá os valores de $\sigma_{fo} = 25,8\text{MPa}$ e $A = 2,4 \text{ MPa}$, com taxa em unidades de s^{-1} . A variação de ε_a pode ser descrita por uma função similar

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ao} - B \log \dot{\varepsilon}_T^P, \quad (2.44)$$

com $\varepsilon_{ao} = 0,007$ e $B = 0,001$.

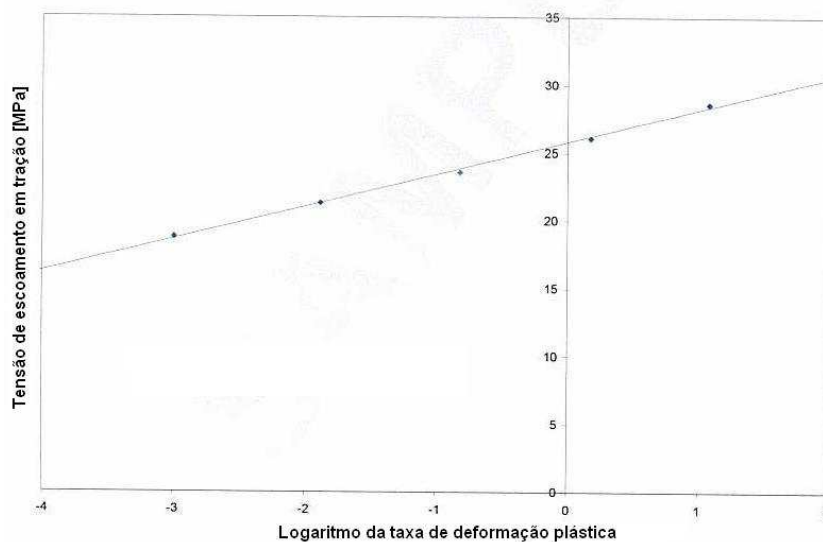


Figura 2.9 – Tensões de escoamento σ_f da Tabela 2.1 versus logaritmo da taxa de deformação plástica.

As equações (2.42), (2.43) e (2.44), juntamente com o conhecimento dos seis parâmetros de material (σ_{fo} , A , σ_i / σ_f , ε_{ao} , B , n) podem então ser usadas para obter curvas de encruamento em tração para qualquer taxa arbitrária.

Dean e Wright (2003), fizeram uma comparação entre resultados experimentais e de simulação por elementos finitos para o polímero acrilonitrila-butadieno-estireno (ABS). O modelo de material utilizado foi o modelo linear de Drucker-Prager, cujo critério de escoamento é sensível ao componente hidrostático do tensor tensão e é dado por

$$\frac{(\mu + 3)}{3} \sigma_T = \sigma_e + \mu \sigma_h, \quad (2.45)$$

onde σ_T é a tensão de escoamento em tração, σ_e é a tensão de cisalhamento efetiva, relacionada com as tensões principais por

$$\sigma_e = \left\{ \frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \right\}^{1/2}, \quad (2.46)$$

σ_h é o tensão hidrostática, dada por

$$\sigma_h = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad (2.47)$$

e μ é o parâmetro de sensibilidade do material ao escoamento devido ao componente hidrostático do tensor tensão, que pode ser calculado por

$$\mu = 3 \left[\left(\sqrt{3} \sigma_s / \sigma_T \right) - 1 \right], \quad (2.48)$$

sendo σ_s a tensão de escoamento em cisalhamento. Alternativamente, o parâmetro μ pode ser calculado por

$$\mu = 3 \left[\frac{(\sigma_c / \sigma_T) - 1}{(\sigma_c / \sigma_T) + 1} \right], \quad (2.49)$$

onde σ_c é a tensão de escoamento em compressão.

Ainda, para descrever as deformações plásticas, utiliza a regra de escoamento dada por

$$F = \sigma_e + \mu' \left\{ \sigma_h - \left[\frac{(\mu + 3)}{3} \sigma_T \right] \right\}, \quad (2.50)$$

sendo μ' o parâmetro de escoamento dado por

$$\mu' = \frac{3(1 - 2\nu^p)}{2(1 + \nu^p)} \quad (2.51)$$

e ν^p o coeficiente de Poisson plástico.

Em seus ensaios foi utilizado um aparato no qual uma massa em forma semi-hemisférica impacta verticalmente um disco de ABS. No disco foram feitas marcações cujos deslocamentos durante o ensaio foram monitorados opticamente. Por fim, curvas experimentais força de impacto *versus* deflecção do disco foram obtidas e comparadas com curvas obtidas numericamente por elementos finitos, como pode ser visto na Figura 2.10. Para simular o comportamento dependente da taxa de deformação, utilizou-se uma aproximação para o valor do módulo de elasticidade, que foi calculado para uma taxa de deformação média.

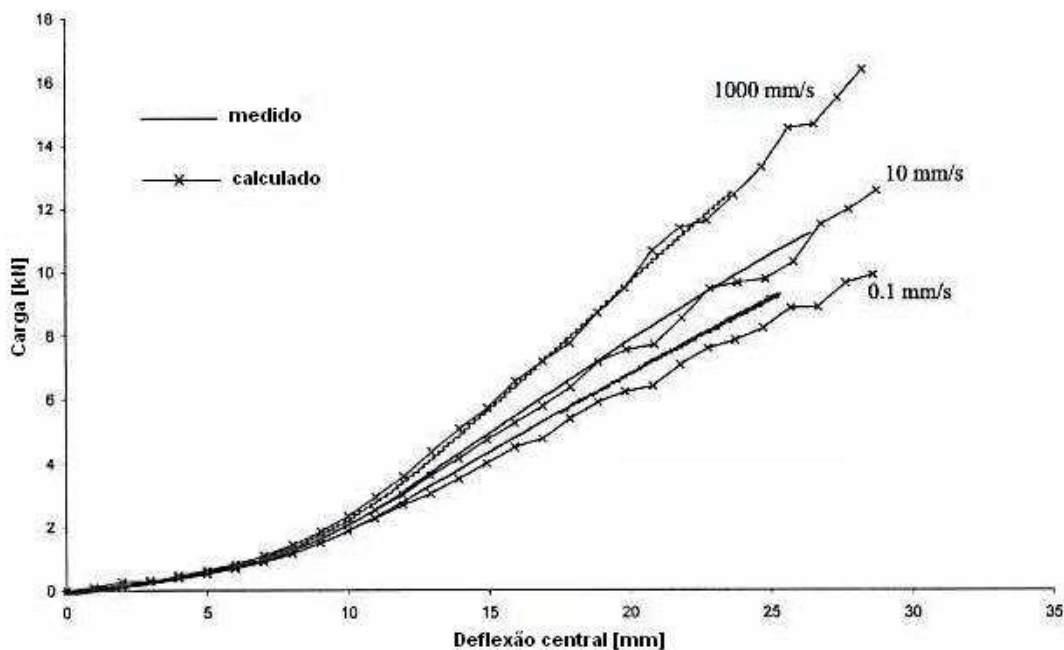


Figura 2.10 – Comparação entre força medida e deflecção em diferentes velocidades com resultados de simulação. Dean e Wright (2003).

Os autores apontam como limitação do modelo a variação no valor do parâmetro μ quando o mesmo é calculado por (2.48) ou (2.49). Isso ocorre devido ao fenômeno de nucleação das cavidades, que age diferentemente conforme o estado de tensão aplicado ao espécime ser de tensão, compressão ou cisalhamento.

Arakawa *et al.* (2006), estudou a fratura de um polímero frágil sob carregamento de impacto. O comportamento de fratura de polímeros frágeis tem sido estudados sob várias condições de carregamento, a fim de determinar sua confiabilidade. Como exemplo, sobcarregamento estático, o fator de concentração de tensão, K , ou a taxa de energia liberada, G , são geralmente determinados baseados na mecânica da fratura linear elástica e carregamento externo, ou trabalho externo, respectivamente, aplicados à espécimes em tração ou flexão. O conceito de K ou G baseados na mecânica da fratura linear são muito importantes no entendimento do início da fratura. K e G podem também ser medidos sob carregamento de impacto para estimar seus valores dinâmicos. Muitos polímeros exibem alguns efeitos não elásticos devido à viscoelasticidade e deformação plástica. Fratura frágil causa também efeitos de inércia, ou dinâmicos, já que a trinca propaga-se dinamicamente dentro do espécime. Assim, esses dois efeitos devem ser determinados e considerados na avaliação de K e G . Contudo, uma discussão quantitativa desses dois efeitos nos valores de K e G são limitadas.

Para estudar esse problema sob carregamento estático, os autores, em trabalhos anteriores, mediram a fratura frágil de um polímero usando uma câmera de alta velocidade e um extensômetro de alta velocidade, composto de uma fibra óptica e um sensor de posição. Os efeitos dinâmicos e não elásticos foram então estimados a partir da resposta dinâmica e deformação residual do espécime depois da fratura, chegando-se a conclusão de que o valor de G era majorado se os efeitos dinâmicos e não lineares eram incluídos.

Para avaliar esses efeitos dinamicamente, um espécime de Metilmetacrilato-butadieno-estireno (MBS) com uma trinca foi submetido à ensaios com carregamento de impacto em tração. A carga de impacto e o deslocamento foram medidos com Piezosensor e um extensômetro de alta velocidade, respectivamente, para avaliar o trabalho externo, U_{ex} , aplicado ao espécime. A energia elástica, E_e , a energia não elástica, E_n , foram estimados da divisão do espécime depois da fratura. A energia de fratura, E_f , foi então determinada e correlacionada com a carga de fratura, P_c . Para a superfície de fratura, A_s , a taxa de energia liberada foi avaliada usando $G_t = U_{ex}/A_s$ ou $G_f = E_f/A_s$. A velocidade média de propagação da trinca foi então estimada como uma função de P_c .

Os ensaios foram realizados em espécimes de MBS com espessura de 4mm com uma única trinca de comprimento variando entre 2 e 4 mm feita com uma lâmina. A geometria dos espécimes pode ser vista na Figura 2.11.

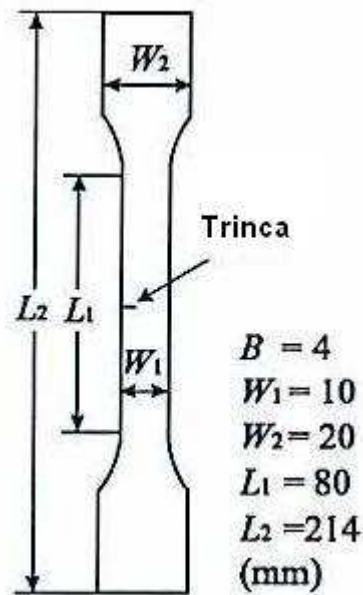


Figura 2.11 – Geometria dos corpos de prova utilizados nos ensaios. Arakawa *et al.* (2006).

A carga de impacto em tração foi aplicada usando um dispositivo, mostrado na Figura 2.12. Que utiliza uma massa em queda livre para aplicar a carga. Como mostrado na ilustração, o dispositivo é composto por um ímã, que sustenta a massa em uma determinada altura, uma carcaça de metal para converter a força impulsiva em tração, braços para montagem do espécime, e um Piezosensor para medir a carga de impacto. Um disco de borracha de 3 mm de espessura foi montado na parte superior da carcaça para atenuar vibrações de alta frequência causadas pelo impacto. Em todos os ensaios, os espécimes foram impactados por uma massa de 10 kg, solta de uma altura de 300 mm, assim, uma velocidade de aproximadamente 2,4 m/s era obtida no momento do impacto. A carga P foi desmembrada em uma carga estática P_0 , correspondente ao peso da carcaça de metal, e uma carga P' , correspondente à carga dinâmica devido ao impacto. Do mesmo modo, o deslocamento δ foi dividido em δ_0 e δ' . A medição do deslocamento foi feita por um arranjo mostrado na Figura 2.13, no qual uma fibra óptica foi colada num ponto 2 mm acima da pré-trinca para evitar danos devido à propagação dinâmica da trinca e cujo deslocamento foi capturado por um dispositivo eletroóptico (PSD).

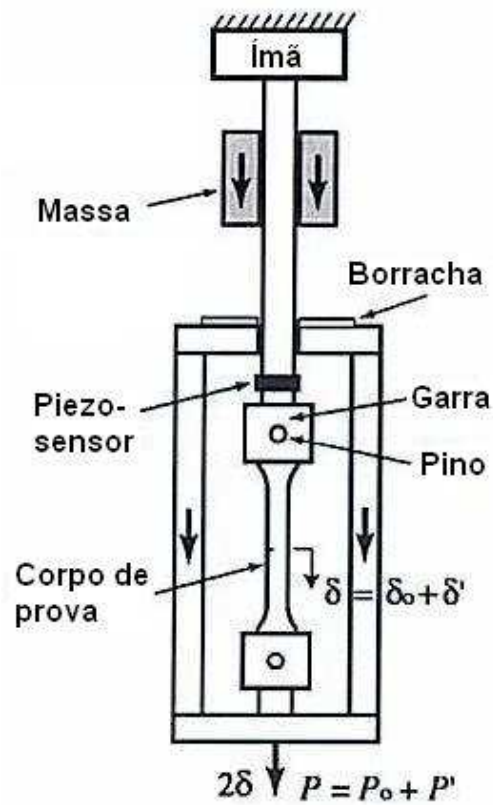


Figura 2.12 – Dispositivo utilizado nos ensaios. Arakawa *et al.* (2006).

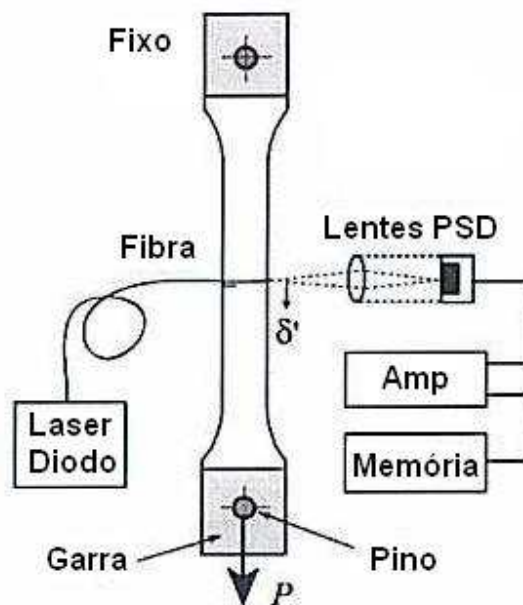


Figura 2.13 – Arranjo para medição do deslocamento. Arakawa *et al.* (2006).

A Figura 2.14 mostra a curva carga, P , versus deslocamento, δ , para o peso da carcaça. Na figura, P_0 e δ_0 indicam os valores estáticos iniciais referentes ao peso da carcaça, e P_c e δ_c denotam os valores críticos dinâmicos no início da fratura. O trabalho externo, U_{ex} , aplicado a metade do espécime é dada por,

$$U_{ex} = P_c \delta_c / 2. \quad (2.52)$$

Como mostra a equação (2.52), U_{ex} pode ser dividida em três regiões,

$$U_{ex} = E_f + E_e + E_n, \quad (2.53)$$

onde E_f é a energia de fratura criada para a nova superfície, E_e é a energia elástica, e E_n é a energia não elástica devido às deformações viscoelásticas e plásticas do espécime.

E_e e E_n são determinados a partir das seguintes hipóteses. Primeiro, E_e foi convertido em energia cinética do espécime partido após a fratura. Então, a viscosidade do material pode ser negligenciada durante a propagação da trinca a assim a mudança de P_c para δ_e ou δ_n foi elástico. Finalmente, as seguintes relações aplicam-se:

$$E_e / U_{ex} = (\delta_e - \delta_n) / \delta_c \quad \text{e} \quad E_n / U_{ex} = \delta_n / \delta_c. \quad (2.54)$$

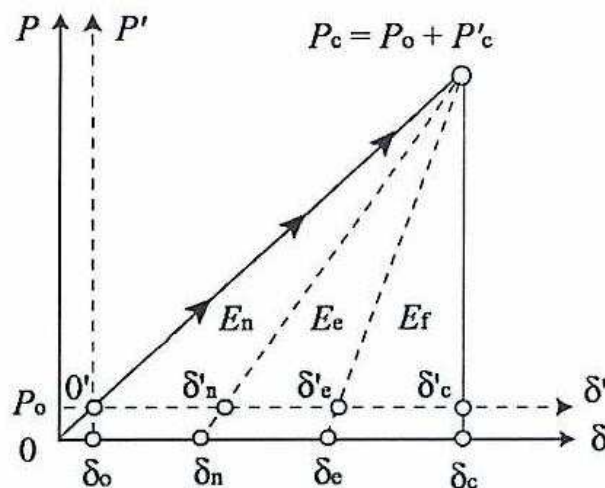


Figura 2.14 – Curva de carga, P versus deslocamento δ , para um espécime com carga inicial P_0 . Arakawa *et al.* (2006).

Na Figura 2.15 apresenta-se a curva de carga dinâmica *versus* tempo obtida nos ensaios. Observa-se que a força cresce com o tempo até o valor P'_c , no qual ocorre a propagação da trinca do corpo de provas. O tempo de queda no valor de P' de P'_c até $P'=0$ é em torno de $38 \mu\text{s}$, o que sugere uma velocidade de propagação da trinca de 190 m/s.

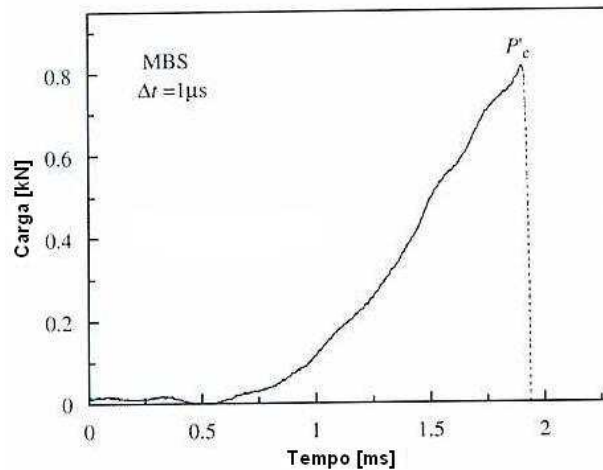


Figura 2.15 – Curva de carga dinâmica, P' *versus* tempo t . Arakawa *et al.* (2006).

A curva de deslocamento *versus* tempo é apresentada na Figura 2.16. Vê-se que o valor de deslocamento δ' cresce com o tempo até o valor δ'_c , no qual ocorre a propagação da trinca. Após esse valor, δ' cai abruptamente e apresenta oscilação amortecida em torno do valor δ_n . Note que δ_n é menor que o valor de deslocamento estático $\delta_0 = 0,05 \text{ mm}$, sugerindo a inexistência de deformação viscoelástica ou plástica residual no corpo de provas, assim, a parcela E_n na equação (2.53) poderia ser desconsiderada.

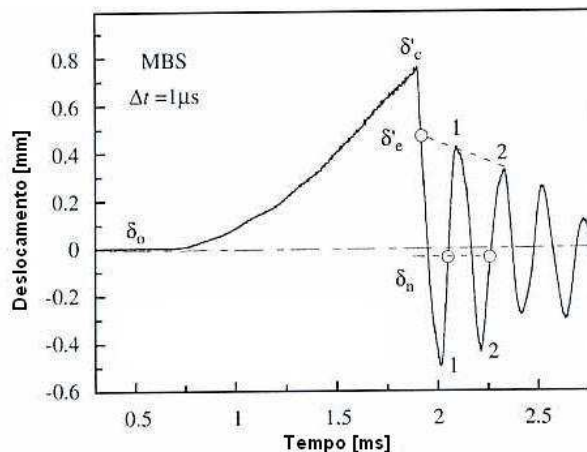


Figura 2.16 – Curva de deslocamento, δ' *versus* tempo t . Arakawa *et al.* (2006).

Os valores de P' e δ' das figuras acima podem ser plotados e são mostrados na Figura 2.17. Apesar de haver uma nítida variação na curva, é razoável considerar uma relação linear entre P' e δ' como apresentada na Figura 2.14, assim, o trabalho externo U_{ex} pode ser calculado por (2.52). A Figura 2.18 apresenta a curva trabalho externo *versus* carga de fratura, mostrando que o trabalho externo aumenta na medida que aumenta a carga de fratura.

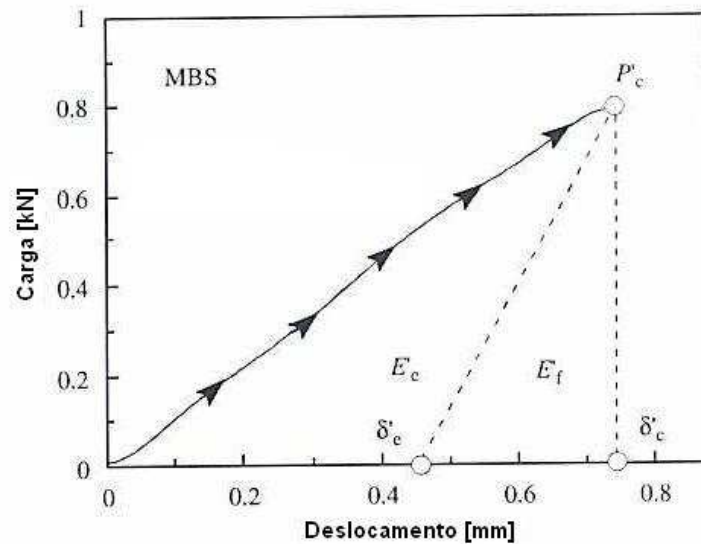


Figura 2.17 – Carga dinâmica P' *versus* deslocamento δ' . Arakawa *et al.* (2006).

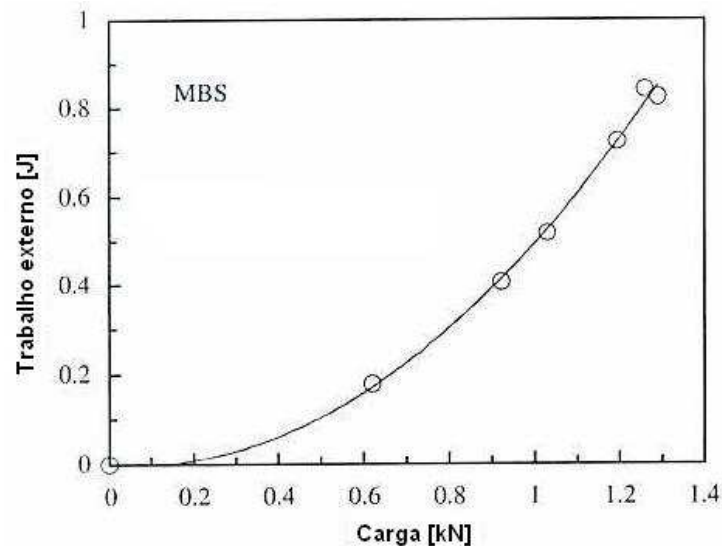


Figura 2.18 – Trabalho externo U_{ex} *versus* carga de fratura P_c . Arakawa *et al.* (2006).

Para calcular a razão de energias E_e/U_{ex} , é necessário o cálculo do deslocamento elástico δ_e após a fratura. Para isso, a amplitude das duas primeiras oscilações na Figura 2.16 foram medidas para determinar sua atenuação. Após, essa atenuação foi usada para

determinar a intersecção com a curva descendente δ' , ou seja, o valor dinâmico δ'_e após a fratura. Finalmente, δ'_e foi determinado usando a equação abaixo:

$$\delta'_e = \delta'_e (P_0 - P'_c) / P'_c. \quad (2.55)$$

Na Figura 2.19, mostra-se as razões de energias E_e/U_{ex} e E_f/U_{ex} como função da carga de fratura P'_c . Nota-se que ambas têm comportamento linear, no entanto a razão de energia elástica pelo trabalho externo, E_e/U_{ex} , decresce com o aumento de P'_c , ao passo que a razão de energia de fratura pelo trabalho externo, E_f/U_{ex} , sendo o valor de E_f/U_{ex} calculado através de (2.53), considerando $E_n = 0$, cresce com o aumento de P'_c .

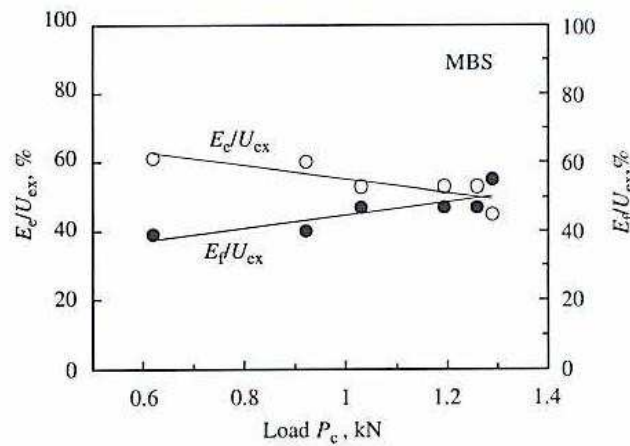


Figura 2.19 – Razões de energias em função da carga de fratura P'_c . Arakawa *et al.* (2006).

As taxas de energia liberadas foram calculadas pelas expressões abaixo,

$$G_t = U_{ex} / A_s \quad \text{e} \quad G_f = E_f / A_s, \quad (2.56)$$

onde A_s é a superfície de fratura. Os valores de G_t e G_f foram plotados como função de P'_c , como mostra a Figura 2.20. Vê-se que ambos crescem com P'_c , no entanto, G_t é muito superior a G_f , sugerindo que esteja majorado por levar em conta a parcela de energia elástica E_e . Para estudar porque G_f aumenta com P'_c , calculou-se a velocidade média em cada espécime, v_m . Como mostra Figura 2.21, v_m aumenta com P'_c e uma boa relação entre v_m e G_f foi encontrada. Isso implica que a energia consumida para geração da superfície de fratura

aumenta com a velocidade de propagação da trinca. Além disso, a superfície de fratura dos espécimes tende a ficar maior a medida que G_f aumenta.

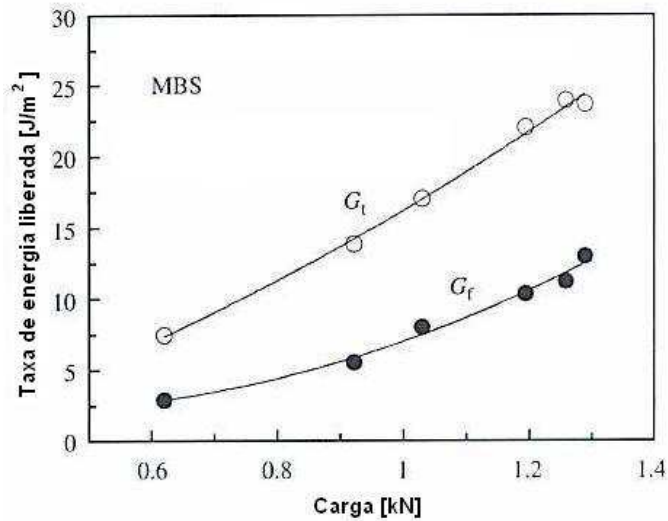


Figura 2.20 – Taxas de energias liberadas em função da carga de fratura P_c . Arakawa *et al.* (2006).

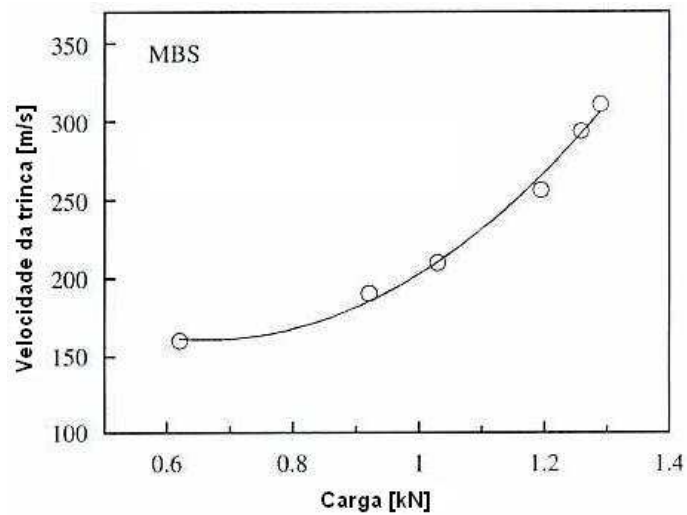


Figura 2.21 – Velocidade média de propagação da trinca em função da carga de fratura P_c . Arakawa *et al.* (2006).

3 ANÁLISE PLÁSTICA PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Os materiais estruturais, quando carregados, apresentam um comportamento elástico até que seja atingida a sua tensão de escoamento. Para valores de tensão abaixo da tensão de escoamento, a integridade de sua estrutura cristalina é mantida, de modo que, se o carregamento é removido, o material retorna ao seu estado inicial sem ser danificado. Quando o carregamento é tal, que os valores de tensão ultrapassem o valor da tensão de escoamento, começam a ocorrer deslizamentos dos planos cristalinos do material. Esse processo é irreversível, e causa uma alteração permanente na sua estrutura cristalina. Diz-se então, nesse ponto, que o material plastificou. Esse comportamento é modelado pela chamada plasticidade clássica independente da taxa de deformação. O termo “independente da taxa de deformação”, refere-se à suposição de que as deformações plásticas se desenvolvam instantaneamente independente do tempo, ou seja, independente das taxas de deformação e tensão. Embora a afirmação anterior pareça uma limitação do modelo, sua estrutura matemática pode ser utilizada para simular eventos dinâmicos tais como impacto, desde que se tenha a resposta do material a essa solicitação. No caso de materiais poliméricos, outro ponto a considerar é que o material não atinja o ponto de estrição, ou que se analise apenas materiais carregados com fibra de vidro, cujo comportamento é similar ao de materiais metálicos.

3.1 Carregamento elástico

A estrutura matemática da plasticidade clássica independente da taxa de deformação pode ser desenvolvida analisando a resposta mecânica do dispositivo friccional unidimensional ilustrado na Figura 3.1. Inicialmente, o dispositivo possui comprimento e área unitários, e é constituído por uma mola, com constante elástica E , e por um elemento de fricção de Coulomb, com constante $\sigma_Y > 0$. As constantes E e σ_Y representam respectivamente, o módulo de elasticidade e a tensão de escoamento do material. A tensão aplicada é representada por σ e a deformação total no dispositivo é representada por ε .

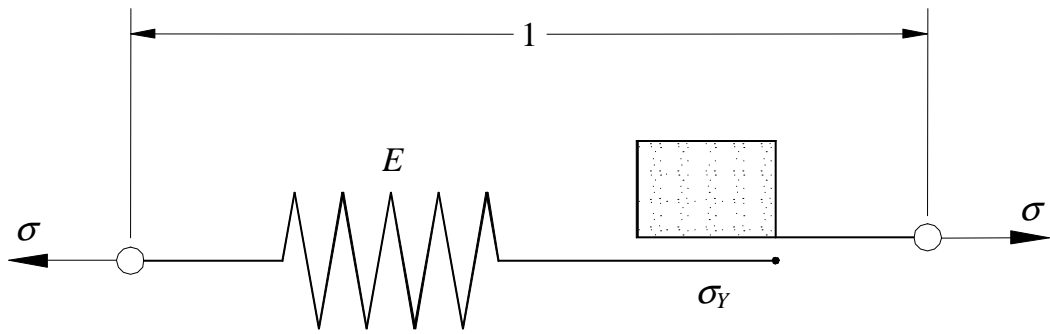


Figura 3.1 – Dispositivo friccional ilustrando a plasticidade independente da taxa.

Considera-se que o tensor deformação $\boldsymbol{\varepsilon}$ possa ser decomposto em uma parcela elástica e uma parcela plástica denotadas por $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ e $\boldsymbol{\varepsilon}^p$, respectivamente, conforme a equação abaixo:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p. \quad (3.1)$$

A equação (3.1) pode ser visualizada como a definição do tensor deformação elástico,

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p. \quad (3.2)$$

O tensor tensão $\boldsymbol{\sigma}$ é relacionado com a deformação elástica $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ por meio da função de energia armazenada $\mathbf{W} : B \times S \rightarrow \mathfrak{R}$ de acordo com a relação hyperelástica

$$\boldsymbol{\sigma}(x, t) = \frac{\partial \mathbf{W}[x, \boldsymbol{\varepsilon}^e(x, t)]}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e}. \quad (3.3)$$

Para elasticidade linear, \mathbf{W} é uma forma quadrática na deformação elástica, ou seja,

$\mathbf{W} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbf{L} : \boldsymbol{\varepsilon}^e$, onde \mathbf{L} é o tensor módulo elástico, o qual é suposto ser constante. Assim,

(3.1) e (3.3) implicam em,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p). \quad (3.4)$$

3.2 Resposta plástica irreversível

A característica essencial do escoamento plástico é sua irreversibilidade. Essa propriedade básica é construída pela seguinte formulação. Simo e Hugues (1998):

i. *Domínio elástico e condição de escoamento.* Define-se a função $f : S \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}$, chamada de critério de escoamento, e restringe os estados admissíveis $\{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}\} \in S \times \mathfrak{R}^m$ no espaço de tensão a permanecer no conjunto E_σ definido por,

$$E_\sigma := \{(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in S \times \mathfrak{R}^m \mid f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \leq 0\}. \quad (3.5)$$

O interior de E_σ , denotado por $\text{int}(E_\sigma)$ é dado por

$$\text{int}(E_\sigma) := \{(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in S \times \mathfrak{R}^m \mid f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) < 0\}, \quad (3.6)$$

é o domínio elástico; enquanto o contorno de E_σ , denotado por ∂E_σ e definido por

$$\partial E_\sigma := \{(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in S \times \mathfrak{R}^m \mid f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0\}, \quad (3.7)$$

é chamado de superfície de escoamento no espaço de tensão. Note que, $E_\sigma = \text{int}(E_\sigma) \cup \partial E_\sigma$. Note também que os estados $\{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}\}$ fora de E_σ são não-admissíveis e são eliminados na plasticidade clássica.

ii. *Regra de escoamento e lei de encruamento. Condições de carga e descarga.* Agora, introduz-se a noção de irreversibilidade do escoamento plástico seguindo as equações evolucionárias para $\{\boldsymbol{\varepsilon}^p, \mathbf{q}\}$, chamadas regra de escoamento e lei de encruamento, respectivamente,

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p &= \gamma \mathbf{r}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}), \\ &\text{e} \\ \dot{\mathbf{q}} &= -\gamma \mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Aqui \mathbf{r} e \mathbf{h} são funções prescritas, as quais definem a direção do escoamento plástico e o tipo de encruamento. O parâmetro $\gamma \geq 0$ é uma função não-negativa, chamada de parâmetro de consistência, o qual é suposto obedecer as condições de complementariedade de Kuhn-Tucker:

$$\begin{aligned} \gamma \geq 0, \quad f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \leq 0, \\ &\text{e} \\ \gamma f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) &= 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Em adição às condições (3.9), $\gamma \geq 0$ satisfaz a condição de consistência

$$\gamma \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0. \quad (3.10)$$

As condições (3.9) e (3.10) levam à noção intuitiva de carregamento plástico e descarregamento elástico.

3.3 Interpretação das condições de complementariedade de Kuhn-Tucker

A Figura 3.2 traz a representação gráfica do domínio elástico e dos estados de tensão admissíveis. Em vista dessa figura, podem ocorrer as seguintes situações:

- a. Primeiro considere o caso no qual $\{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}\} \in \text{int}(E_\sigma)$ então, de acordo com (3.6), $f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) < 0$. Por essa razão, da condição (3.9)₃, conclui-se que

$$\gamma f = 0 \text{ e } f < 0 \Rightarrow \gamma = 0. \quad (3.11)$$

Então, de (3.8) segue que $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = 0$ e $\dot{\mathbf{q}} = 0$. Desse modo, (3.1) fica, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$, e a equação (3.4) em forma de taxa fica,

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \equiv \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e. \quad (3.12)$$

Chama-se o tipo de resposta em (3.12) de instantaneamente elástica.

- b. Agora, supondo que $\{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}\} \in \partial E_\sigma$, o que, em vista de (3.7) implica em $f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$. Então a condição (3.9)₃ é automaticamente satisfeita mesmo se $\gamma > 0$. Se γ é realmente positivo ou zero é concluído pela condição de consistência (3.10). Duas situações podem surgir:

- i.b Primeira, se $\dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) < 0$, de (3.10) conclui-se que

$$\gamma \dot{f} = 0 \text{ e } \dot{f} < 0 \Rightarrow \gamma = 0. \quad (3.13)$$

Então, novamente de (3.8), $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = 0$ e $\dot{\mathbf{q}} = 0$. Como (3.12) confirma-se e $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ estão sobre ∂E_σ , este tipo de resposta é chamada descarga de um estado plástico.

- ii.b Segunda, se $\dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$, a condição (3.10) é automaticamente satisfeita. Se $\gamma > 0$, então $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \neq 0$ e $\dot{\mathbf{q}} \neq 0$, uma situação chamada de carregamento plástico. O caso $\gamma = 0$ (e $\dot{f} = 0$) é chamado carregamento neutro.

Sumarizando, tem-se as seguintes situações possíveis e correspondentes definições para quaisquer $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in E_\sigma$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f < 0 \Leftrightarrow (\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in \text{int}(E_\sigma) \Rightarrow \gamma = 0 \text{ (elástico)} \\ f = 0 \Leftrightarrow (\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in \partial E_\sigma \left\{ \begin{array}{l} \dot{f} < 0 \Rightarrow \gamma = 0 \text{ (descarga elástica)} \\ \dot{f} = 0 \Rightarrow \gamma = 0 \text{ (carga neutra)} \\ \dot{f} = 0 \Rightarrow \gamma > 0 \text{ (carga plástica).} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.14)$$

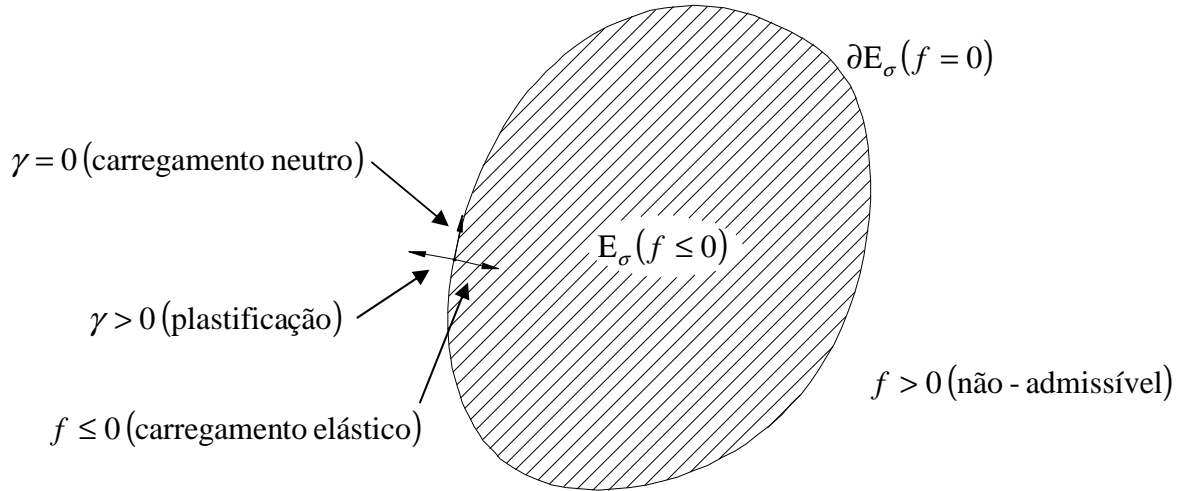


Figura 3.2 – Domínio elástico e estados de tensão admissíveis.

3.4 Condição de consistência e módulo elastoplástico tangente

Para explorar a condição (3.10), inicia-se avaliando a derivada temporal de $f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in E_\sigma$. Usando a regra da cadeia, juntamente com a relação tensão-deformação (3.4) em forma de taxa, a regra de escoamento, e a lei de encruamento em (3.8), encontra-se

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \partial_\sigma f : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \partial_q f \cdot \dot{\mathbf{q}} \\ &= \partial_\sigma f : \mathbf{L} : [\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p] + \partial_q f \cdot \dot{\mathbf{q}} \\ &= \partial_\sigma f : \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \gamma [\partial_\sigma f : \mathbf{L} : \mathbf{r} + \partial_q f \cdot \mathbf{h}] \leq 0. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Para continuar a análise, é necessária uma suposição sobre a estrutura da regra de escoamento e lei de encruamento em (3.8). Explicitamente, faz-se a seguinte hipótese.

Hipótese 3.1: A regra de escoamento, a lei de encruamento, e a condição de escoamento no espaço de tensão são tais que a seguinte inequação é satisfeita:

$$|\partial_\sigma f : \mathbf{L} : \mathbf{r} + \partial_q f \cdot \mathbf{h}| > 0, \quad (3.16)$$

para todos os estados admissíveis $\{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}\} \in \partial E_\sigma$. Esta hipótese sempre é satisfeita para o caso de plasticidade perfeita associativa. Segue de (3.10) que,

$$\dot{f} = 0 \Leftrightarrow \gamma = \frac{\langle \partial_\sigma f : \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle}{\partial_\sigma f : \mathbf{L} : \mathbf{r} + \partial_q f \cdot \mathbf{h}}, \quad (3.17)$$

onde $\langle x \rangle := [x + |x|]/2$ é a função rampa. Observando (3.16) e (3.17), também conclui-se que

$$\begin{aligned} &\text{para } f = 0 \text{ e } \dot{f} = 0, \\ &\gamma \geq 0 \Leftrightarrow \partial_\sigma f : \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \geq 0. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Esta relação provê uma interpretação geométrica útil das condições de carregamento plástico e carregamento neutro em (3.14), a qual é ilustrada na Figura 3.3. Carregamento plástico ou carregamento neutro ocorrem num ponto $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in \partial E_\sigma$ se o ângulo do produto interno definido pelo tensor elástico \mathbf{L} entre a normal $\partial_\sigma f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ de ∂E_σ em $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ e a taxa de deformação $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ é menor ou igual a 90° . Finalmente, de acordo com (3.4) e (3.8),

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{L} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) = \mathbf{L} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \gamma \mathbf{r}). \quad (3.19)$$

Então, substituindo (3.17) em (3.19) chega-se a taxa de mudança de $\boldsymbol{\sigma}$ em termos da taxa de deformação total $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ como

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{L}^{ep} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (3.20)$$

onde \mathbf{L}^{ep} é o chamado tensor módulo elastoplástico tangente, dado pela expressão

$$\mathbf{L}^{ep} = \begin{cases} \mathbf{L} & \text{se } \gamma = 0, \\ \mathbf{L} - \frac{\mathbf{L} : \mathbf{r} \otimes \mathbf{L} : \partial_\sigma f}{\partial_\sigma f : \mathbf{L} : \mathbf{r} + \partial_q f \cdot \mathbf{h}} & \text{se } \gamma > 0. \end{cases} \quad (3.21)$$

Note que \mathbf{L}^{ep} é geralmente não-simétrico para $\mathbf{r}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ arbitrários, exceto no caso para o qual

$$\mathbf{r}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = \partial_\sigma f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}), \quad (3.22)$$

o qual tem significado especial e é chamada regra de escoamento associativa.

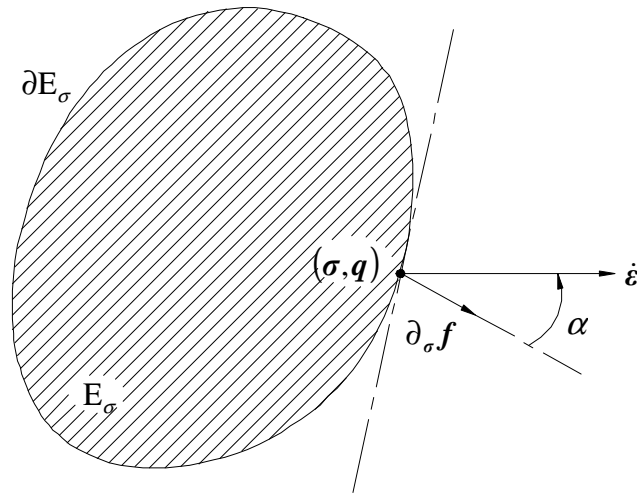


Figura 3.3 – Carregamento plástico em $(\sigma, q) \in \partial E_\sigma$.

Uma forma alternativa das condições de carga e descarga é formulada em termos da chamada, taxa de tensão teste, definida como,

$$\dot{\sigma}^{teste} := \mathbf{L} : \dot{\epsilon}, \quad (3.23)$$

declarando um processo elástico sempre que,

$$\begin{aligned} f(\sigma, q) &= 0 \\ \text{e} \\ \partial_\sigma f(\sigma, q) : \dot{\sigma}^{teste} &> 0. \end{aligned} \quad (3.24)$$

O fato desta condição ser equivalente às condições de Kuhn-Tucker vem de (3.23) e (3.17), notando que, para $f(\sigma, q) = 0$,

$$\dot{f} = 0 \Leftrightarrow \gamma = \frac{\partial_\sigma f : \dot{\sigma}^{teste}}{\partial_\sigma f : \mathbf{L} : \mathbf{r} + \partial_q f \cdot \mathbf{h}}. \quad (3.25)$$

Consequentemente, como a hipótese 3.1 é válida,

$$\gamma > 0 \Leftrightarrow \partial_\sigma f : \dot{\sigma}^{teste} > 0, \text{ para } \dot{f} = \dot{f} = 0, \quad (3.26)$$

e a equivalência entre (3.24) e as condições de Kuhn-Tucker procede. A interpretação geométrica simples para $\dot{\sigma}^{teste} := \mathbf{L} : \dot{\epsilon}$ deve ser notada e é ilustrada na Figura 3.4. Observa-se que $\mathbf{L} : \dot{\epsilon}$ é a taxa de tensão obtida pelo “congelamento” da evolução do escoamento plástico e variáveis internas, ou seja, fazendo $\dot{\epsilon}^p = 0$ e $\dot{q} = 0$, por isso o nome taxa de tensão teste elástica.

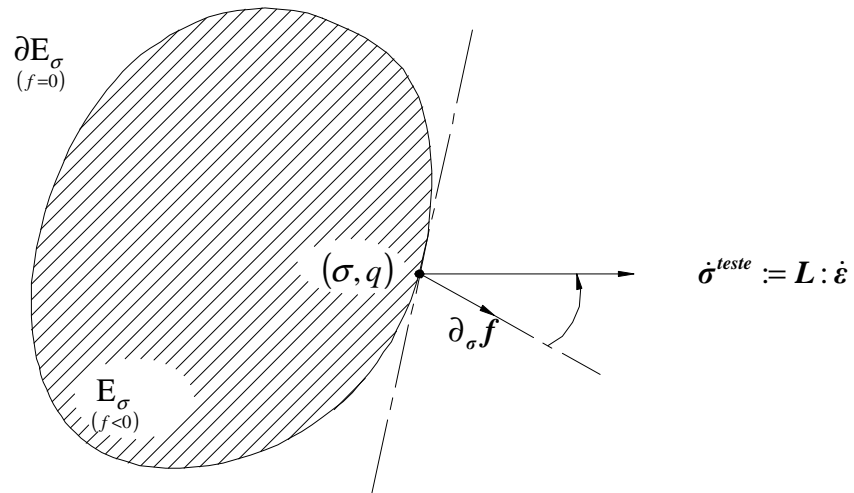


Figura 3.4 – Condições de carga/descarga em termos do estado de tensão elástico teste.

i. Relação tensão-deformação elástica

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \mathbf{W}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{L} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p)$$

$$\mathbf{L} := \frac{\partial^2 \mathbf{W}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^2} = \text{constante (módulo elástico)}$$

ii. Domínio elástico no estado de tensão

$$\mathbf{E}_\sigma := \{(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \in \mathcal{S} \times \mathfrak{X}^m \mid f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \leq 0\}$$

iii. Condição de escoamento e lei de encruamento**iii.a. Modelo geral não-associativo**

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \gamma \mathbf{r}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$$

$$\dot{\mathbf{q}} = -\gamma \mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$$

iii.b. Caso associativo (particular)

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \gamma \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

$$\dot{\mathbf{q}} = -\gamma \mathbf{D} : \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}}$$

\mathbf{D} = matriz módulo plástico

iv. Condições de Kuhn-Tucker

$$\gamma \geq 0, \quad f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \leq 0, \quad \gamma f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$$

v. Condição de consistência

$$\gamma \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$$

Tabela 3.1 - Plasticidade clássica independente da taxa. Simo e Hugues (1998).

3.5 Formulação de elementos finitos

No pacote comercial de elementos finitos utilizado, as tensões são representadas por uma função das componentes individuais $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$, que pode ser interpretado como uma tensão equivalente, σ_e :

$$\sigma_e = F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}). \quad (3.27)$$

Quando a tensão equivalente atingir a tensão de escoamento uniaxial σ_Y , no escoamento isotrópico, o material irá deformar-se plasticamente. Por outro lado, se σ_e for inferior a σ_Y o material permanecerá no regime elástico e as tensões desenvolver-se-ão de acordo com as relações tensão-deformação elásticas. Deve-se notar que a tensão equivalente nunca poderá exceder o limite de escoamento sem que ocorram deformações plásticas instantaneamente, reduzindo os níveis de tensão para a tensão de escoamento,

$$F = \sigma_Y. \quad (3.28)$$

O algoritmo utilizado para o cálculo do incremento de deformação plástica é o **algoritmo do retorno radial** com integração implícita no tempo, e segue os seguintes passos:

1. A tensão σ_k que iniciará o escoamento subsequente do material é determinada inicialmente através da equação (3.28) para o passo de tempo atual. Em geral é tomada a tensão de escoamento na temperatura em que o corpo se encontra no momento, mas no caso particular desse estudo a variação da temperatura não foi levada em conta;

2. O estado de tensão teste é computado com base na deformação teste $\boldsymbol{\varepsilon}^{teste}$, que será definida como a diferença entre a deformação total e a deformação plástica no tempo anterior, sendo ignorados quaisquer efeitos de temperatura e demais fatores, assim,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_n^{teste} = \boldsymbol{\varepsilon}_n - \boldsymbol{\varepsilon}_{n-1}^p, \quad (3.29)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{teste} = \mathbf{L} : \boldsymbol{\varepsilon}^{teste}. \quad (3.30)$$

3. Através de (3.27) são obtidos os valores de tensão equivalente σ_e . Se σ_e for inferior à tensão para escoamento subsequente σ_k , então o material estará no regime elástico e nenhum incremento de deformação plástica será computado;

4. Se a tensão exceder o escoamento subsequente σ_k do material, o coeficiente de deformação plástica γ será determinado utilizando o processo iterativo de Newton-Raphson;

5. O incremento de deformação plástica $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p$ é aproximado por:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p = \gamma \left\{ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}; \quad (3.31)$$

6. Então a deformação plástica é atualizada,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_n^p = \boldsymbol{\varepsilon}_{n-1}^p + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad (3.32)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon}^{teste} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p; \quad (3.33)$$

7. A localização do centro da superfície de escoamento \mathbf{q} será atualizada por,

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{q}_{n-1} + \Delta \mathbf{q}; \quad (3.34)$$

8. O parâmetro N representa uma taxa de tensão, que indicará escoamento para valores iguais ou maiores que 1, e naturalmente, os valores menores que 1 indicam que o material permanece no estado elástico,

$$N = \frac{\sigma_e}{\sigma_Y}, \quad (3.35)$$

sendo os valores de tensão equivalente σ_e calculados utilizando as tensões teste $\boldsymbol{\sigma}^{teste}$;

9. O incremento de deformação plástica equivalente é calculado por:

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \left(\frac{2}{3} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{pT} : \mathbf{M} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (3.36)$$

10. E a deformação plástica equivalente é então atualizada:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{pl} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n-1}^{pl} + \Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}; \quad (3.37)$$

11. Finalmente, a tensão plástica equivalente para o passo atual será,

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{e_n}^{pl} = \sigma_Y + \frac{E \cdot E_{T_n}}{E - E_{T_n}} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{pl}. \quad (3.38)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material e E_{T_n} é o módulo elastoplástico tangente no passo de tempo atual. Note que $\hat{\sigma}_{e_n}^{pl}$ será o valor da tensão de escoamento subsequente σ_k para o próximo passo de tempo.

A deformação plástica equivalente e os parâmetros de tensão equivalente são desenvolvidos de acordo com a opção de encruamento utilizado, que no caso foi o modo de Encruamento Isotrópico Multilinear mostrado na Figura 3.5. Esta opção utiliza o critério de von Mises associado com a regra de escoamento e o encruamento isotrópico.

A tensão equivalente utilizada na regra de escoamento é calculada por:

$$\sigma_e = \left[\frac{3}{2} \mathbf{S}^T : \mathbf{M} : \mathbf{S} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.39)$$

e a regra de escoamento RE é definida por:

$$RE = \left[\frac{3}{2} \mathbf{S}^T : \mathbf{M} : \mathbf{S} \right]^{\frac{1}{2}} - \sigma_k = 0. \quad (3.40)$$

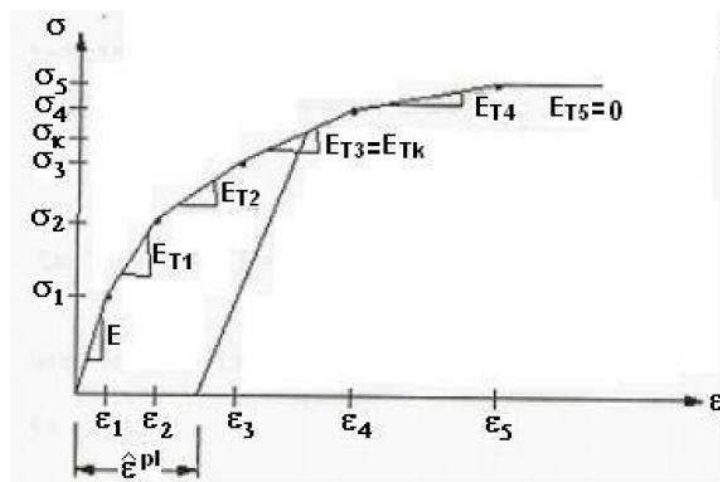


Figura 3.5 – Determinação de σ_k no encruamento isotrópico multilinear. Ansys manual.

O vetor tensão deviatória S é dado pela equação (3.41). O escoamento é independente do estado de tensão hidrostática. Dessa forma, no encruamento isotrópico, σ_k é uma função do trabalho de encruamento realizado,

$$S = \sigma - \sigma_h [111000]^T, \quad (3.41)$$

$$\sigma_h = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z), \quad (3.42)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L} : \boldsymbol{\varepsilon}^e, \quad (3.43)$$

onde,

σ_h é a tensão hidrostática;

σ_k é a tensão para escoamento subsequente;

σ_x é a tensão na direção do eixo x;

σ_y é a tensão na direção do eixo y;

σ_z é a tensão na direção do eixo z;

$\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor tensão elástico;

\mathbf{L} é a matriz módulo elástico do elemento.

3.6 Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson possui algumas variações e neste estudo será abordado o algoritmo na versão completa (Full Newton-Raphson Method). Devido à sua taxa quadrática de convergência anisotrópica, ele tende a ser relativamente mais robusto e eficiente na solução de equações incrementais de elementos finitos não-lineares.

Uma iteração k no método de Newton-Raphson consiste em resolver a versão linearizada da equação de equilíbrio incremental para um vetor de deslocamento da iteração, Owen (2002).

$$\mathbf{K}_T \delta \mathbf{u}^{(k)} = -\mathbf{r}^{(k-1)}. \quad (3.44)$$

Sendo o vetor residual $\mathbf{r}^{(k-1)}$ é definido como a diferença entre as forças internas e externas,

$$\mathbf{r}^{(k-1)} = \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{u}_{n+1}^{(k-1)}) - \mathbf{f}_{n+1}^{\text{ext}}, \quad (3.45)$$

e \mathbf{K}_T é a matriz de rigidez tangente global,

$$\mathbf{K}_T = \left. \frac{\delta \mathbf{r}}{\delta \mathbf{r}_{n+1}} \right|_{\mathbf{u}_{n+1}^{(k-1)}}. \quad (3.46)$$

De posse da solução $\delta \mathbf{u}^{(k)}$ do sistema linear, é possível aplicar a correção de Newton para o deslocamento global,

$$\mathbf{u}_{n+1}^{(k)} = \mathbf{u}_{n+1}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}^{(k)}. \quad (3.47)$$

Na Figura 3.6 é apresentado um esquema ilustrativo do funcionamento do método de Newton-Raphson. Nele é possível verificar que o processo iterativo se repete até que após uma iteração m , o critério de convergência é satisfeito por respeitar uma tolerância de convergência de equilíbrio Tol suficientemente pequena,

$$\frac{|\mathbf{r}^{(m)}|}{f_{n+1}^{ext}} \leq Tol. \quad (3.48)$$

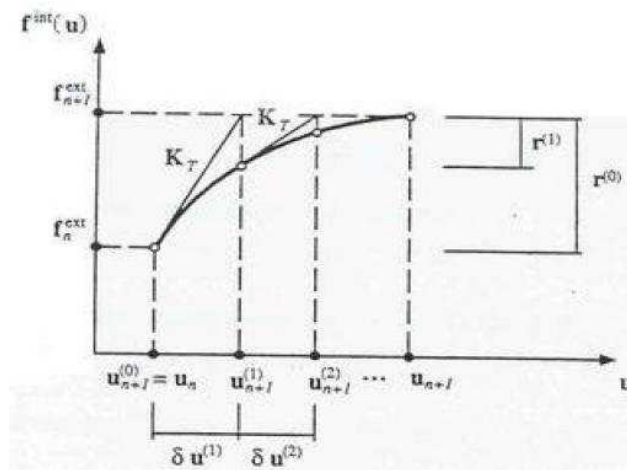


Figura 3.6 – Algoritmo de Newton-Raphson para a equação de equilíbrio de elementos finitos incremental. Owen (2002).

Dessa forma o vetor de deslocamento correspondente, $\mathbf{u}_{(n+1)}^{(m)}$, é tomado como uma solução suficientemente próxima da equação incremental de elementos finitos não-lineares, equação (3.49).

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_{n+1}^{(m)}. \quad (3.49)$$

Para iniciar o processo iterativo é necessário ainda uma estimativa inicial, $\mathbf{u}_{(n+1)}^{(0)}$, que normalmente é tomada como sendo o vetor de deslocamentos convergidos no final do incremento anterior a este, equação (3.50).

$$\mathbf{u}_{(n+1)}^{(0)} = \mathbf{u}_n \text{ ou } \mathbf{u}_{(n+1)}^{(0)} = 0. \quad (3.50)$$

4 EXTENSOMETRIA

Extensometria trata da análise experimental de tensões. Nela, as deformações específicas podem ser determinadas pela variação da resistência elétrica de **extensômetros elétricos de resistência (EER)**, também chamados *strain-gages*. O tipo mais comum em ensaios de estruturas é do tipo fole, conforme mostrado na Figura 4.1. Dependendo do tipo de base e do material metálico resistente, os EER terão suas características e aplicações definidas.

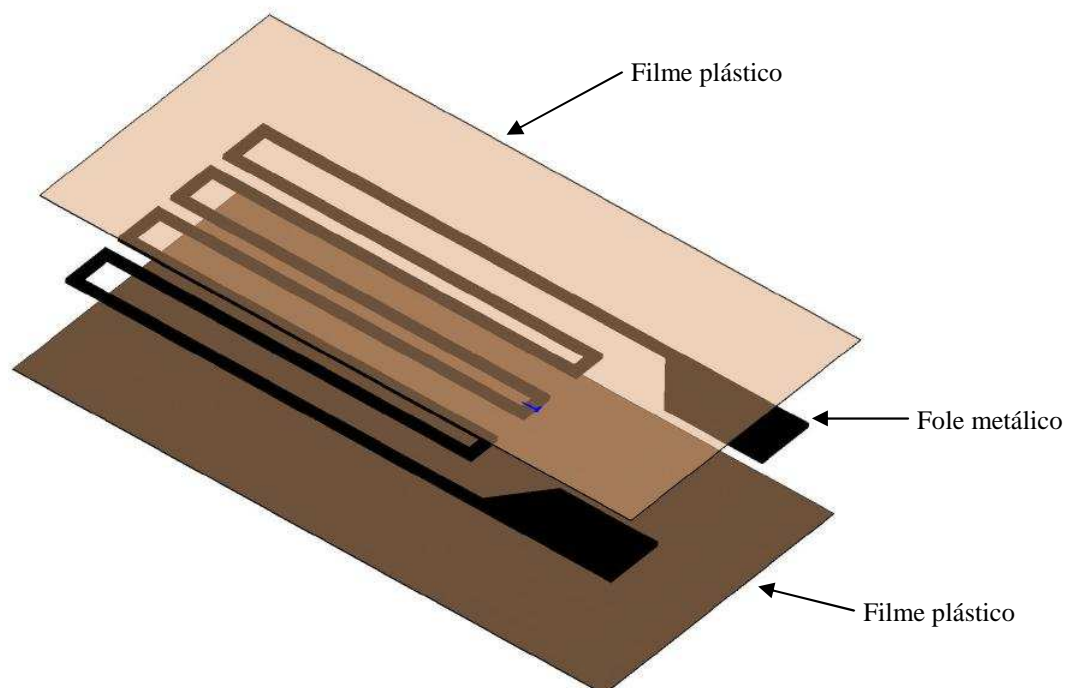


Figura 4.1 – Esquema físico de um EER.

O princípio básico de funcionamento é que a resistência elétrica R de um fio condutor é função do seu comprimento l , da área da seção transversal A e da resistividade λ do seu material, conforme a equação (4.1) abaixo:

$$R = \lambda \frac{l}{A}. \quad (4.1)$$

A equação (4.1) permite escrever então que,

$$R = g(\lambda, l, A). \quad (4.2)$$

Diferenciando (4.2) tem-se,

$$dR = \underbrace{\frac{\partial R}{\partial \lambda}}_1 d\lambda + \underbrace{\frac{\partial R}{\partial l}}_2 dl + \underbrace{\frac{\partial R}{\partial A}}_3 dA. \quad (4.3)$$

Desenvolvendo cada uma das derivadas parciais vem,

$$"1" = \frac{\partial R}{\partial \lambda} = \frac{l}{A}, \quad (4.4)$$

$$"2" = \frac{\partial R}{\partial l} = \frac{\lambda}{A}, \quad (4.5)$$

$$"3" = \frac{\partial R}{\partial A} = \frac{\partial(\lambda l A^{-1})}{\partial A} = -\lambda l A^{-2}. \quad (4.6)$$

Substituindo as derivadas parciais em (4.3) tem-se,

$$dR = \frac{l}{A} d\lambda + \frac{\lambda}{A} dl - \frac{\lambda l}{A^2} dA. \quad (4.7)$$

Dividindo (4.7) por (4.1), tem-se,

$$\frac{dR}{R} = \underbrace{\frac{d\lambda}{\lambda}}_4 + \frac{dl}{l} - \underbrace{\frac{dA}{A}}_5. \quad (4.8)$$

O termo "5" da equação (4.8) também pode ser colocado em função de dL/L .
Supondo uma seção transversal retangular de dimensões $u \times p$ do fio condutor ($A = up$).
Assim, desenvolvendo tem-se,

$$dA = \frac{\partial A}{\partial u} du + \frac{\partial A}{\partial p} dp,$$

$$dA = u dp + p du,$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{u dp}{up} + \frac{p du}{up}$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{dp}{p} + \frac{du}{u},$$

$$\frac{dA}{A} = \varepsilon_z + \varepsilon_y,$$

$$\frac{dA}{A} = -\nu \frac{dl}{l} - \nu \frac{dl}{l},$$

$$\frac{dA}{A} = -2\nu \frac{dl}{l}, \quad (4.9)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson do material do fio condutor.

O termo “4” da equação (4.8) também pode ser escrito em função de dl/l . De acordo com as experiências de Bridgman, tem-se,

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = D \frac{dV}{V}, \quad (4.10)$$

onde,

$$V = pul, \quad (4.11)$$

é o volume do fio condutor e D é a chamada constante de Bridgman.

Desenvolvendo a equação (4.11), vem,

$$\begin{aligned} dV &= \frac{\partial V}{\partial p} dp + \frac{\partial V}{\partial u} du + \frac{\partial V}{\partial L} dl, \\ dV &= ul dp + pl du + pu dl, \\ \frac{dV}{V} &= \frac{dp}{p} + \frac{du}{u} + \frac{dl}{l}, \\ \frac{dV}{V} &= -\nu \frac{dl}{l} - \nu \frac{dl}{l} + \frac{dl}{l}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Substituindo (4.12) em (4.10), vem,

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = D \left(-\nu \frac{dl}{l} - \nu \frac{dl}{l} + \frac{dl}{l} \right). \quad (4.13)$$

Levando (4.9) e (4.13) à (4.8), tem-se,

$$\begin{aligned} \frac{dR}{R} &= D \left(-\nu \frac{dl}{l} - \nu \frac{dl}{l} + \frac{dl}{l} \right) + \frac{dl}{l} + 2\nu \frac{dl}{l}, \\ \frac{dR}{R} &= [(1+2\nu) + D(1-2\nu)] \frac{dl}{l}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Chamando $k = [(1+2\nu) + D(1-2\nu)]$, chega-se finalmente a,

$$\frac{dR}{R} = k \frac{dl}{l}, \quad (4.15)$$

ou, simplesmente,

$$\frac{dR}{R} = k \varepsilon_x. \quad (4.16)$$

A constante k aqui utilizada, é conhecida pelo seu nome em inglês, *gage-factor*, e é uma característica do EER, normalmente fornecida pelo fabricante. Assim, fica claro que é possível conhecer a deformação ε_x no ponto onde foi colocado o EER, bastando para isso, conhecer a variação de sua resistência elétrica.

4.1 Circuito em ponte de Wheatstone

Devido às imprecisões e dificuldades de se fazer a leitura direta da variação de resistência elétrica em função da deformação no EER, normalmente utiliza-se circuitos que, a partir de leituras de tensão, fornecem de forma indireta esta variação de resistência. O circuito em ponte de Wheatstone, mostrado na Figura 4.2, desempenha esse papel, e pode ser usado para aplicações tanto estáticas como dinâmicas.

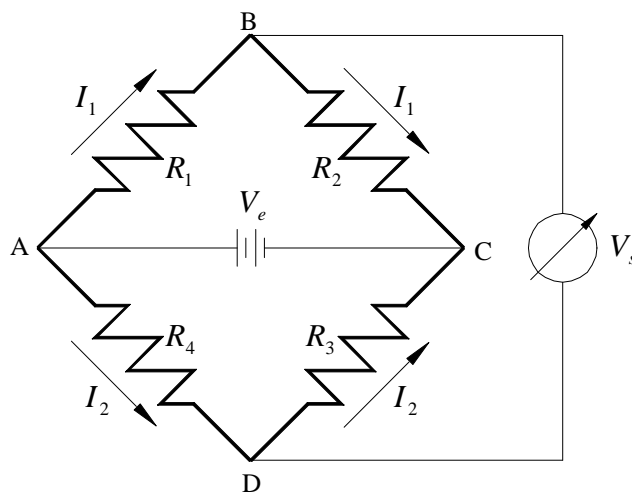


Figura 4.2 – Ponte de Wheatstone.

Aplicando-se a lei de Ohm, tem-se que,

$$V_{AC} = V_e = (R_1 + R_2)I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V_e}{R_1 + R_2}, \quad (4.17)$$

$$V_{AC} = V_e = (R_3 + R_4)I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{V_e}{R_3 + R_4}. \quad (4.18)$$

Ainda aplicando a lei de Ohm, tem-se também,

$$V_{AB} = R_1 I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_e, \quad (4.19)$$

$$V_{AD} = R_4 I_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_e. \quad (4.20)$$

Sendo V_s a leitura realizada, partindo das equações anteriores tem-se,

$$V_s = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_e - \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_e, \quad (4.21)$$

$$V_s = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_e = \frac{\begin{vmatrix} R_1 & R_2 \\ R_4 & R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + R_2) & 0 \\ 0 & (R_3 + R_4) \end{vmatrix}} V_e. \quad (4.22)$$

A tensão V_s lida será igual a zero e a ponte considerada em equilíbrio se,

$$R_1 R_3 = R_2 R_4. \quad (4.23)$$

Com a ponte em equilíbrio, aplica-se um carregamento na estrutura senseada, o que resulta na deformação dos EER. A leitura $V_s = 0$, obtida para a ponte em equilíbrio, passa então a ser $\Delta V_s \neq 0$,

$$\Delta V_s = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + \Delta R_1 & R_2 + \Delta R_2 \\ R_4 + \Delta R_4 & R_3 + \Delta R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2) & 0 \\ 0 & (R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4) \end{vmatrix}} V_e = \frac{M}{N} V_e. \quad (4.24)$$

Desenvolvendo M , vem,

$$M = (R_1 + \Delta R_1)(R_3 + \Delta R_3) - (R_4 + \Delta R_4)(R_2 + \Delta R_2),$$

$$M = R_1 R_3 + R_1 \Delta R_3 + \Delta R_1 R_3 + \underbrace{\Delta R_1 \Delta R_3}_{\text{segunda ordem}} - R_4 R_2 - R_4 \Delta R_2 - \Delta R_4 R_2 - \underbrace{\Delta R_4 \Delta R_2}_{\text{segunda ordem}},$$

$$M = R_1 \Delta R_3 + \Delta R_1 R_3 - R_4 \Delta R_2 - \Delta R_4 R_2,$$

$$M = R_1 R_3 \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_3}{R_3} \right) + R_2 R_4 \left(-\frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right),$$

$$M = R_1 R_3 \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right). \quad (4.25)$$

Desenvolvendo N , vem,

$$N = (R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4). \quad (4.26)$$

Desprezando os termos de segunda ordem e os produtos $\Delta R_i R_j$, ($i, j = 1 \dots 4$), que são muito pequenos comparados com os produtos $R_i R_j$, tem-se,

$$N = R_1 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4,$$

$$N = R_1 R_4 + 2R_1 R_3 + R_2 R_3,$$

$$N = \frac{R_2}{R_2} R_1 R_4 + 2R_1 R_3 + R_2 R_3,$$

$$N = \frac{R_1}{R_2} R_1 R_3 + 2R_1 R_3 + R_2 R_3,$$

$$N = \frac{R_1^2 R_3}{R_2} + 2R_1 R_3 + R_2 R_3,$$

$$N = \frac{R_3}{R_2} (R_1^2 + 2R_1 R_2 + R_2^2),$$

$$N = \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2} (R_1 + R_2)^2, \quad (4.27)$$

Substituindo os valores de M e N em (4.24),

$$\Delta V_s = \frac{M}{N} V_e = R_1 R_3 \underbrace{\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)}_A \underbrace{\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2 R_1 R_3}}_{1/N} V_e,$$

$$\Delta V_s = V_e \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right). \quad (4.28)$$

Da equação (4.16) tem-se que $dR/R = k\varepsilon_x$, e a equação anterior passa a ser escrita como,

$$\Delta V_s = V_e \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} (k_1 \varepsilon_{x1} - k_2 \varepsilon_{x2} + k_3 \varepsilon_{x3} - k_4 \varepsilon_{x4}). \quad (4.29)$$

Normalmente utilizam-se EER's iguais entre si, o que resulta em $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ e $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k$. Assim, a última equação pode ser simplificada,

$$\Delta V_s = V_e \frac{RR}{(R+R)^2} (k\varepsilon_{x1} - k\varepsilon_{x2} + k\varepsilon_{x3} - k\varepsilon_{x4}),$$

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k(\varepsilon_{x1} - \varepsilon_{x2} + \varepsilon_{x3} - \varepsilon_{x4}). \quad (4.30)$$

Uma observação importante é que caso se tenha 4 EER's medindo deformações num “mesmo ponto” da estrutura, ou seja, $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{x2} = \varepsilon_{x3} = \varepsilon_{x4} = \varepsilon$, tem-se,

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k(\varepsilon_x - \varepsilon_x + \varepsilon_x - \varepsilon_x) = 0, \quad (4.31)$$

e conseqüentemente, a leitura que se faz com o voltímetro seria nula, o que tornaria o ensaio com esta configuração totalmente equivocado. Para contornar esse problema, pode-se colar os EER's em posições da estrutura com medidas simétricas, por exemplo, como mostrado na Figura 4.3.

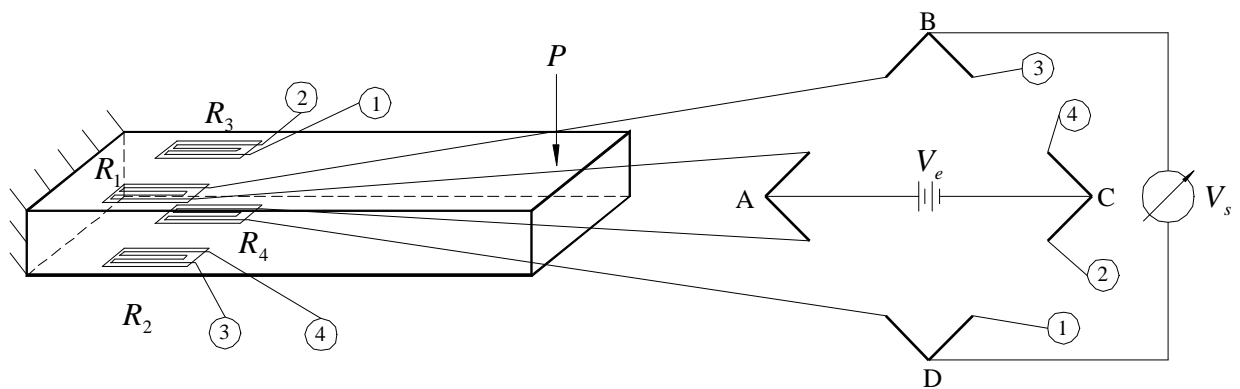


Figura 4.3 – Ensaio de flexão.

Neste caso, deseja-se medir a deformação longitudinal devida à flexão da barra. Observa-se que as deformações para a carga P nos pontos onde estão colados os EER's são idênticas em módulo e iguais a,

$$\varepsilon_{x1} = \varepsilon_x,$$

$$\varepsilon_{x2} = -\varepsilon_x,$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x3} &= \varepsilon_x, \\ \varepsilon_{x4} &= -\varepsilon_x.\end{aligned}\quad (4.32)$$

Levando as equações (4.32) à equação (4.30), tem-se,

$$\begin{aligned}\Delta V_s &= \frac{V_e}{4} k [\varepsilon_x - (-\varepsilon_x) + \varepsilon_x - (-\varepsilon_x)], \\ \Delta V_s &= \frac{V_e}{4} k 4 \varepsilon_x = V_e k \varepsilon_x.\end{aligned}\quad (4.33)$$

Outras formas de resolver o problema, pois nem sempre é possível sensorar pontos com valores simétricos de deformação, são os circuitos em 1/4 de ponte (um EER ativo), ou 1/2 ponte (dois EER ativos).

4.2 Circuito em 1/4 de ponte

No circuito em 1/4 de ponte, adota-se apenas um EER ativo ($R_1 = R$), por exemplo, medindo $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_x$, como mostrado na Figura 4.4.

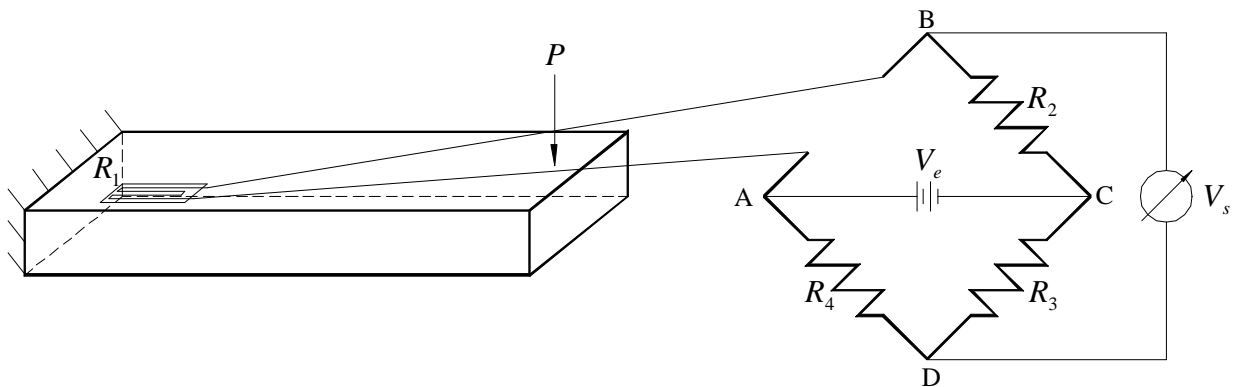


Figura 4.4 – Ensaio de flexão com 1/4 de ponte.

Assim, a equação (4.30) fica,

$$\begin{aligned}\Delta V_s &= \frac{V_e}{4} k \left(\varepsilon_{x1} - \underbrace{\varepsilon_{x2} + \varepsilon_{x3} - \varepsilon_{x4}}_{=0} \right), \\ \Delta V_s &= \frac{V_e}{4} k \varepsilon_x.\end{aligned}\quad (4.34)$$

4.3 Circuito em 1/2 ponte

De forma semelhante ao apresentado no item anterior, pode-se adotar dois EER's ativos ($R_1 = R_2 = R$), medindo por exemplo, $\varepsilon_{x1} = -\varepsilon_{x2} = \varepsilon_x$, conforme mostrado na Figura 4.5.

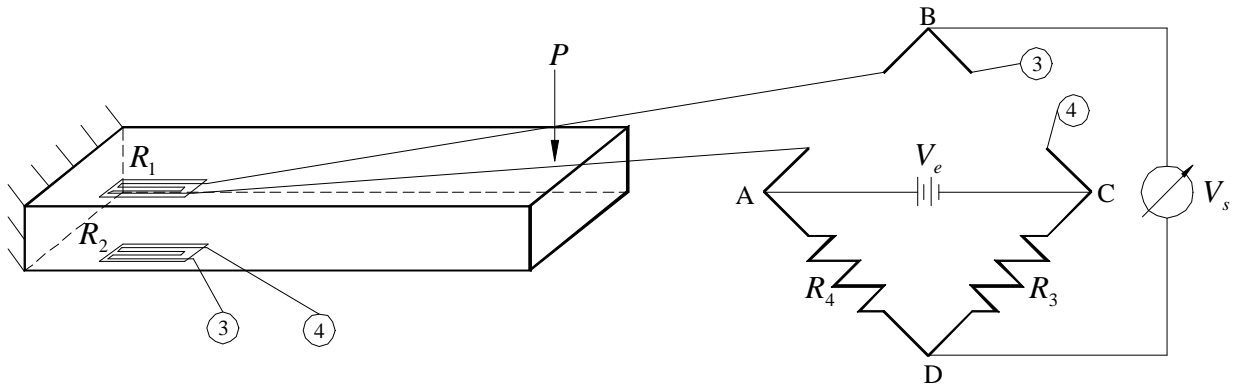


Figura 4.5 – Ensaio de flexão com 1/2 de ponte.

Assim, a equação (4.30) fica,

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k \left(\varepsilon_x - (-\varepsilon_x) + \underbrace{\varepsilon_{x3}}_{=0} - \underbrace{\varepsilon_{x4}}_{=0} \right),$$

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{2} k \varepsilon_x. \quad (4.35)$$

É importante observar que os EER's ativos devem estar em braços adjacentes da ponte de Wheatstone para não anular mutuamente suas medidas de deformação.

4.4 Efeito da temperatura

Em geral, a sensibilidade das medidas realizadas via EER é bastante grande. Com isso, diferenças de temperatura durante o ensaio podem comprometer os resultados, pois os EER's irão medir, além da deformação provocada pelo carregamento, deformações providas da variação de temperatura. Assim, tem-se,

$$\varepsilon_{x_i} = \varepsilon_{x_i}^{carg} + \varepsilon_{x_i}^{temp}, \quad (4.36)$$

sendo $i = 1...4$, $\varepsilon_{x_i}^{carg}$ a parcela de deformação devido ao carregamento, e $\varepsilon_{x_i}^{temp}$ a parcela de deformação devida à variação de temperatura. Para eliminar o efeito da temperatura, pode-se proceder das seguintes formas:

- i. Usar um EER colado em uma peça de mesmo material da estrutura ensaiada, no mesmo ambiente de ensaio, conforme sugere a
- ii. Figura 4.6.

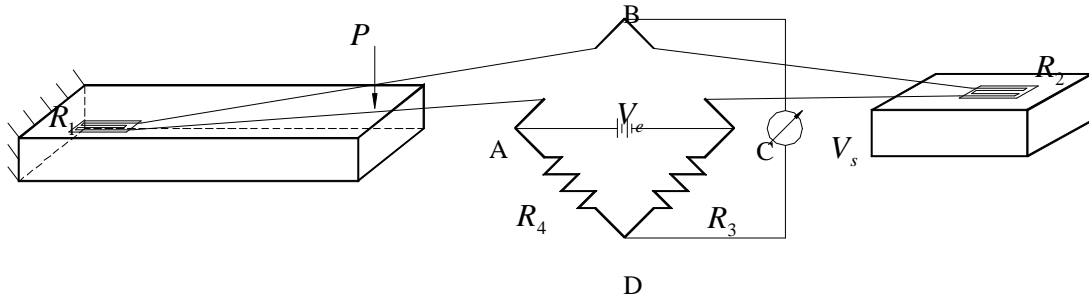


Figura 4.6 – Eliminação do efeito de temperatura.

Neste caso tem-se,

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k \left(\underbrace{\varepsilon_x}_{\varepsilon_x^{carg} + \varepsilon_x^{temp}} - \underbrace{\varepsilon_x}_{\varepsilon_x^{temp}} + \underbrace{\varepsilon_{x3}}_{=0} - \underbrace{\varepsilon_{x4}}_{=0} \right),$$

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k (\varepsilon_x^{carg} + \varepsilon_x^{temp} - \varepsilon_x^{temp}),$$

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k (\varepsilon_x^{carg} + \varepsilon_x^{temp} - \varepsilon_x^{temp}),$$

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k \varepsilon_x^{carg}. \quad (4.37)$$

- iii. Colar EER's em braços adjacentes (R_1 e R_2 por exemplo) da ponte em pontos de deformações simétricas devido ao carregamento, conforme já mostrado na Figura 4.5.

Neste caso tem-se,

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k \left(\underbrace{\varepsilon_x}_{\varepsilon_x^{carg} + \varepsilon_x^{temp}} - \underbrace{\varepsilon_x}_{-\varepsilon_x^{carg} + \varepsilon_x^{temp}} + \underbrace{\varepsilon_{x3}}_{=0} - \underbrace{\varepsilon_{x4}}_{=0} \right),$$

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{4} k (\varepsilon_x^{carg} + \varepsilon_x^{temp} + \varepsilon_x^{carg} - \varepsilon_x^{temp})$$

$$\Delta V_s = \frac{V_e}{2} k \varepsilon_x^{carg} \quad (4.38)$$

5 ANÁLISE EXPERIMENTAL

5.1 Bancada de ensaios de impacto

Para os ensaios, utilizou-se uma bancada de ensaios desenvolvida no GRANTE – EMC – UFSC, por Quintero (2007). A bancada é composta pela máquina de ensaios de impacto, placa de condicionamento de sinais, osciloscópio e microcomputador.

A máquina de ensaios de impacto, aplica cargas axiais de impacto por tração através da queda livre de uma massa de 4,8 kg. A velocidade de queda e conseqüentemente, a taxa de deformação, é variada conforme a altura de queda escolhida para a massa, podendo atingir até aproximadamente 6,5 m/s. A máquina é composta por onze componentes, listados na Tabela 5.1. Cada componente está indicado na Figura 5.1 e Figura 5.2.

Algumas das características da máquina são:

- A faixa de variação da velocidade é de zero a aproximadamente 6,5 m/s;
- Podem ser testados corpos de prova com comprimento de até 215 mm;
- Comprimento útil do tubo de queda: 2200 mm;
- Interface com o operador: microcomputador para medição de ensaios, osciloscópio;
- Comunicação com o microcomputador através de um canal serial RS232;
- Peso aproximado da máquina: 100 kg;
- Contêm internamente um cabo principal, o qual transmite o sinal da célula de carga.

Os sinais de força e deformação provêm da célula de carga da máquina e do corpo de prova respectivamente. Esses sinais são enviados à placa de condicionamento de sinais, que tem a função de filtrar e amplificar os sinais, que são então capturados pelo osciloscópio Tektronix, modelo TDS2014, cuja amostragem máxima é de um bilhão de amostras por segundo. Por fim, os dados são enviados para o microcomputador para processamento no módulo TDS2CMAX, que possui uma interface com o usuário própria, e também, pode ser acoplado ao software Microsoft Excel para pós-processamento. A bancada pode ser vista na Figura 5.3. O circuito do corpo de provas, bem como os demais, foi preparado em ponte de Wheatstone completa. Como no corpo de provas foi colado apenas um extensômetro, um *dummy* de mesmo material foi feito com outros três extensômetros, fechando assim o circuito.

Tabela 5.1 – Componentes da máquina de impacto. Quintero (2007).

| Item | Componente |
|------|------------------------------------|
| 01 | Tubo de queda |
| 02 | Massa |
| 03 | Suporte do tubo de queda |
| 04 | Célula de carga |
| 05 | Coluna principal |
| 06 | Coluna - guia do disco móvel |
| 07 | Tubo de decida dos cabos de sinais |
| 08 | Corpo de provas |
| 09 | Base |
| 10 | Disco móvel |
| 11 | Amortecedor do impacto |

Para uma alimentação mais estável, a placa de condicionamento de sinais utiliza uma fonte separada. Como o sinal de impacto é um pulso de poucos milisegundos, envolve altas frequências. As altas frequências, aliadas ao elevado ganho da placa, necessário para a aquisição dos sinais, que, segundo Quintero (2007) fazem com que a placa de condicionamento de sinais fique mais suscetível à interferências externas, como ruídos de origem eletromagnética e de rádio frequência. Embora a placa tenha filtros para prevenir essas interferências, um bom aterramento se mostrou essencial para a estabilidade do sistema.

Nota-se que essas interferências não influenciaram nos resultados de ensaio que serão mostrados adiante. Elas agiam somente quando o sistema era preparado. Uma vez estando a bancada de ensaios completa montada e os ruídos eliminados através de um bom aterramento, não apareciam mais durante os ensaios.

Outros cuidados, agora referentes à máquina de ensaio, dizem respeito à sua manutenção e preparação para os ensaios. O tubo de queda deve estar sempre limpo e lubrificado para que não ocorra oxidação, o que fatalmente interfere na queda da massa, pois aumenta o coeficiente de atrito entre a massa e o tubo. Um correto alinhamento do tubo, de modo que este esteja o mais concêntrico possível com o disco de fixação da célula de carga, se faz necessário para que não ocorra choque da massa com esse disco, o que invalida o ensaio.

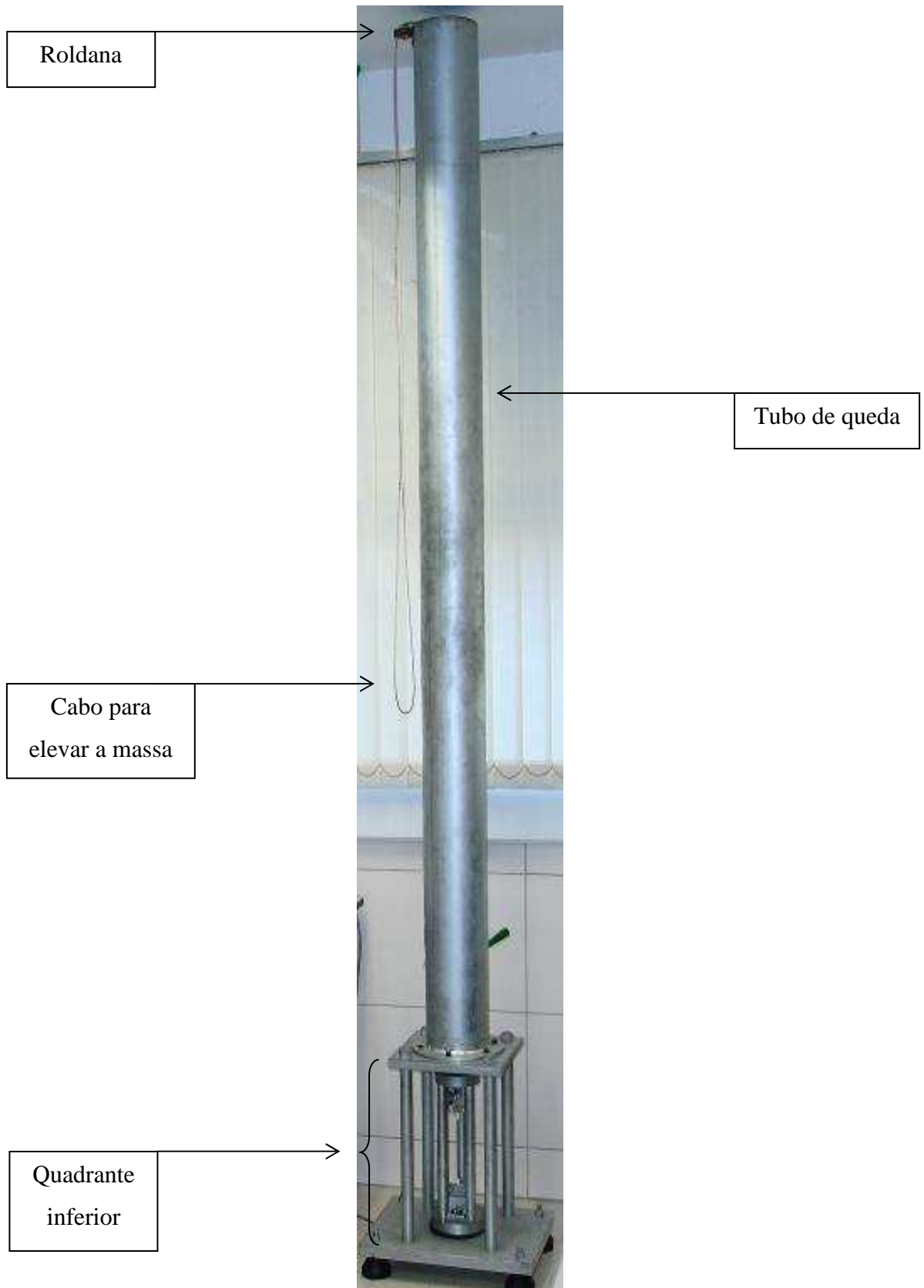


Figura 5.1 – Máquina de ensaios de impacto. Quintero (2007).

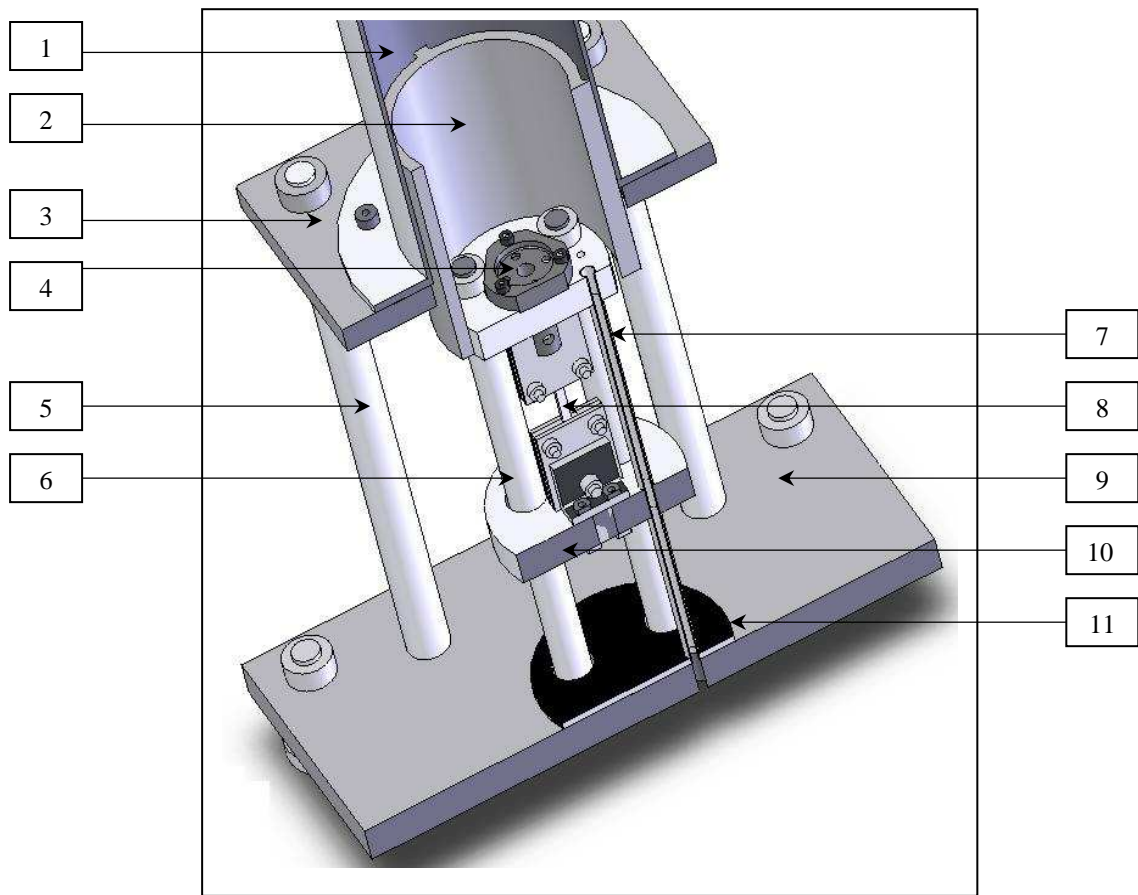


Figura 5.2 – Detalhe interno da máquina de impacto. Quintero (2007).

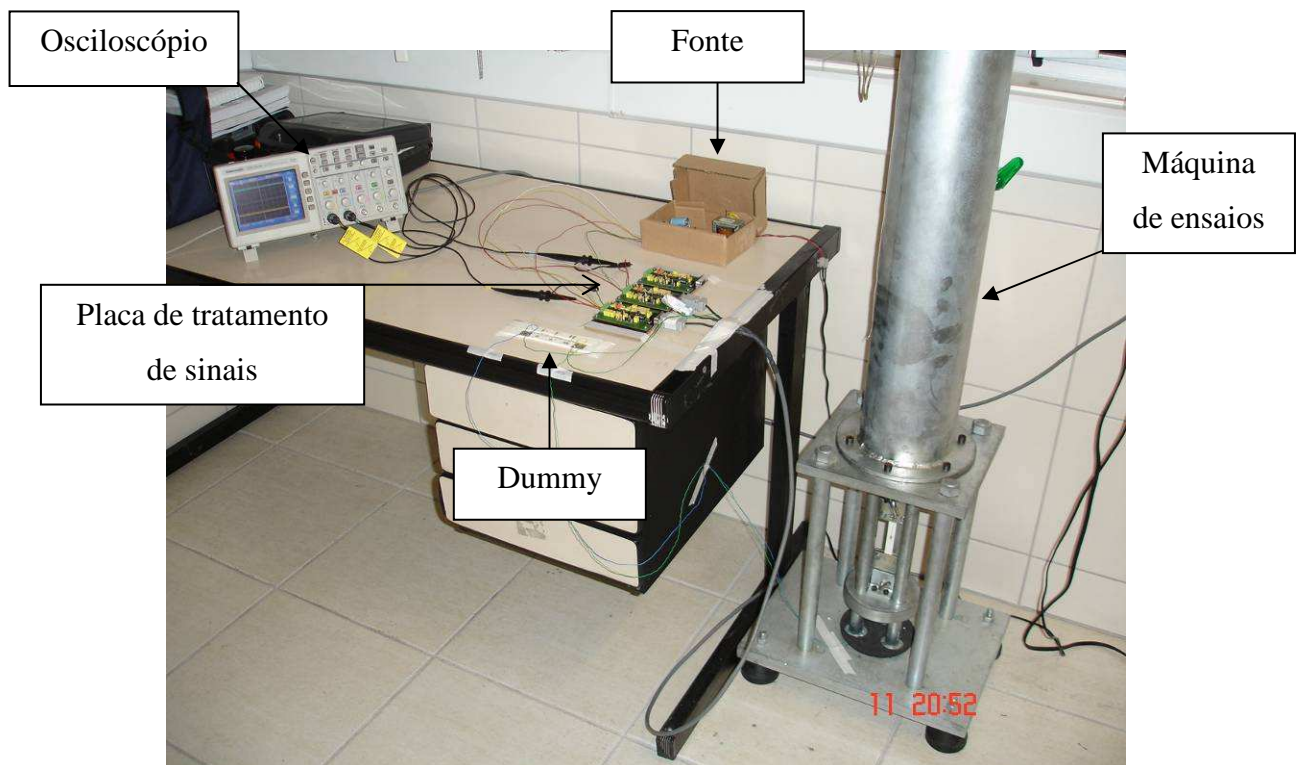


Figura 5.3 – Bancada de ensaios de impacto.

5.2 Caracterização estática em tração

Com o objetivo de obter o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson estáticos, fez-se necessária a realização de ensaios de tração nessa condição para os dois materiais em estudo, o policloreto de vinila, PVC; e o polipropileno, PP. Utilizaram-se para isso corpos de prova injetados e sem carga de fibra de vidro, cujas geometrias e dimensões podem ser vistas na Figura 5.8 e Tabela 5.4.

Para realização dos ensaios, dois corpos de prova de cada material foram instrumentados com quatro extensômetros Excel PA-13-125BA-350L cada, mais quatro extensômetros de mesmo tipo colados em *dummies* laterais, totalizando oito extensômetros configurados em duas pontes de Wheatstone completas, como mostrado na Figura 5.4. Um esquema prático de ligação do circuito pode ser visto na Figura 5.5, onde os extensômetros 1, 3, 5 e 7 são colados nos *dummies* e 2, 4, 6 e 8 nos corpos de prova. Nota-se na Figura 5.5 que os extensômetros 1, 2, 3 e 4 estão posicionados no lado “A” do conjunto corpo de provas mais *dummies* e os extensômetros 5, 6, 7 e 8 no lado “B” do conjunto. Essa distinção de lados em “A” e “B” serve para auxiliar na instrumentação do conjunto.

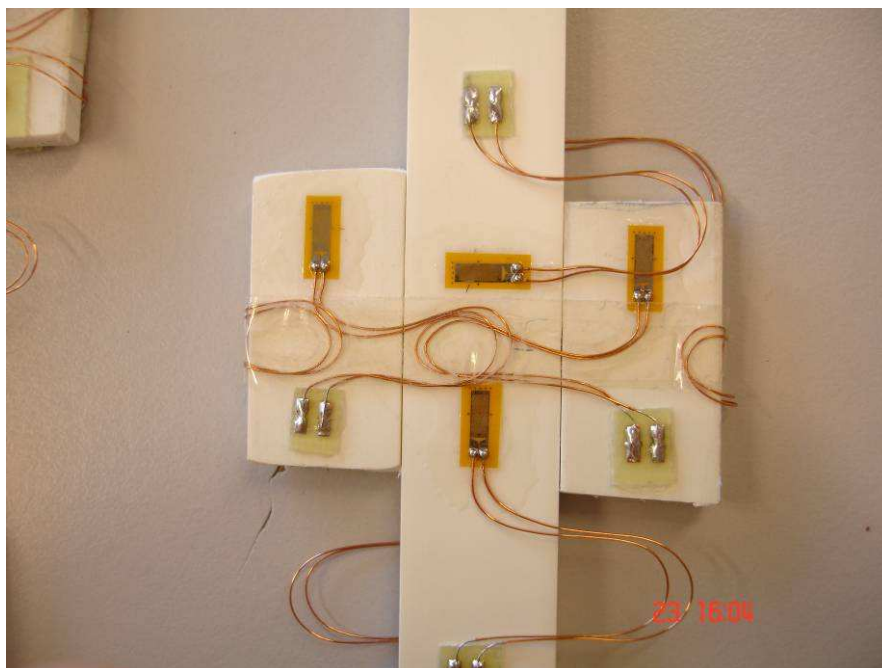


Figura 5.4 – Corpo de prova de PVC instrumentado para ensaio estático de tração.

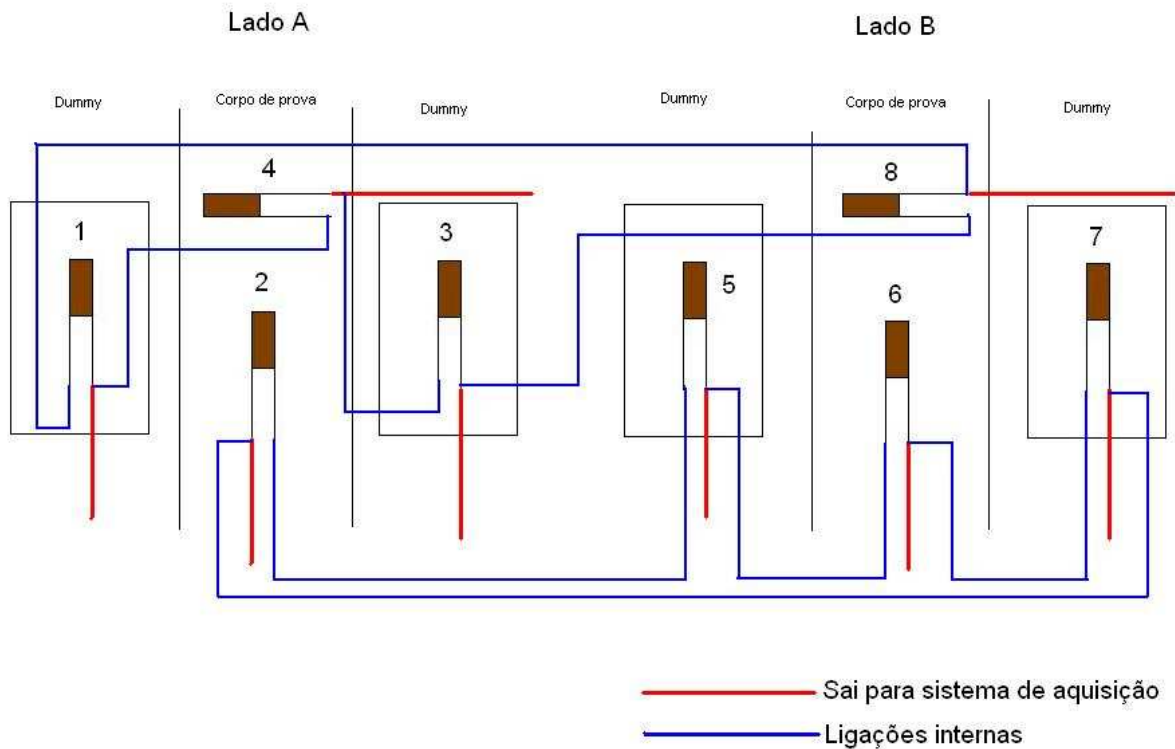


Figura 5.5 – Esquema de ligação dos extensômetros para ensaio de tração estática.

Com o auxílio da máquina universal de ensaios do Grante, EMIC modelo DS3000 e do módulo de aquisição de sinais HBM Spider, o carregamento em tração foi imposto partindo de zero à 175N, aplicado a uma taxa de 1N/s e os dados de força e deformação capturados, obtendo-se as curvas tensão-deformação estáticas mostradas na Figura 5.6 e Figura 5.7 para PVC e PP respectivamente. Os módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson estáticos obtidos são mostrados na Tabela 5.2.

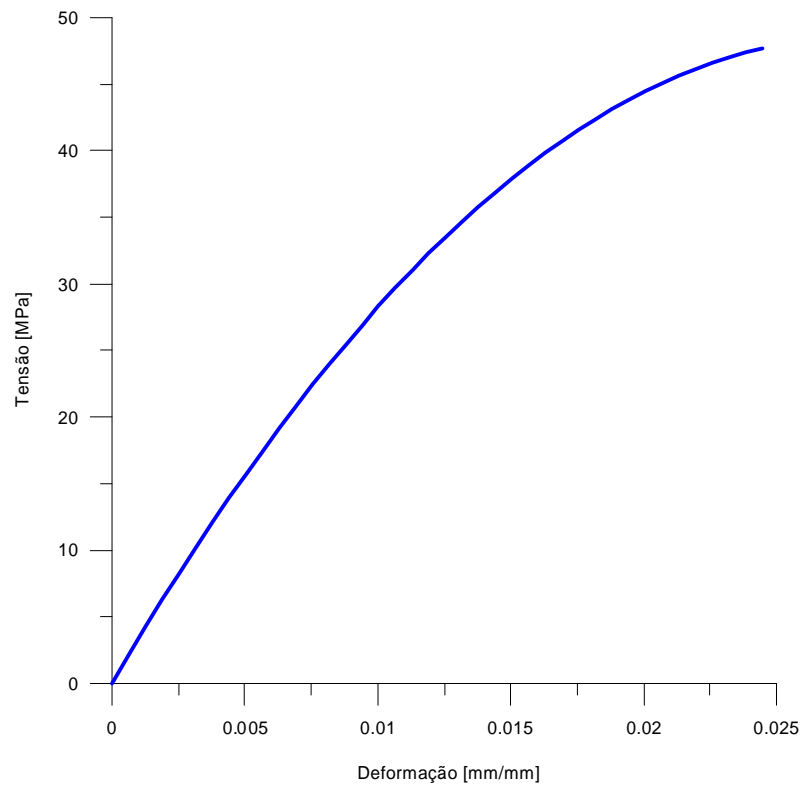


Figura 5.6 – Curva tensão-deformação estática para PVC.

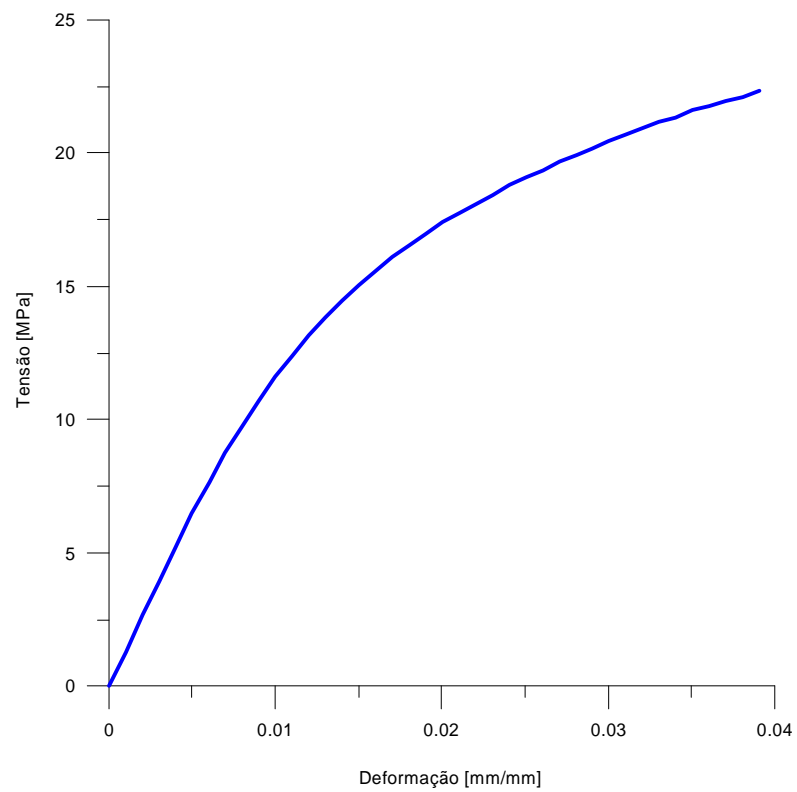


Figura 5.7 – Curva tensão-deformação estática para PP.

Tabela 5.2 – Módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson estáticos para PVC e PP.

| PVC | | PP | |
|------------------------------|-------------------------|------------------------------|-------------------------|
| Módulo de elasticidade [MPa] | Coefficiente de Poisson | Módulo de elasticidade [MPa] | Coefficiente de Poisson |
| 3279 | 0,38 | 1325 | 0,40 |

5.3 Ensaios de impacto e obtenção dos sinais

Para realização dos ensaios de impacto, foram escolhidas cinco energias de impacto diferentes, conforme orientação de normas aplicáveis a motores e equipamentos elétricos. Os valores de energia de impacto escolhidos foram: 5, 7, 10, 15 e 20J. Nota-se que esses são valores de energias potenciais da massa de impacto, assim, através da equação (5.1), obteve-se as alturas de queda da massa. Considerando um sistema sem dissipação de energia, a energia potencial da massa de impacto pode ser igualada à sua energia cinética no momento do impacto, estimando-se assim a velocidade através da equação (5.2). A Tabela 5.3 mostra as alturas de queda da massa de impacto, juntamente com as correspondentes velocidades aproximadas no momento do impacto.

$$E_p = mgh. \quad (5.1)$$

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (5.2)$$

Tabela 5.3 – Alturas de queda e velocidades da massa para cada energia de impacto.

| Energia de impacto [J] | Altura de queda da massa [mm] | Velocidade da massa [m/s] |
|------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| 5 | 105 | 1,4 |
| 7 | 150 | 1,7 |
| 10 | 210 | 2 |
| 15 | 320 | 2,5 |
| 20 | 425 | 2,9 |

Nos ensaios de impacto foram utilizados três corpos de prova de cada material para cada energia de impacto, sendo o resultado final, uma média dos resultados individuais. Seguindo a recomendação de Nemoto (2004), foram feitos entalhes nos centros dos corpos de prova obedecendo às seguintes relações: profundidade (P) igual a 0,4% da largura do corpo de prova e raio do entalhe (R) igual a 12 vezes a sua espessura. Os entalhes feitos conforme essas relações não geram concentração de tensão, apenas promovem o acúmulo de tensão nessa região, cuja área é reduzida. A geometria e dimensões dos corpos de prova com o entalhe podem ser vistas na Figura 5.8 e na Tabela 5.4. Nota-se que na representação da Figura 5.8, o entalhe está exagerado apenas para ilustração. Na prática, as dimensões dos entalhes são bastante reduzidas como mostra a Tabela 5.4.

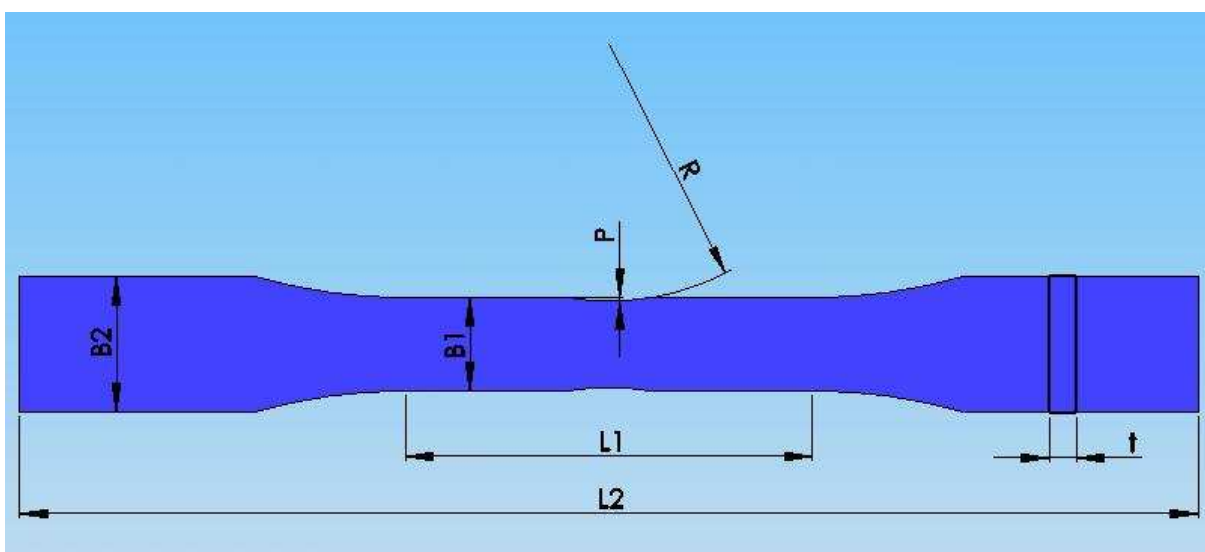


Figura 5.8 – Entalhe usado no centro dos corpos de prova.

Tabela 5.4 – Dimensões dos corpos de prova de PVC e PP.

| | PVC | PP |
|---------|-------|------|
| R [mm] | 37,8 | 42 |
| P [mm] | 0,052 | 0,04 |
| B1 [mm] | 13 | 10 |
| B2 [mm] | 20 | 20 |
| L1 [mm] | 50 | 50 |
| L2 [mm] | 165 | 148 |
| t [mm] | 3,15 | 3,5 |

Com o uso do entalhe, induz-se que a deformação ocorra na região central dos corpos de prova, onde foram colados os extensômetros. A Figura 5.9 mostra os corpos de prova de PP preparados para os ensaios. A preparação dos corpos de prova demandou certos cuidados, como a usinagem dos entalhes citados acima, o lixamento da superfície onde o extensômetro seria colado e a correta limpeza do local. Após a colagem, uma conferência da resistência do extensômetro era feita para verificar possíveis danos causados.



Figura 5.9 – Corpos de prova de PP preparados para os ensaios.

Como exposto na seção 5.1, apenas um extensômetro foi colado nos corpos de prova e o circuito de ponte de Wheatstone foi fechado com o uso de um *dummy* de mesmo material como mostra a Figura 5.10. Nela é possível ver também em maiores detalhes a placa de condicionamento de sinais.

De posse das alturas de queda da massa e com a bancada de ensaios de impacto e corpos de prova preparados, iniciaram-se os ensaios propriamente ditos. A seqüência de atividades envolvidas na realização de cada ensaio são as seguintes:

- Soldar fios de ligação nos terminais do extensômetro do corpo de prova;
- Montar corpo de prova nas garras da máquina;
- Conectar fios de ligação ao plugue do cabo da máquina;
- Repousar a massa de impacto sobre o disco móvel da máquina e obter o zero na escala graduada da máquina;
- Elevar a massa de impacto até a altura desejada;
- Zerar a placa de condicionamento de sinais;

- Soltar a massa;
- Exportar os dados capturados pelo osciloscópio para o microcomputador;
- Salvar os dados;
- Desconectar fios de ligação do plugue da máquina;
- Retirar o corpo de prova da máquina;
- Soltar fios de ligação dos terminais do extensômetro, liberando-os para o próximo corpo de provas.

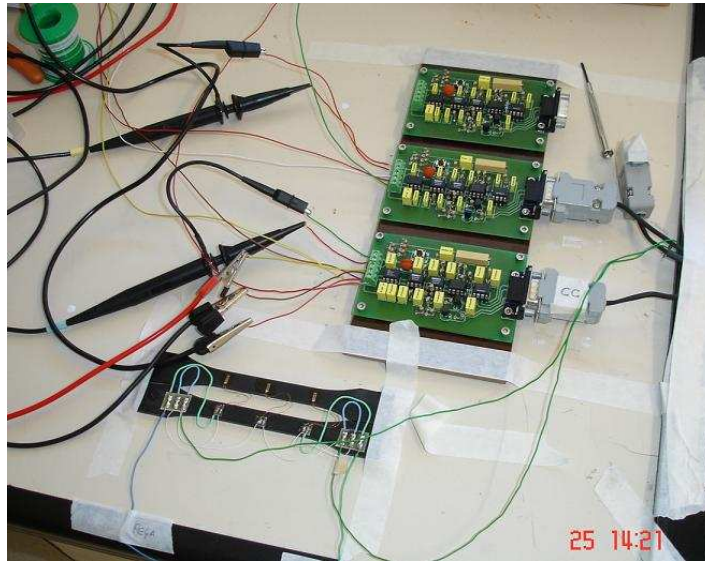


Figura 5.10 – Dummy de PP e placa de condicionamento de sinais.

Os sinais típicos de força e deformação no tempo capturados pelo osciloscópio são como os da Figura 5.11, na qual o sinal de força é representado pela cor azul e de deformação pela cor amarela.

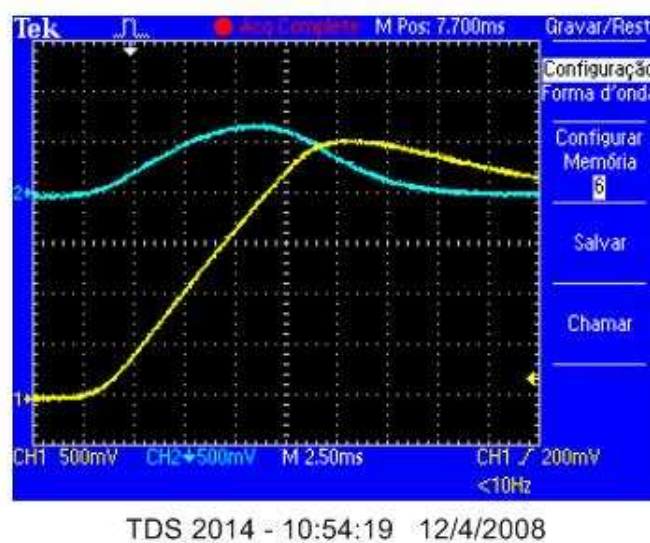


Figura 5.11 – Sinais típicos de força (azul) e deformação (amarelo) no tempo.

Uma dificuldade encontrada nos ensaios do PP se deve ao fenômeno do repique, que passou a ocorrer nos ensaios com energia de impacto de 20 J. Esse fenômeno é devido ao PP apresentar comportamento similar ao de um elastômero a partir desse nível de energia. O fenômeno é caracterizado por a massa de impacto quicar sobre o disco móvel da máquina. Os sinais característicos desse fenômeno são como os da Figura 5.12.

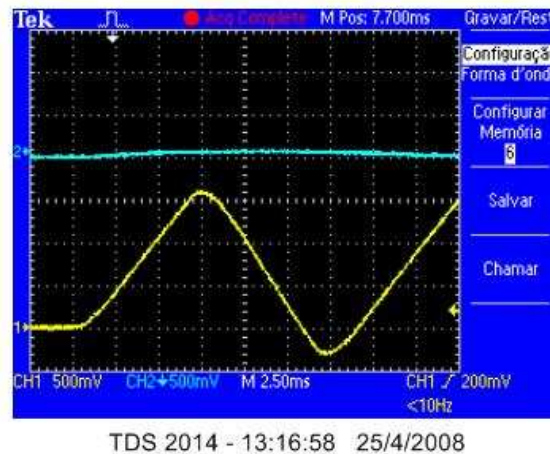


Figura 5.12 – Sinais característicos do fenômeno de repique.

Para a obtenção das curvas de material desejadas, utilizou-se os dados das curvas contidos entre as barras vermelhas, como mostrado na Figura 5.13. O início das curvas, região à esquerda da primeira barra vermelha, foi desconsiderado para efeito de tratamento dos dados, pois é uma região na qual nenhum dado relevante foi medido, consistindo apenas de interferência momentos antes da massa impactar o disco da máquina. O trecho à direita da segunda barra vermelha representa o final do histórico de carregamento e foi desconsiderado por não ser essencial à caracterização dinâmica dos materiais.

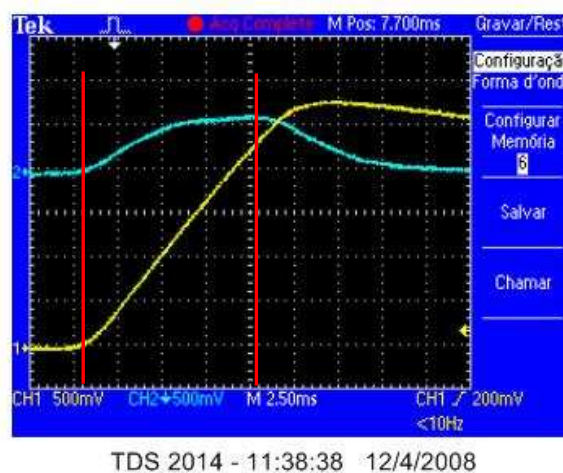


Figura 5.13 – Região analisada para obtenção das curvas tensão-deformação (Entre as barras verticias vermelhas).

5.4 Processamento dos sinais de impacto

Após um tratamento prévio dos dados, de modo a eliminar os trechos a serem desconsiderados, nova família de dados foi gerada. Os tratamentos posteriores corresponderam à suavização e ajustes dessas curvas, bem como obtenção das diversas curvas de material em taxa variável e em taxa constante, que foram feitos através de procedimentos de cálculo desenvolvidos no software MathCad 2001i especialmente para esse fim. Foram desenvolvidos quatro procedimentos, cada qual com seus objetivos específicos. Esses procedimentos são apresentados na forma de anexos. Dois dos procedimentos de cálculo foram subdivididos em partes, conforme o tipo de curva a ser obtida. O título de cada procedimento, bem como sua estrutura / objetivos são mostrados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Procedimentos de cálculo utilizados no tratamentos dos dados e sua estrutura / objetivos.

| Anexo | Título | Estrutura / Objetivos |
|-------|---|--|
| A | Procedimento de cálculo para suavização dos sinais obtidos nos ensaios de impacto | Suavização dos sinais e geração de nova nuvem de pontos |
| B | Procedimento de cálculo para obtenção das curvas de material em taxa variável | Parte 1 – Determinação das curvas tensão-deformação e módulos de elasticidade Parte 2 – Determinação das curvas deformação total-tempo e curvas taxa-tempo Parte 3 – Determinação das curvas tensão-tempo Parte 4 – Determinação das curvas tensão-deformação plástica Parte 5 – Determinação das curvas deformação plástica-tempo |
| C | Procedimento de cálculo para obtenção das curvas de material em taxa constante | Parte 1 – Extração do conjunto de pontos para composição das curvas em taxa constante Parte 2 – Montagem das curvas tensão-deformação em taxa constante |
| D | Procedimento de cálculo para obtenção das curvas tensão-deformação plástica em taxa constante | Obtenção das curvas tensão-deformação plástica em taxa constante |

O processamento dos sinais seguiu a seqüência definida pelo desenvolvimento das seções subseqüentes, que é também a mesma mostrada pela Tabela 5.5. O objetivo final foi obter as curvas tensão-deformação dos materiais em taxa constante para posterior aplicação em simulações por elementos finitos.

5.4.1 Curvas de material em taxa variável

Para cada energia de impacto, curvas tensão-deformação em taxa variável foram inicialmente obtidas diretamente dos ensaios. Essas curvas podem ser vistas na Figura 5.14 e Figura 5.15 para PVC e PP respectivamente, onde são também comparadas com a curva tensão-deformação estática.

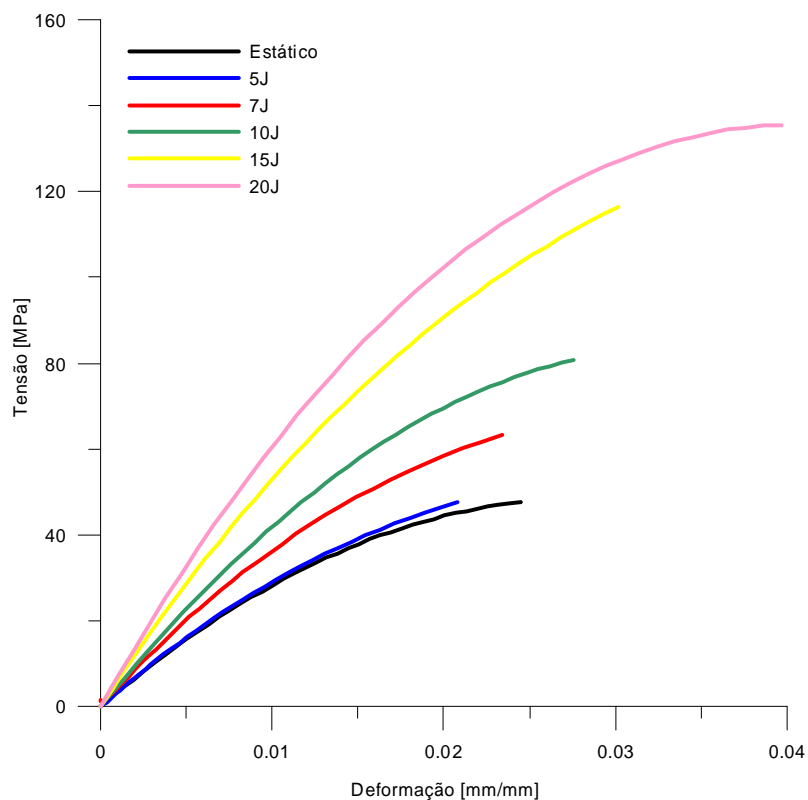


Figura 5.14 – Curvas tensão-deformação em taxa variável e estática do PVC.

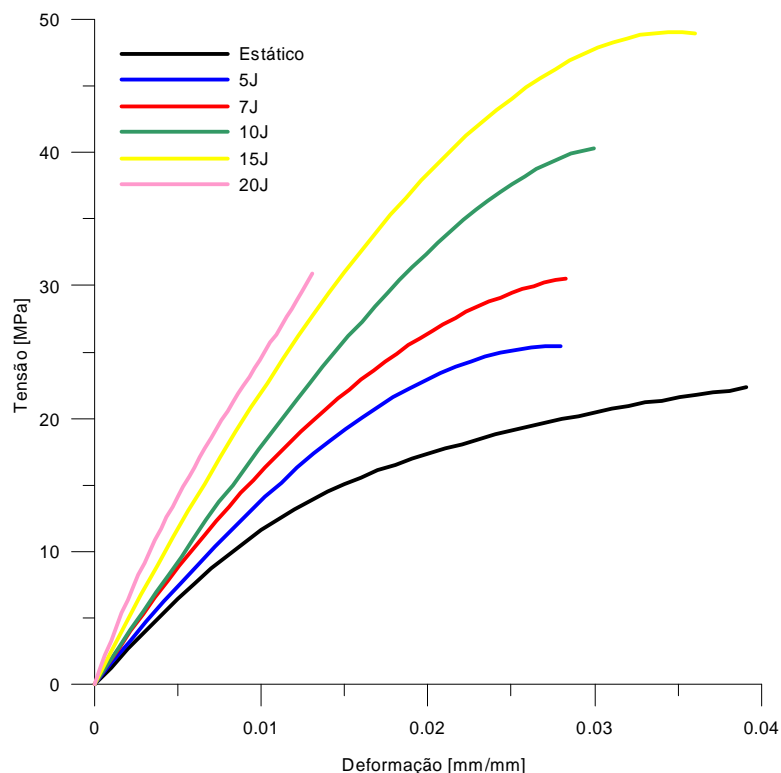


Figura 5.15 – Curvas tensão-deformação em taxa variável e estática do PP.

Os módulos de elasticidade obtidos das curvas da Figura 5.14 e Figura 5.15, são apresentados na Tabela 5.6. Esses valores são graficados e apresentados na Figura 5.16. Para ambos os materiais, houve um acréscimo no valor do módulo de elasticidade à medida que se elevava também o valor da energia de impacto ao qual o material era submetido.

Tabela 5.6 – Módulos de elasticidade estáticos e dinâmicos para PVC e PP.

| Energia de impacto [J] | Módulo de elasticidade PVC [MPa] | Módulo de elasticidade PP [MPa] |
|---------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| 0 | 3280 | 1325 |
| 5 | 3350 | 1470 |
| 7 | 4130 | 1780 |
| 10 | 4600 | 1860 |
| 15 | 5725 | 2335 |
| 20 | 6105 | 3200 |

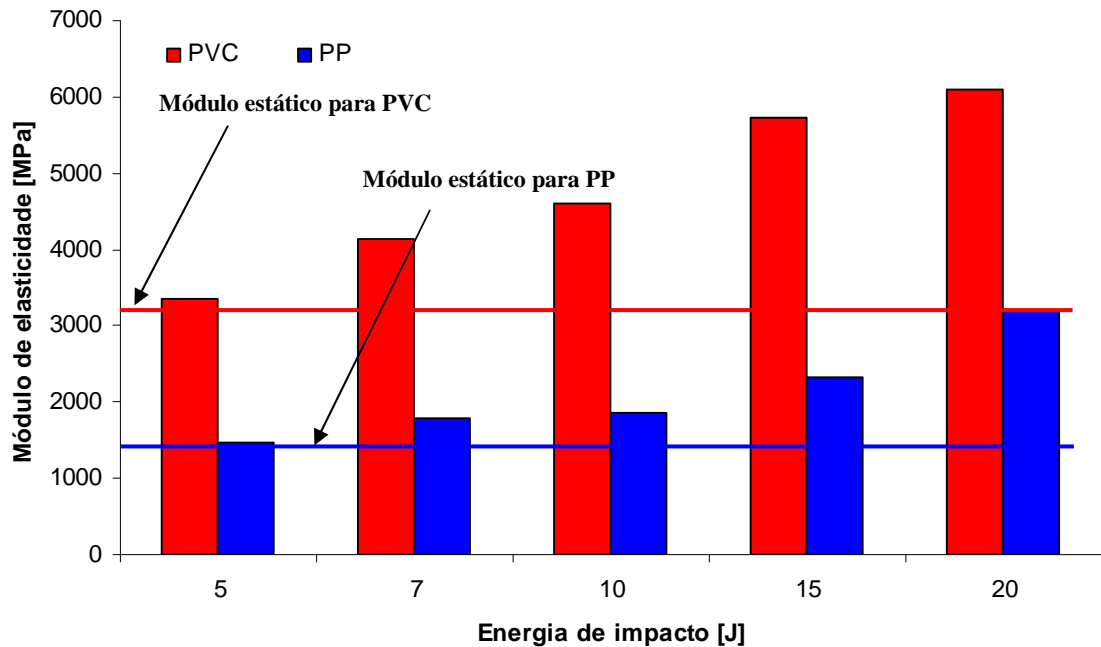


Figura 5.16 – Variação do módulo de elasticidade com energia de impacto para PVC e PP.

5.4.2 Curvas tensão-deformação plástica em taxa variável

A partir da Figura 5.14, Figura 5.15 e dos módulos de elasticidade listados na Tabela 5.6, obtiveram-se as curvas tensão-deformação plástica mostradas na Figura 5.17 e Figura 5.18 para PVC e PP respectivamente. Em vista dessas figuras, obtêm-se os valores das tensões de escoamento para cada energia de impacto. Esses valores são listados na Tabela 5.7 onde são comparadas também com a tensão de escoamento estática para cada material.

Note-se que o encruamento do material faz com que os valores de tensão de escoamento aumentem juntamente com a energia de impacto.

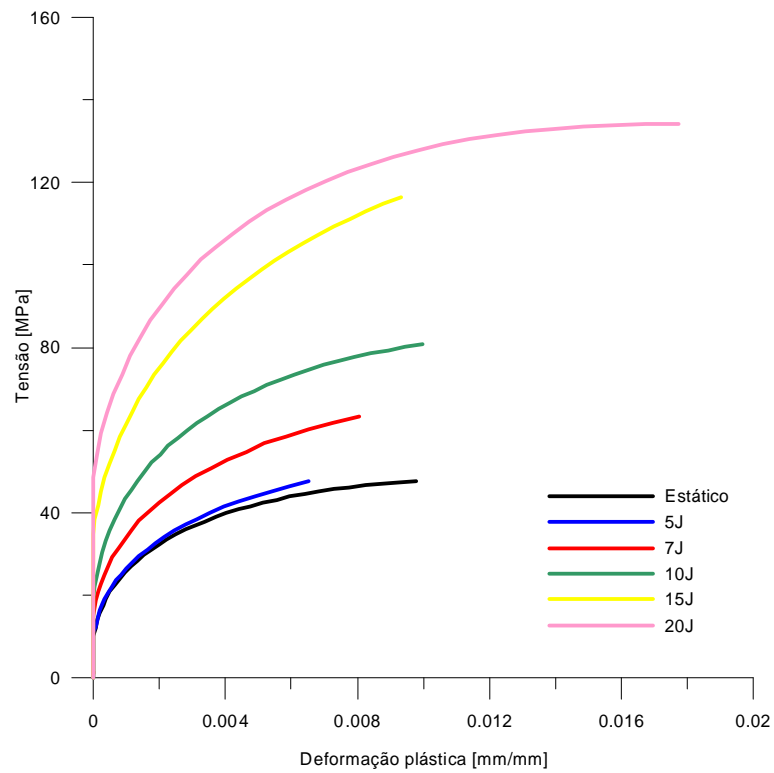


Figura 5.17 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa variável e estática do PVC.

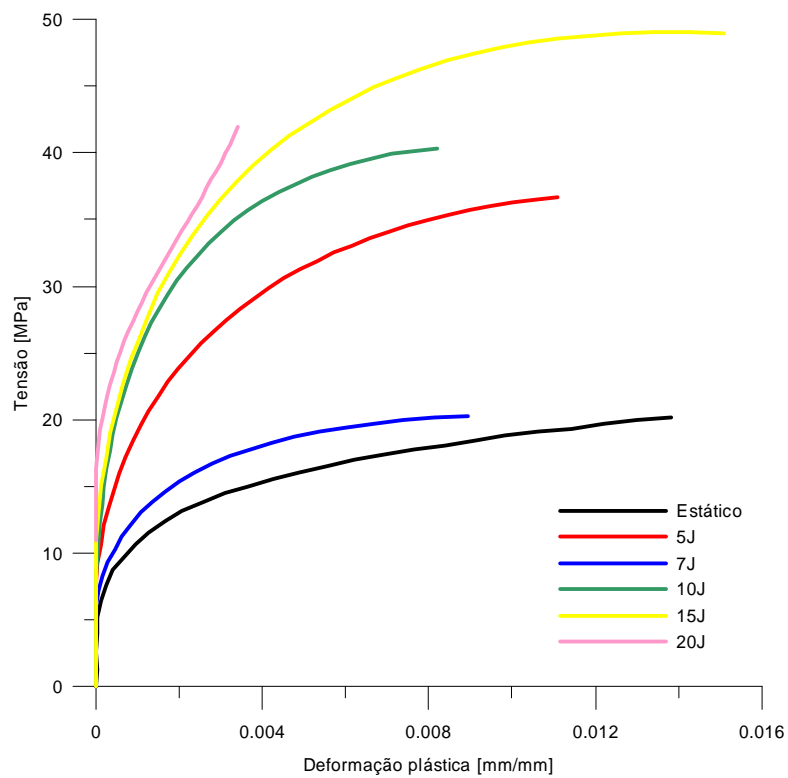


Figura 5.18 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa variável e estática do PP.

Tabela 5.7 – Tensões de escoamento dinâmicas e estáticas para PVC e PP.

| Energia de impacto [J] | Tensões de escoamento para PVC [MPa] | Tensões de escoamento para PP [MPa] |
|------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 0 | 12 | 5,2 |
| 5 | 13,6 | 7,2 |
| 7 | 18,8 | 9,3 |
| 10 | 25 | 11 |
| 15 | 38,2 | 13,1 |
| 20 | 54 | 18,3 |

5.4.3 Curvas deformação, tensão e taxa de deformação *versus* tempo

Uma vez obtidas as curvas de material em taxa variável, foi possível correlacionar separadamente os valores de tensão e de deformação com o tempo de duração do impacto. Formaram-se assim, as curvas deformação-tempo e tensão-tempo para cada energia de impacto ensaiada. As curvas deformação-tempo podem ser vistas na Figura 5.19 e na Figura 5.20.

A partir das curvas deformação-tempo, obtiveram-se as curvas taxa de deformação-tempo, mostradas na Figura 5.21 e na Figura 5.22 para o PVC e PP respectivamente. Na Figura 5.21, observa-se que a taxa de deformação tende a um valor constante à medida que aumenta a energia de impacto. Note-se que isso ocorre para os corpos de prova ensaiados, cuja geometria é simples, a seção é pequena e aproximadamente constante ao longo do comprimento útil. No caso de uma peça real, possivelmente isso não seria verdade, a não ser para peças muito simples. Na Figura 5.22 observa-se curvas parabólicas deslocadas de um *shift* para a esquerda no eixo do tempo à medida que a energia de impacto aumenta. Para o PP as taxas de deformação obtidas variaram de algo em torno de 1,5 a 4,5 s⁻¹.

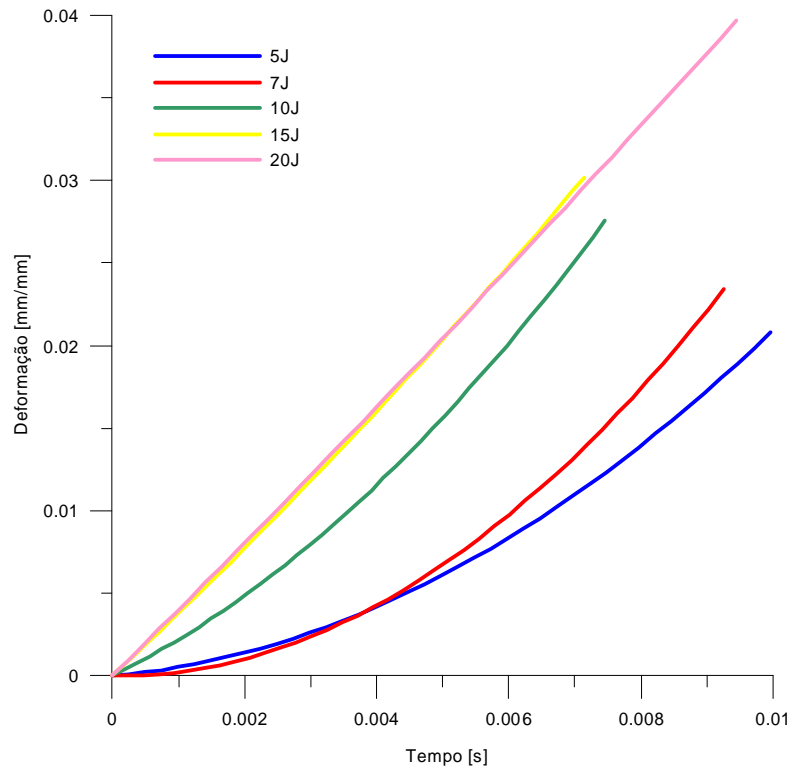


Figura 5.19 – Curvas de deformação-tempo para o PVC.

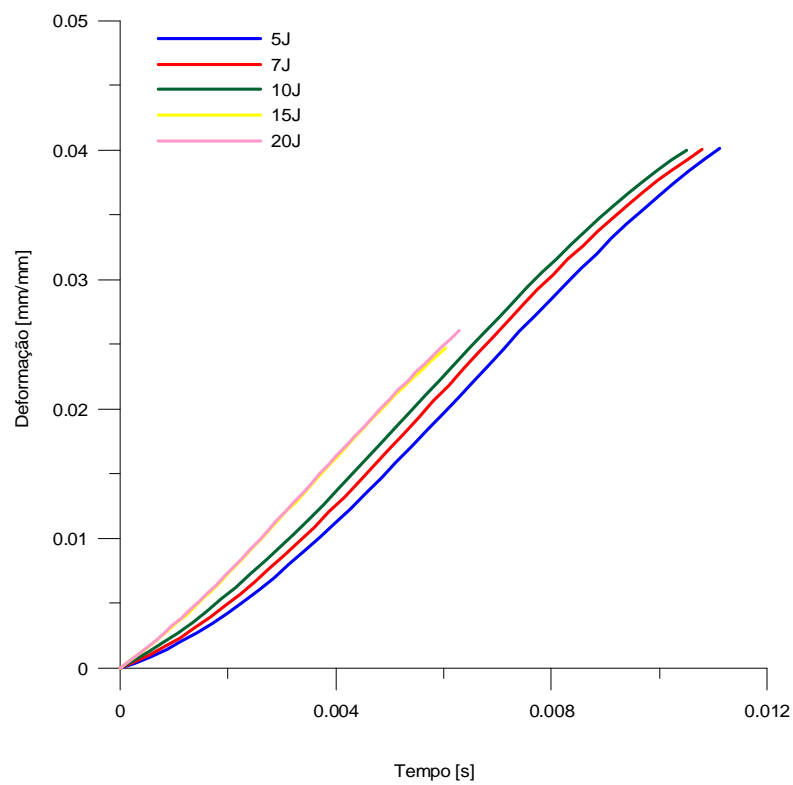


Figura 5.20 – Curvas de deformação-tempo para o PP.

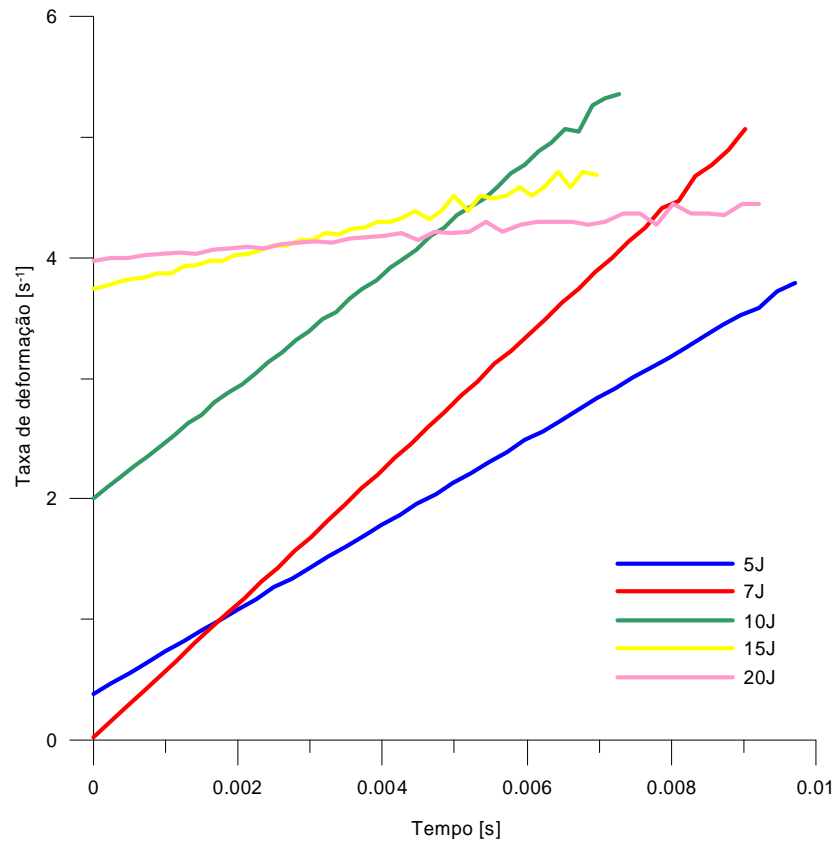


Figura 5.21 – Curvas taxa de deformação-tempo para o PVC.

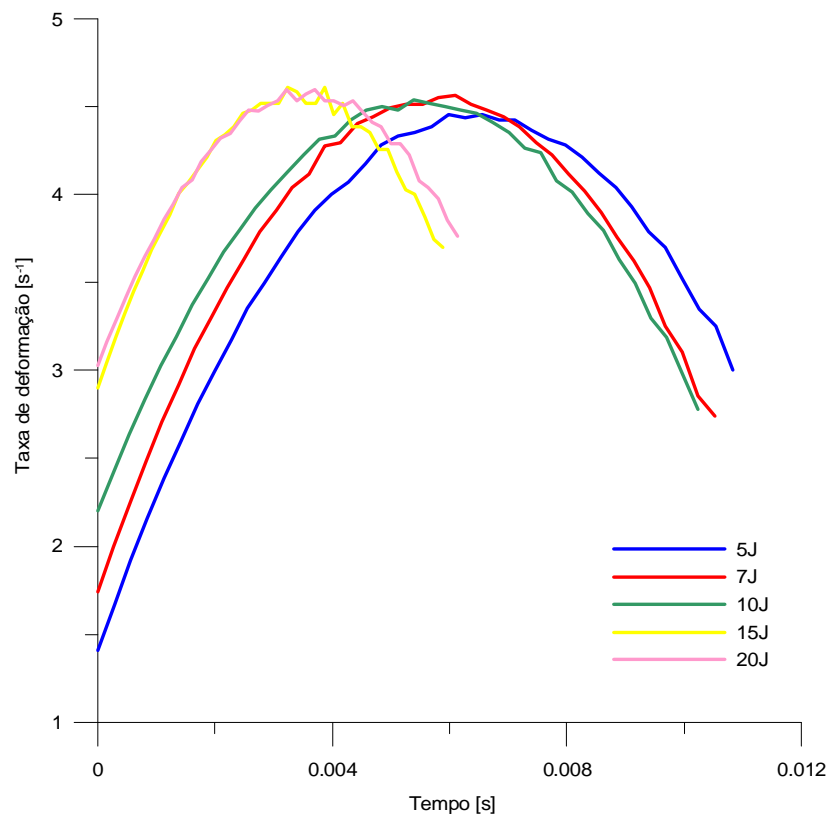


Figura 5.22 – Curvas taxa de deformação-tempo para o PP.

Do mesmo modo, as curvas tensão-tempo são apresentadas na Figura 5.23 e na Figura 5.24 para PVC e PP respectivamente.

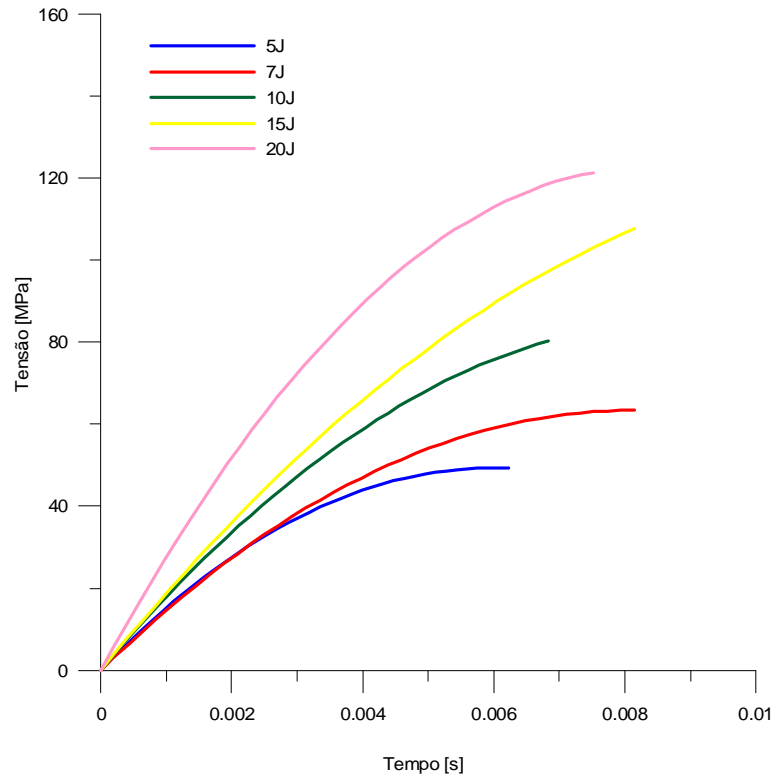


Figura 5.23 – Curvas de tensão-tempo para o PVC.

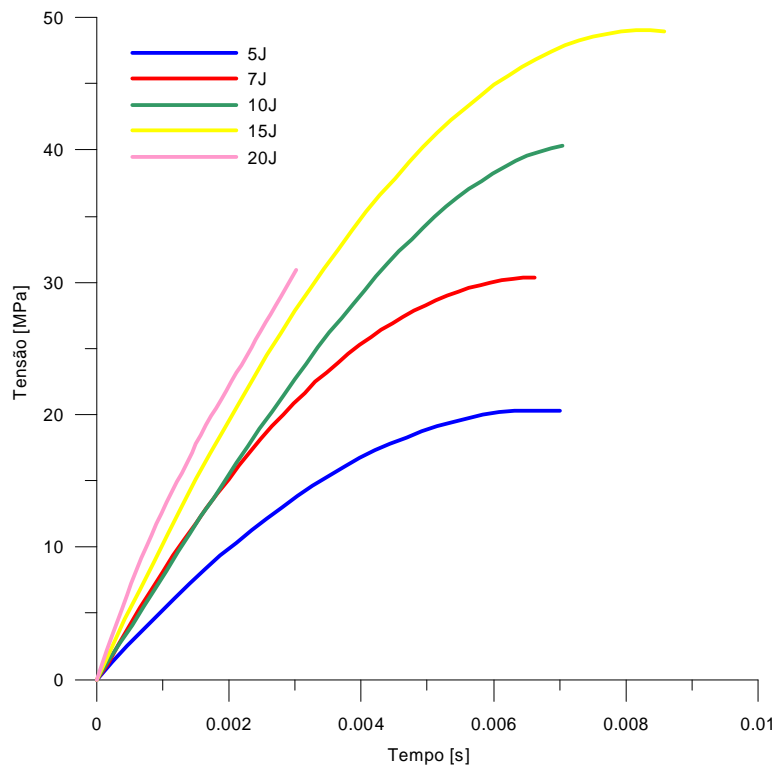


Figura 5.24 – Curvas de tensão-tempo para o PP.

5.4.4 Curvas tensão-deformação em taxa constante

A partir dos dados acima foi possível obter as curvas tensão-deformação em taxa constante para ambos os materiais, apresentadas na Figura 5.26 e na Figura 5.27. Para a obtenção dessas curvas utilizou-se um ajuste de curvas para quatro pontos, três pontos experimentais, mais a origem (0,0). O procedimento segue os passos descritos abaixo, que também é ilustrado na Figura 5.25 para o PP para a taxa de 4 s^{-1} e energia de impacto de 5J:

Passo 1 – Na curva taxa de deformação-tempo para uma dada energia de impacto, definir a taxa para a qual se pretende montar a curva tensão-deformação e tomar o tempo correspondente a essa taxa;

Passo 2 – Na curva tensão-tempo para a mesma energia de impacto, tomar a tensão correspondente ao tempo encontrado no passo 1;

Passo 3 – Na curva deformação-tempo para a mesma energia de impacto, tomar a deformação correspondente ao tempo encontrado no passo 1;

Passo 4 – Repetir os passos 1, 2 e 3 para outra energia de impacto até conseguir pontos tensão-deformação suficientes para ajustar a curva tensão-deformação em taxa constante.

Note-se que apesar da pequena variação de energias de impacto aplicadas nos ensaios, o que também resultou em taxas de deformação muito próximas, foi possível distinguir-se bem as curvas para taxas bastante próximas como as mostradas na Figura 5.26 e na Figura 5.27, nas quais a variação das taxas é de apenas 1 s^{-1} de uma curva para a outra. Como pode ser observado, a maior taxa de deformação conseguida nos ensaios foi de 5 s^{-1} , assim, caso se desejasse obter curvas para taxas maiores que 5 s^{-1} , haveria a necessidade de fazer ensaios com energias de impacto superiores a 20J. Caso se desejasse estimar curvas para taxas maiores, poderia-se partir para um equacionamento das curvas apresentadas, de forma similar ao feito por Dean e Crocker (2006), os quais apresentaram equações derivadas de curvas experimentais e puderam extrapolar os resultados para taxas de deformação muito superiores às utilizados em seus ensaios.

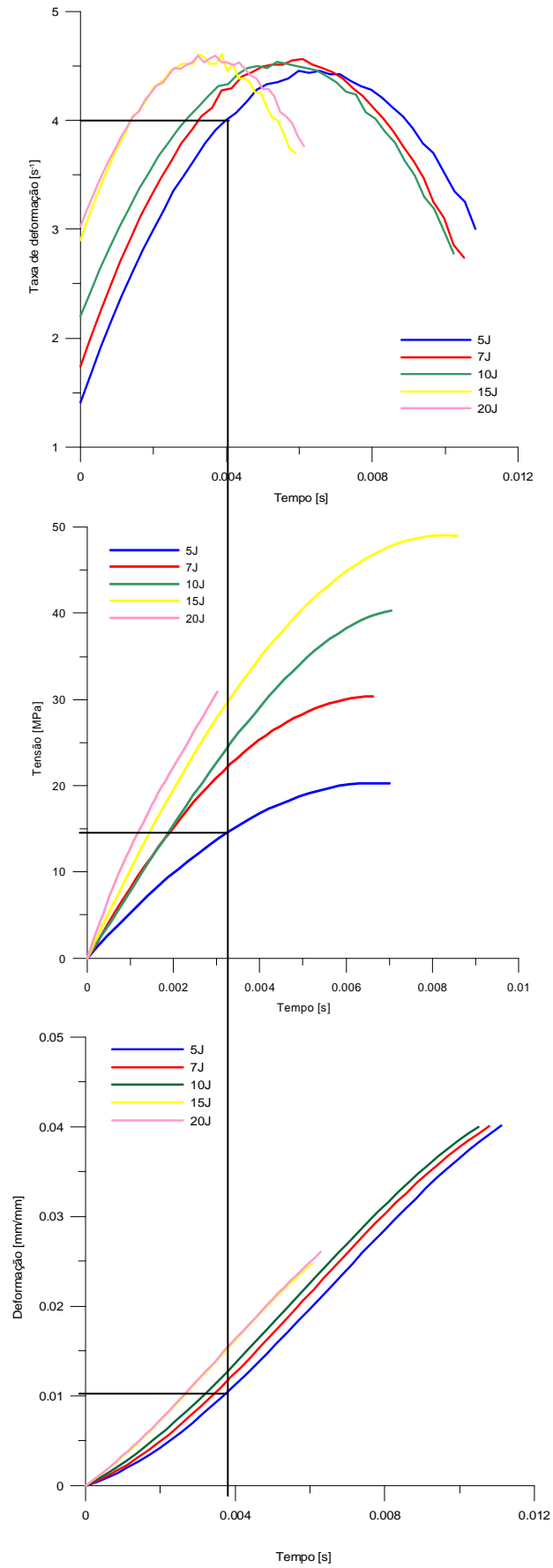


Figura 5.25 – Exemplo de obtenção dos pontos para curva em taxa constante para PP.

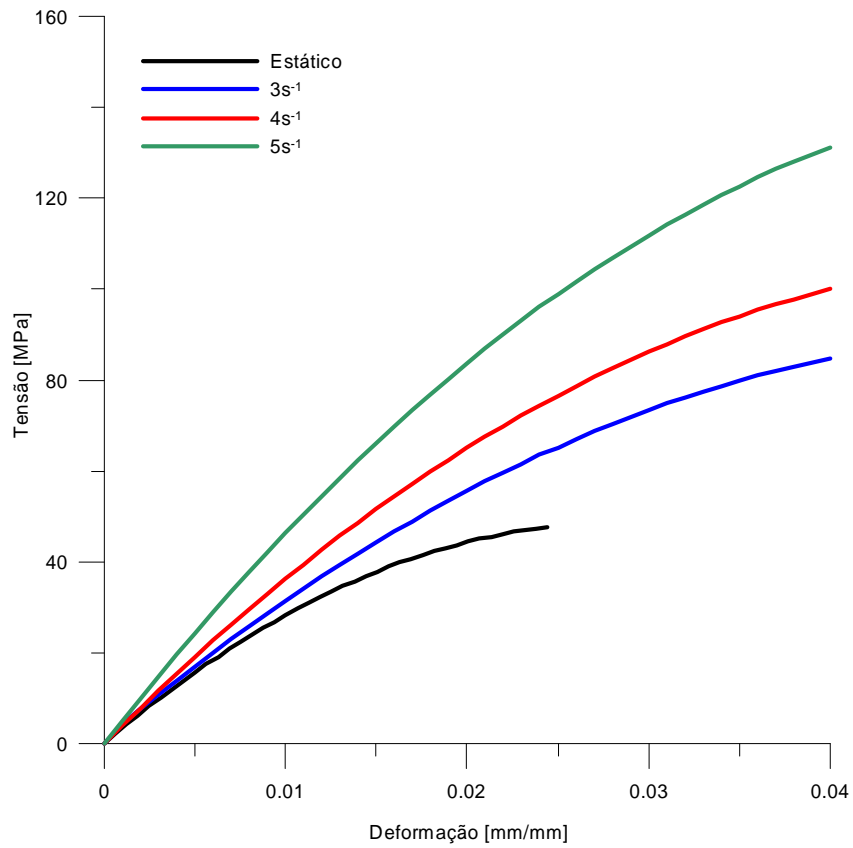


Figura 5.26 – Curvas tensão-deformação em taxa constante para o PVC.

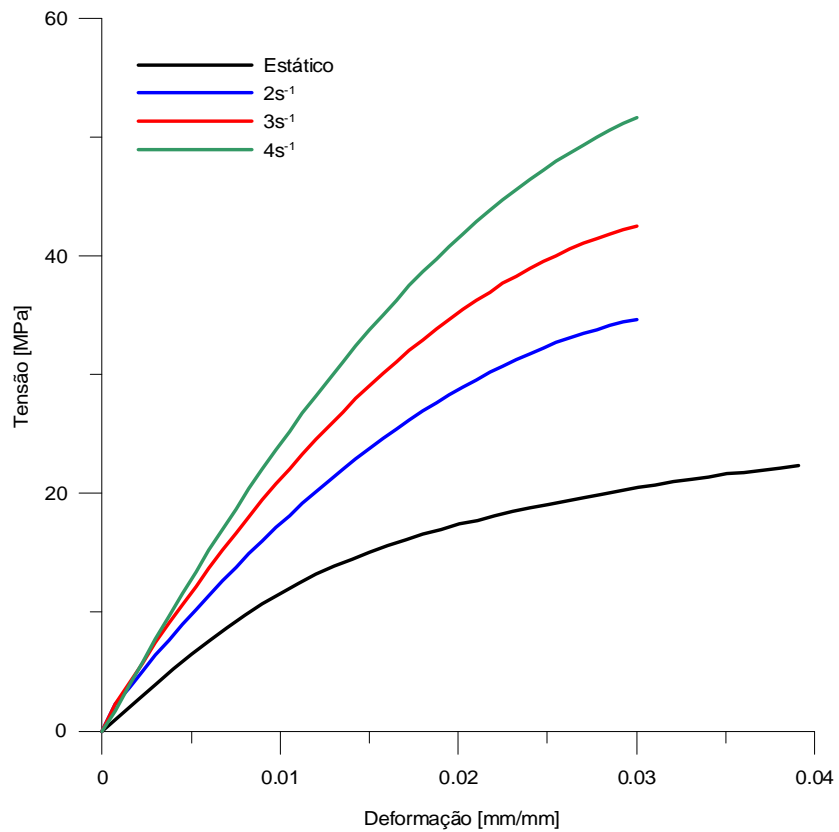


Figura 5.27 – Curvas tensão-deformação em taxa constante para o PP.

Para as curvas em taxa de deformação constante, obteve-se os módulos de elasticidade apresentados na Tabela 5.8 e na Tabela 5.9 para PVC e PP respectivamente.

Tabela 5.8 – Módulos de elasticidade dinâmicos para PVC a partir das curvas tensão-deformação em taxa constante.

| Taxas de impacto [s^{-1}] | Módulo de elasticidade [MPa] |
|-------------------------------|------------------------------|
| Estático | 3280 |
| 3 | 3300 |
| 4 | 3775 |
| 5 | 4815 |

Tabela 5.9 – Módulos de elasticidade dinâmicos para PP a partir das curvas tensão-deformação em taxa constante.

| Taxas de impacto [s^{-1}] | Módulo de elasticidade [MPa] |
|-------------------------------|------------------------------|
| Estático | 1325 |
| 2 | 1870 |
| 3 | 2330 |
| 4 | 2700 |

5.4.5 Curvas tensão-deformação plástica em taxa constante

A partir das curvas da Figura 5.26 e Figura 5.27 e dos valores dos módulos de elasticidade da Tabela 5.8 e Tabela 5.9, foi possível obter as curvas tensão-deformação plástica em taxa constante, apresentadas na Figura 5.28 e Figura 5.29. Em vista dessas figuras, as tensões de escoamento obtidas para ambos os materiais são listadas na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 – Tensões de escoamento para PVC e PP a partir das curvas tensão-deformação plástica em taxa constante.

| Tensões de escoamento PVC [MPa] | | Tensões de escoamento PP [MPa] | |
|---------------------------------|------|--------------------------------|------|
| Estático | 12 | Estático | 5,2 |
| $3 s^{-1}$ | 23 | $2 s^{-1}$ | 12,6 |
| $4 s^{-1}$ | 26,2 | $3 s^{-1}$ | 13,7 |
| $5 s^{-1}$ | 33,4 | $4 s^{-1}$ | 15,2 |

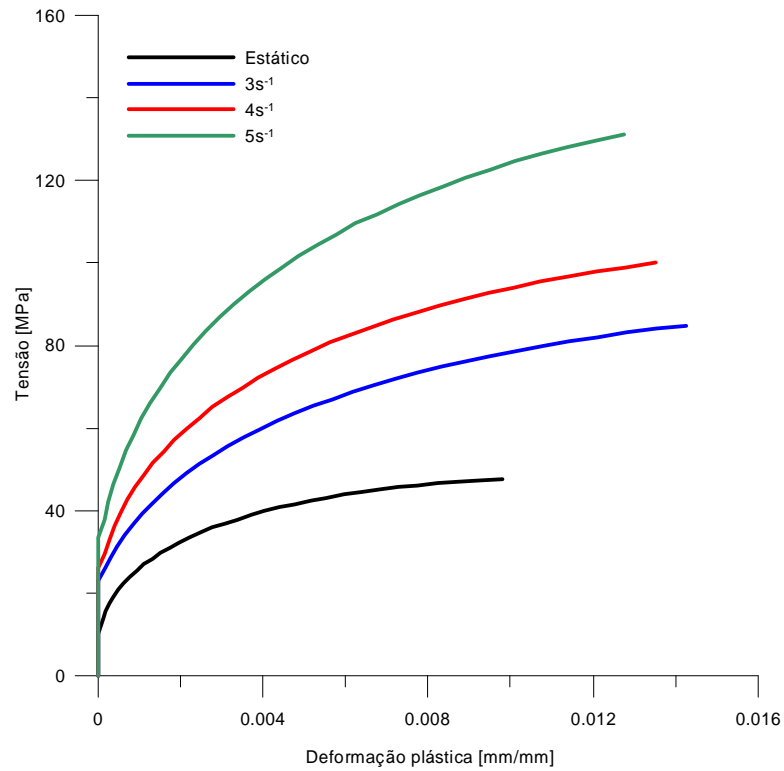


Figura 5.28 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa constante para o PVC.

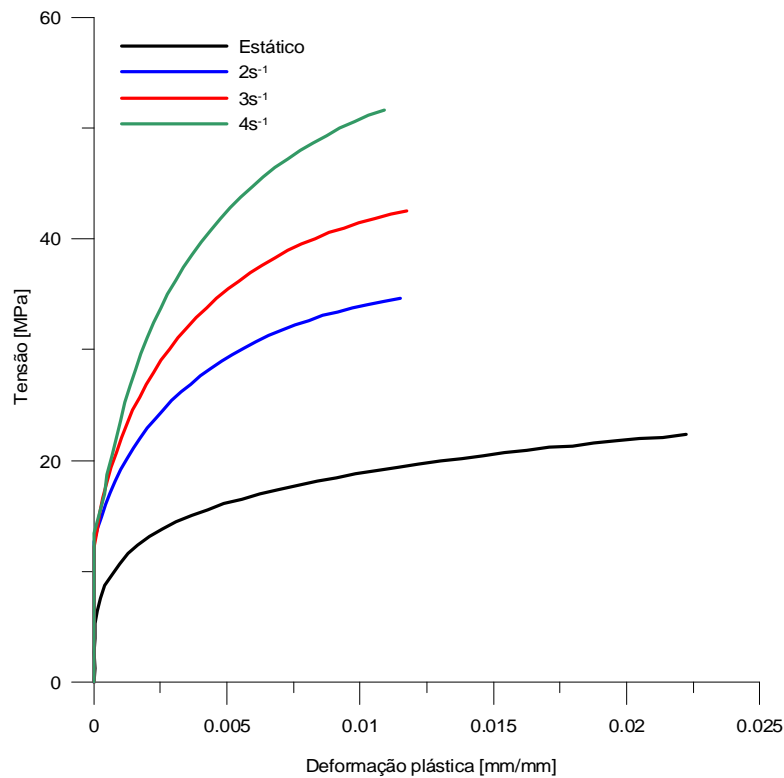


Figura 5.29 – Curvas tensão-deformação plástica em taxa constante para o PP.

6 SIMULAÇÕES

O objetivo das simulações foi mostrar exemplos de aplicação das curvas tensão x deformação em taxa constante obtidas experimentalmente. Essas curvas normalmente são utilizadas em modelos constitutivos e algoritmos que possam interpolar entre o conjunto de curvas dado, para determinar a curva tensão x deformação associada à taxa num determinado ponto de integração. Desse modo, em uma peça submetida a diversos carregamentos dinâmicos, cada ponto se deforma a uma determinada taxa, ao longo do processo de deformação. Ter um conjunto de curvas e mais uma formulação que permita interpolar ou extrapolar delas, permite fazer uma simulação em que cada ponto da peça, em cada instante, é modelado com a curva adequada à taxa (e possivelmente à temperatura) e deformação no ponto. É uma análise elastoplástica em que a curva de encruamento muda com a taxa. Como o ANSYS, software utilizado, não permite que se entre com diversas curvas, esse efeito foi testado simulando-se um ensaio de impacto regido por normas, no qual a energia de impacto e a curva tensão-deformação correspondente são conhecidas. Através da identificação da taxa de deformação aproximada num certo nó, é possível corrigir o campo de tensões nesse nó aplicando a curva tensão x deformação a taxa constante apropriada. Antes, uma simulação de um dos corpos de prova é apresentada, na qual alguns parâmetros são obtidos e discutidos.

6.1 Elemento utilizado

O elemento utilizado nas simulações foi o SOLID95, cuja geometria pode ser vista na Figura 6.1.

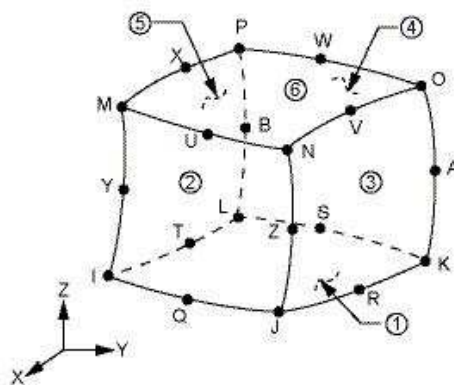


Figura 6.1 – Elemento SOLID95. Ansys manual 11.0.

O elemento é definido por 20 nós, tendo três graus de liberdade por nó: translações nas direções nodais x, y, e z. Sua formulação comporta plasticidade, viscoplasticidade, fluência, grandes deslocamentos e grandes deformações.

Esse elemento suporta formas irregulares sem muita perda de precisão, sendo apropriado à formas curvas. (Ansys manual 11.0).

6.2 Simulação do corpo de provas de PVC

Estudar os fenômenos físicos e determinar alguns parâmetros de análise através de modelos mais simples pode ser útil na hora de analisar peças e situações de carregamento mais complexas. Essa análise prévia foi feita simulando-se o corpo de provas de PVC, na qual a curva tensão x deformação a taxa constante de 4 s^{-1} foi utilizada.

6.2.1 Definição do modelo e condições de contorno

Fazendo proveito da simetria do corpo de provas, modelou-se apenas 1/8 de seu volume, dentro do seu comprimento útil, desprezando-se as extremidades, como mostra a Figura 6.2.

Tomando o volume citado, aplicaram-se as condições de simetria nos planos “XY” e “XZ” como mostra a Figura 6.3. Completando as condições de contorno, os nós da face A3, grifada com cor vermelha e indicada na Figura 6.4, foram restringidos somente da direção “X”, direção axial do corpo de provas. Essa face corresponde ao centro do corpo de provas real. A face oposta a essa, ou seja, a outra extremidade do modelo de elementos finitos foi utilizada para aplicação do carregamento transiente deslocamento *versus* tempo. A Figura 6.5 mostra o modelo de elementos finitos já com a malha, no qual as restrições na face fixa estão representadas pelos vetores força de reação nodal, e na face oposta é aplicado o carregamento transiente, representado pelas linhas vermelhas sobre essa face. O carregamento foi aplicado de modo a produzir uma deformação na taxa constante de 4 s^{-1} . Detalhes da curva de carregamento serão discutidos mais a frente.

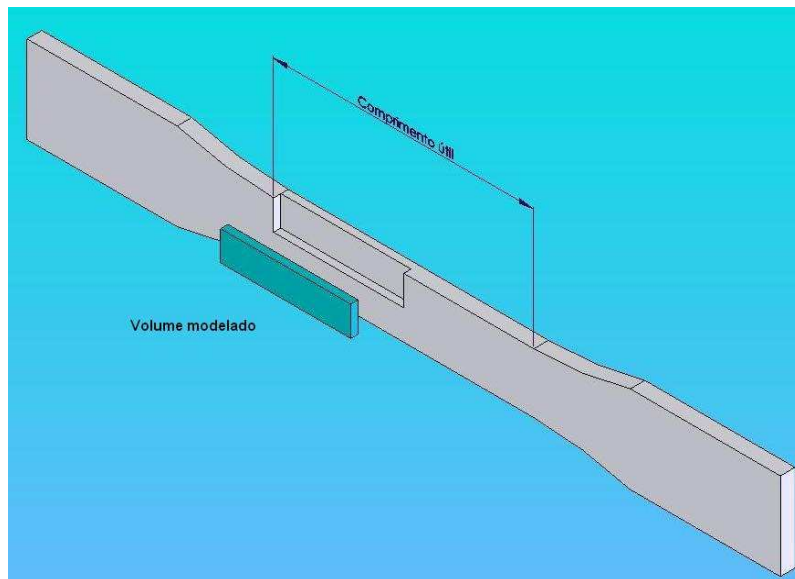


Figura 6.2 – Porção do volume do corpo de provas que foi modelado em elementos finitos.

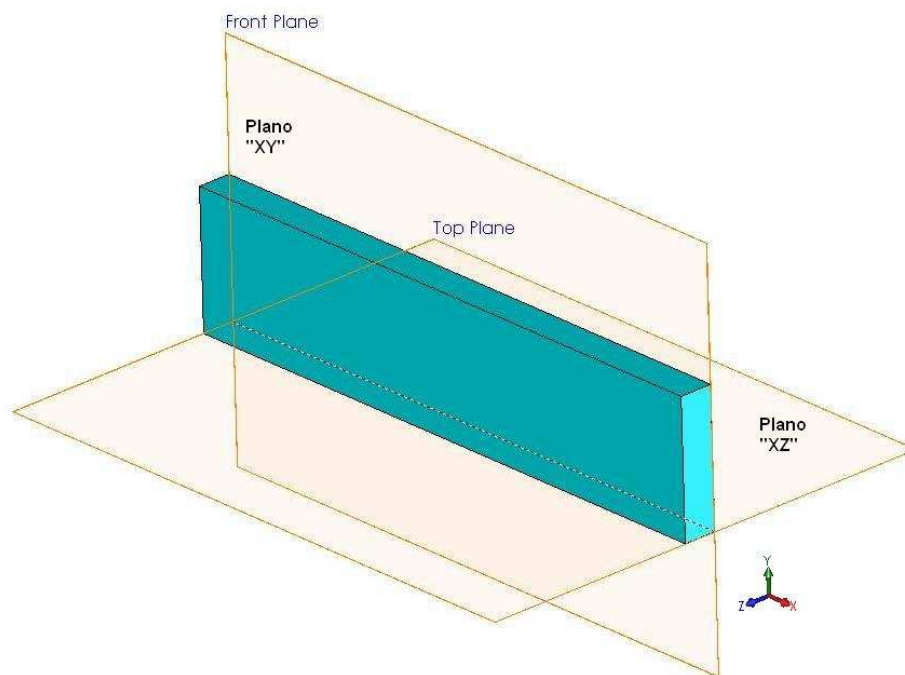


Figura 6.3 – Condições de simetria aplicadas ao modelo de elementos finitos.

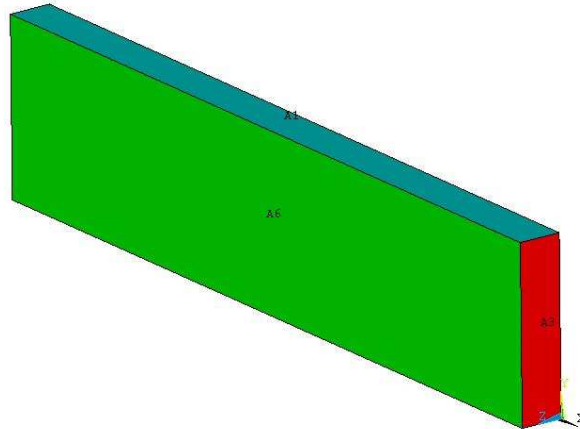


Figura 6.4 – Os nós de face A3, grifada em vermelho, foram restringidos na direção “X”.

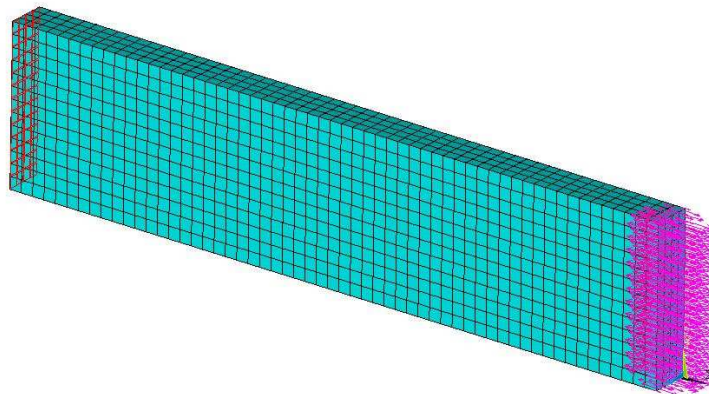


Figura 6.5 – Os vetores força de reação representam a restrição na direção axial “X” do modelo e o carregamento transiente, representado por linhas vermelhas, é aplicado na face oposta.

6.2.2 Propriedades do material

As propriedades de material utilizadas foram obtidas experimentalmente, e são listadas para o PVC na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Propriedades do PVC.

| | |
|--|------|
| Módulo de elasticidade estático, E [MPa] | 3280 |
| Coefficiente de Poisson, ν | 0.38 |
| Densidade, ρ [kg/m ³] | 1477 |

Juntamente com as propriedades acima, forneceu-se ao ANSYS a curva tensão x deformação a taxa constante de 4 s^{-1} obtida para o PVC em tabela multilinear até o valor máximo de tensão. A curva é mostrada na Figura 6.6.

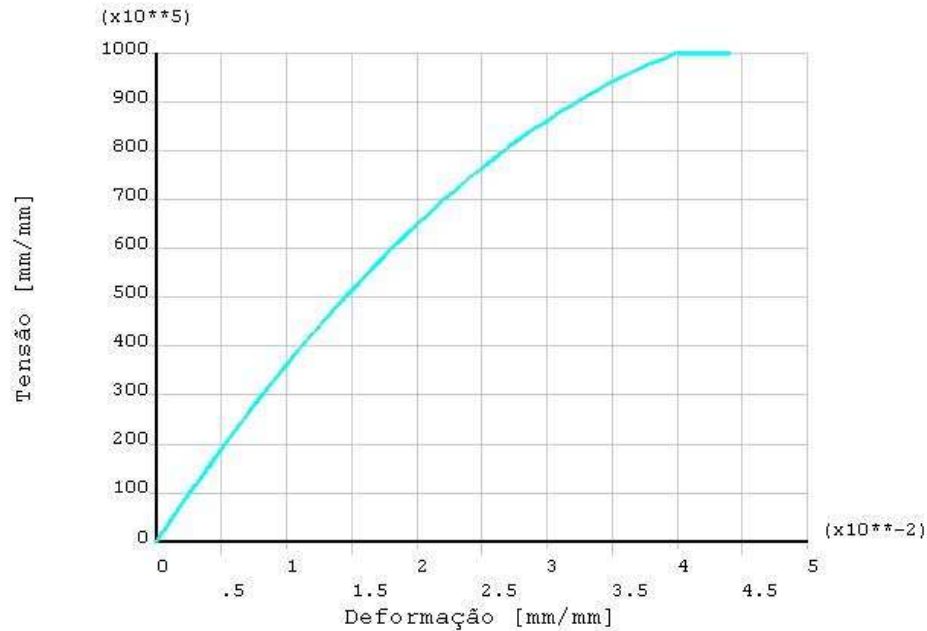


Figura 6.6 – Curva tensão x deformação a taxa constante de 4 s^{-1} para o PVC.

6.2.3 Carregamento transiente aplicado

Visando provocar uma deformação em taxa constante de 4 s^{-1} , criou-se um carregamento transiente do tipo rampa deslocamento *versus* tempo, que é um carregamento aplicado em taxa constante. O acerto para que a taxa de aplicação do carregamento produzisse uma taxa de deformação constante de 4 s^{-1} foi feito variando a intensidade do deslocamento e o tempo de aplicação, lendo-se ao final da análise a taxa de deformação produzida. Por fim, a curva de carregamento aplicada é mostrada na Figura 6.7. O deslocamento variou de seu valor zero a 0,46 mm, no intervalo de tempo de zero a 4 ms. Note-se que os valores negativos são devido ao deslocamento ter sido aplicado no sentido negativo do eixo x do modelo.

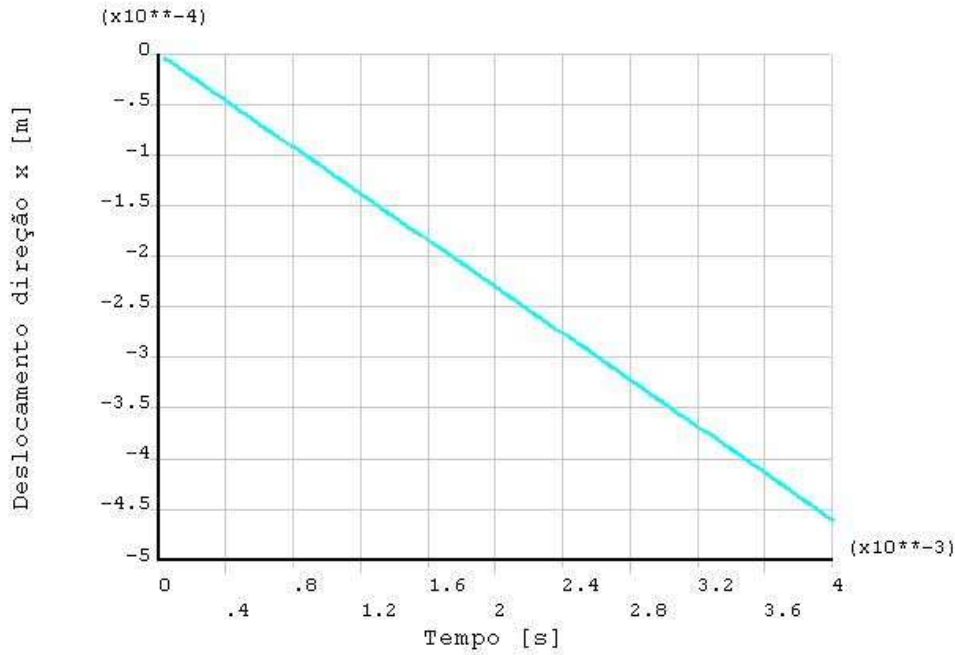


Figura 6.7 – Deslocamento na direção x *versus* tempo aplicado ao modelo.

Para análise dos resultados, foram coletados os valores de resposta do modelo, na forma das curvas tensão x deformação, deformação total x tempo, trabalho plástico x tempo e taxa de deformação x tempo, mastradas na Figura 6.9, Figura 6.10, Figura 6.11 e Figura 6.12, respectivamente, todos na direção axial “X” do modelo, no nó central do modelo. A Figura 6.8 mostra no seu lado esquerdo um detalhe da face fixa, onde está circulado em vermelho o elemento cujo nó inferior direito é o nó central da face. No lado direito é apresentado um *zoom* desse elemento e pontuado em vermelho a posição desse nó. Vê-se que o nó coincide com o ponto (0,0,0) da tríade do modelo.

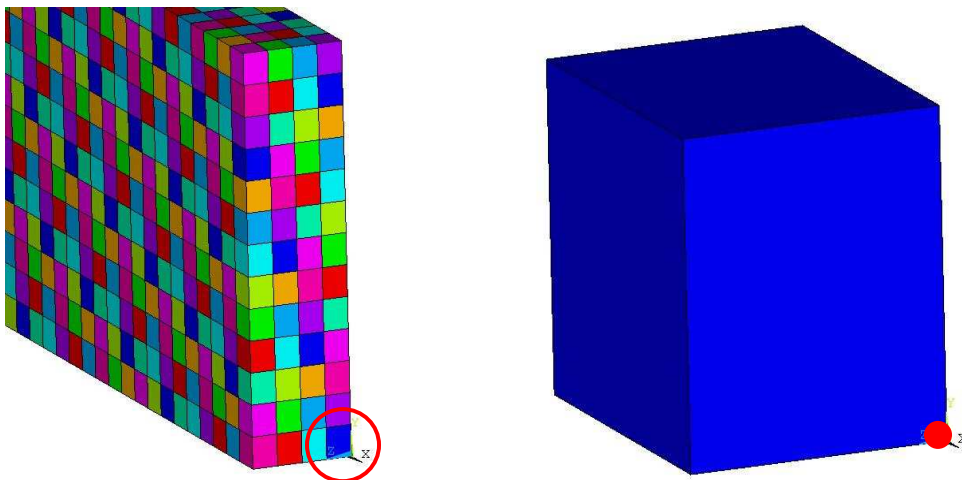


Figura 6.8 – Face fixa do modelo com detalhe do seu nó central, que coincide com a origem da tríade.

Em análise da Figura 6.9, observa-se que a resposta na forma de tensão x deformação está correta se comparada com a curva de entrada apresentada na Figura 6.6. Isso indica que o software está interpolando corretamente os valores na curva tensão x deformação fornecida.

A análise da curva deformação x tempo Figura 6.10, é útil para comprovar se o carregamento deslocamento x tempo foi aplicado de forma correta. Nota-se que a deformação segue crescente na forma de uma rampa, que é justamente como foi aplicado o carregamento.

Na Figura 6.11 mostra-se o trabalho plástico no modelo. Ele representa como as deformações plásticas crescem a medida que o carregamento aumenta. Observa-se que deformações plástica começam a aparecer já em torno de 0,4 ms. Deve-se notar que em nenhum momento houve estrição do corpo de provas.

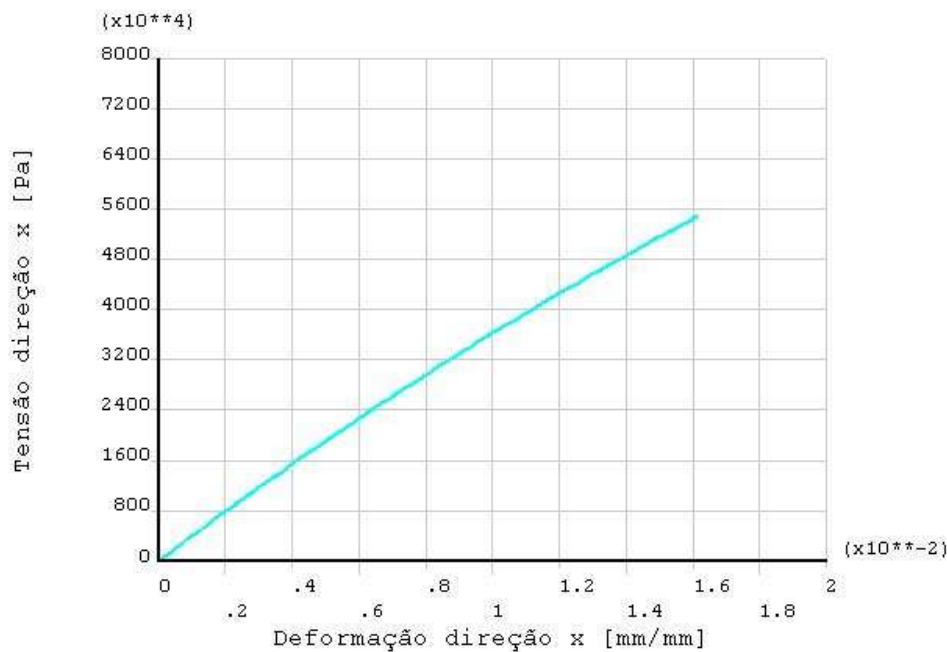


Figura 6.9 – Curva de resposta tensão x deformação no nó central do modelo.

A taxa de deformação resultante do carregamento imposto pode ser observada na Figura 6.12. Nota-se que os valores oscilam em torno de 4 s^{-1} , podendo-se tomar esse valor como uma taxa de deformação média, lembrando que a curva tensão x deformação fornecida ao ANSYS foi para taxa constante de 4 s^{-1} . As oscilações são devidas a efeitos transientes. Nota-se que a forma dessa curva sugere estarem estampados alguns modos de vibração do modelo.

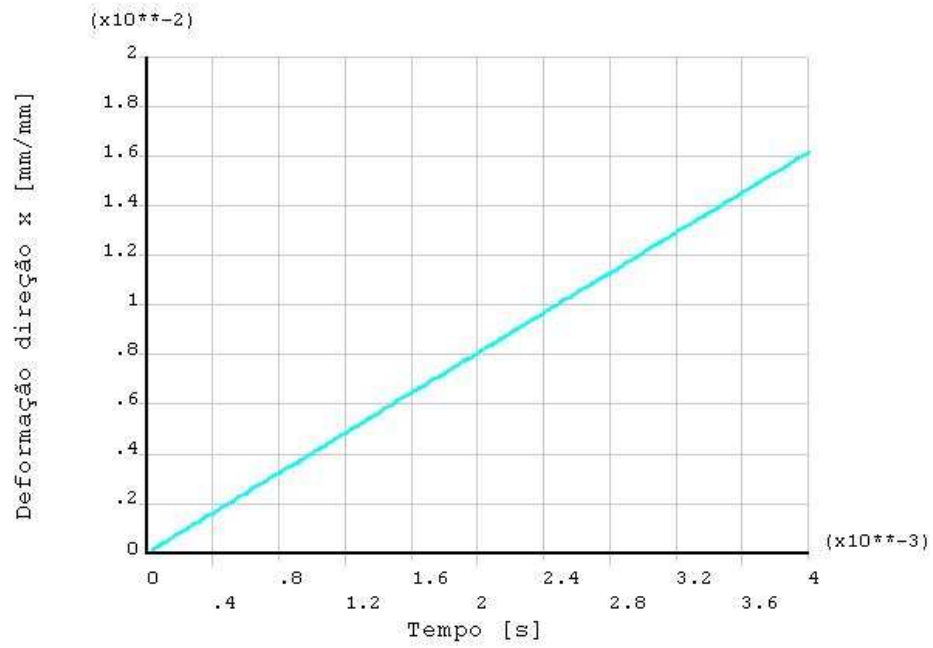


Figura 6.10 – Curva deformação x tempo no nó central do modelo.

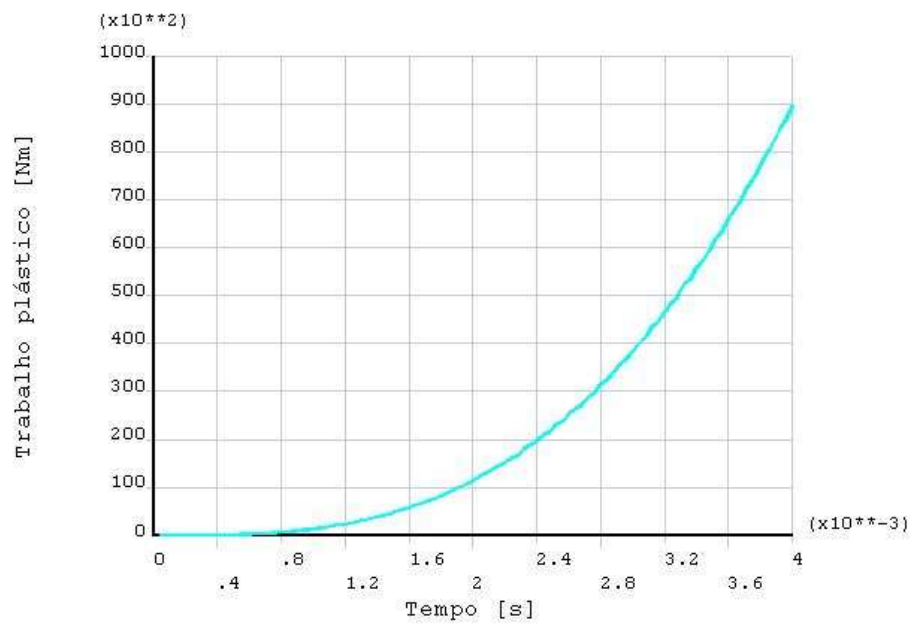


Figura 6.11 – Trabalho plástico x tempo no nó central do modelo.

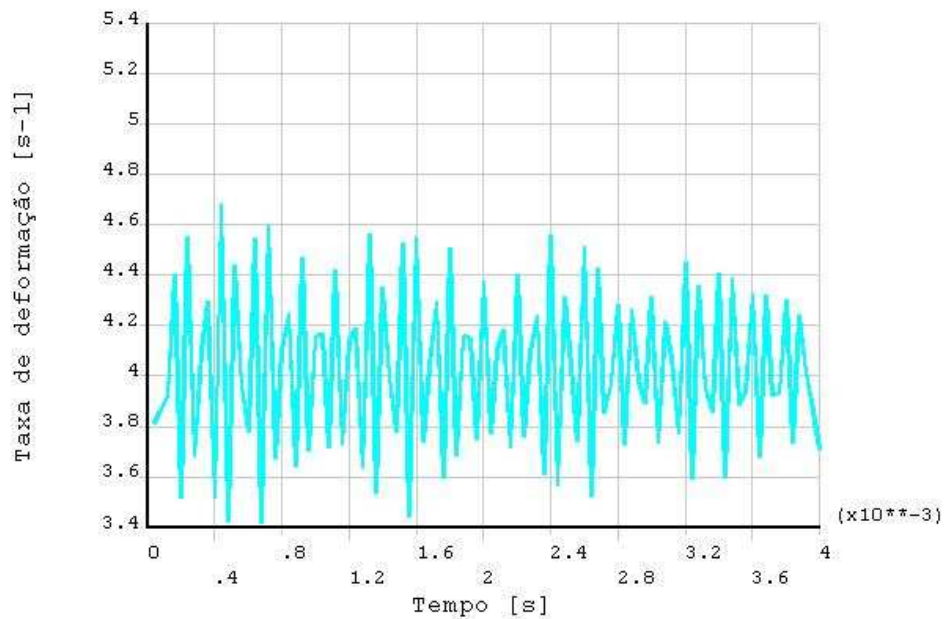


Figura 6.12 – Taxa de deformação x tempo no nó central do modelo.

A distribuição de tensão no modelo é como mostra a Figura 6.13. Atribui-se essa forma irregular do gradiente de tensão ao segundo modo de vibração do modelo, representado pela Figura 6.14 e cuja frequência é de 37431 Hz. O primeiro modo é puramente axial, na frequência de 13070 Hz. Apesar da coloração, a legenda mostra que os valores de tensão são muito próximas da constante.

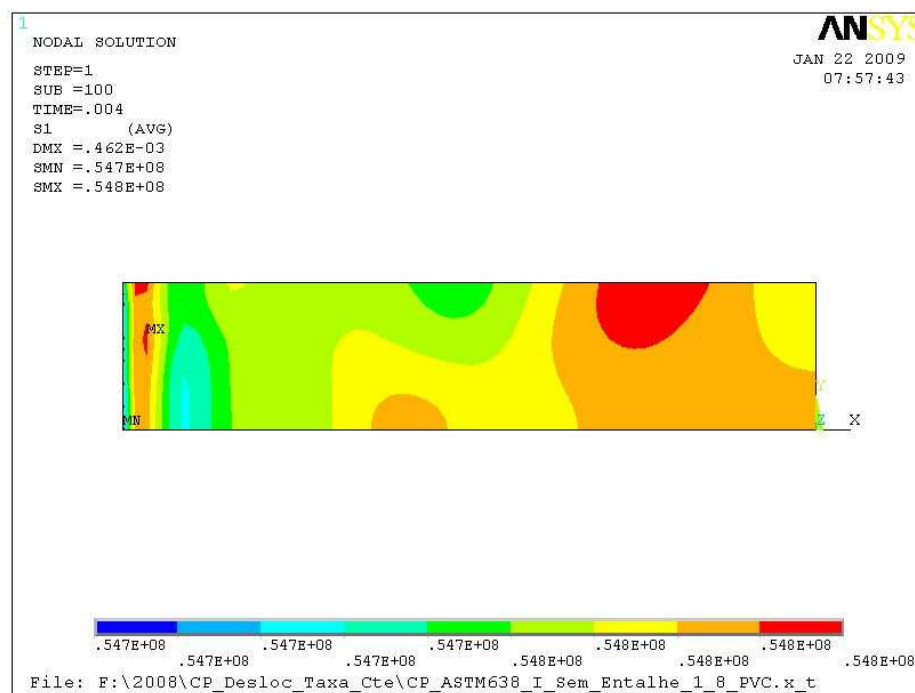


Figura 6.13 – Distribuição de tensões no modelo.

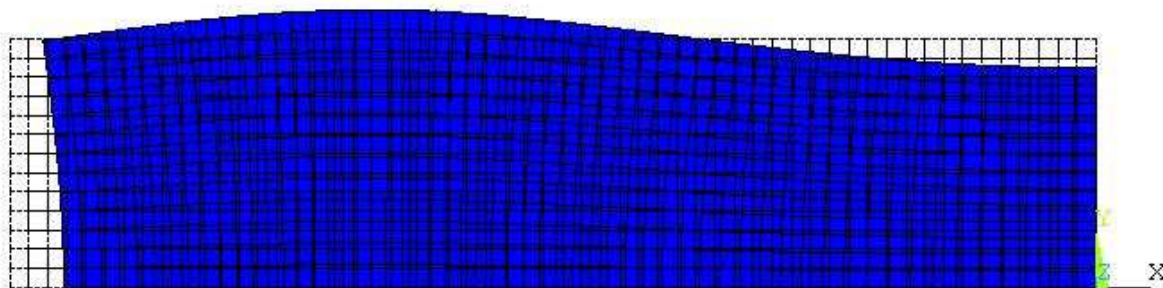


Figura 6.14 – Segundo modo de vibração do modelo na frequência de 37431 Hz.

6.3 Simulações de tampa defletora de PVC

A tampa defletora do motor elétrico é um dos componentes mais críticos sujeito a impacto. Esse componente encobre o ventilador do motor, protegendo-o contra possíveis quedas de ferramentais e outros materiais provenientes até mesmo da aplicação na qual o motor está sendo utilizado. Como exemplo, pode-se citar britadores, aplicação na qual há um risco de impacto por pedras. Uma eventual falha da defletora pode ocasionar a quebra do ventilador e por consequência a queima do motor e prejuízo na produção da fábrica. A defletora está destacada em vermelho na Figura 6.15, a qual apresenta a vista lateral de um motor elétrico completo.

Na Figura 6.16, já montada em um motor elétrico, é mostrada uma foto da tampa defletora protótipo feita em polímero para testes de impacto. Os testes de impacto foram feitos seguindo orientações das normas apresentadas no Anexo E. Deve-se notar que o material da tampa real não é o PVC, mas para efeito deste trabalho utilizou-se os dados do PVC obtidos experimentalmente. Não se tem conhecimento das curvas de impacto do material real. Normalmente os fabricantes não divulgam ou até mesmo não possuem tais curvas, assim, o que se faz num caso prático é confeccionar o componente e fazer o teste conforme a norma. Se o componente atender o requisito da norma, que é suportar uma certa carga de energia de impacto, então ele está aprovado para uso.

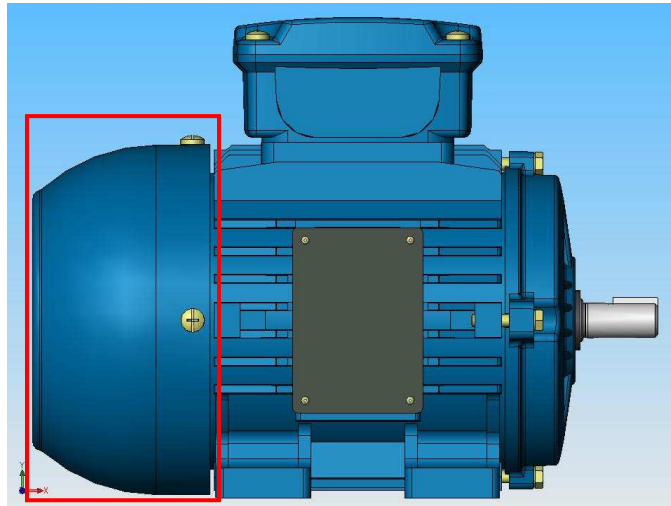


Figura 6.15 – Vista lateral de um motor elétrico completo com destaque para a defletora.

Cortesia WEG.

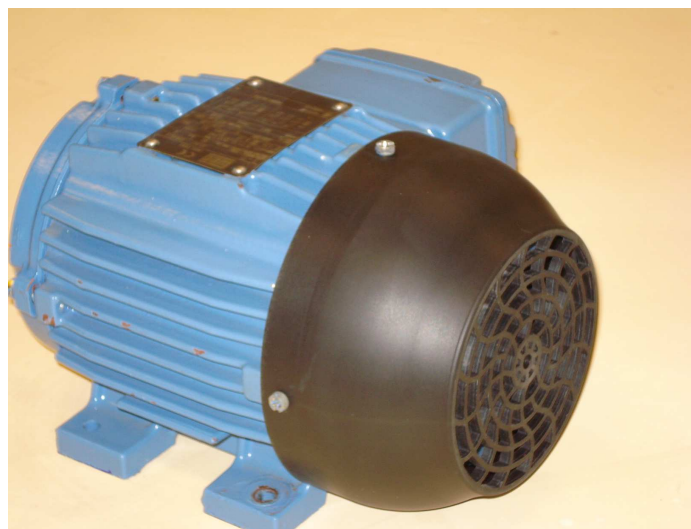


Figura 6.16 – Tampa defletora real feita em polímero. Cortesia WEG.

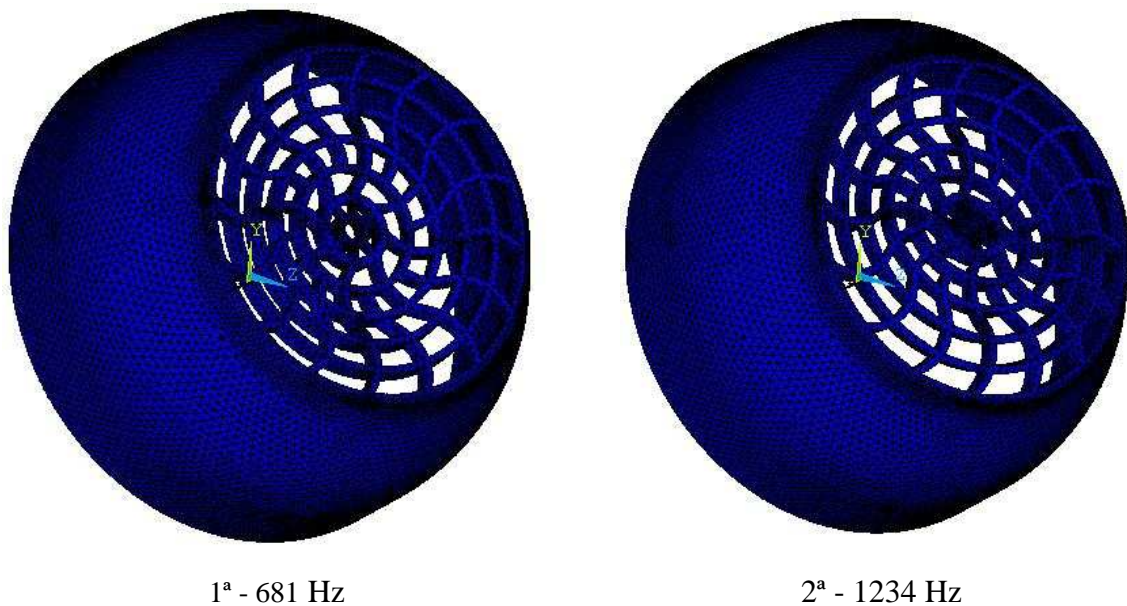
6.3.1 Análise modal

Uma maneira de estimar o tamanho adequado do elemento para uma análise transiente, bem como o mínimo intervalo de integração no tempo, é a partir do conhecimento das frequências naturais da estrutura a ser analisada. Desse modo, primeiramente foi feita uma análise modal da tampa defletora, fixando-a pela base e aplicando simetria cíclica em um setor de 90° , como mostra a Figura 6.17.



Figura 6.17 – Modelo de elementos finitos de um setor de 90° da defletora.

As primeiras duas frequências naturais e seus modos de vibração são mostradas na Figura 6.18, na qual o modelo está completo devido a ter sido feita a expansão da simetria cíclica.



1ª - 681 Hz

2ª - 1234 Hz

Figura 6.18 – Primeiras frequências naturais e modos de vibração da defletora.

Tomando a segunda frequência natural, F_2 , igual a 1234 Hz, o período relativo a essa frequência, T_2 , é dado por,

$$T_2 = \frac{1}{F_2}, \quad (6.1)$$

resultando em $T_2 = 8,1e - 4s$. O intervalo de integração mínimo no tempo, Δt , é normalmente encontrado particionando-se o período da onda em trinta segmentos, o que é suficiente para se ter uma boa representação da mesma, assim,

$$\Delta t = \frac{T_2}{30}, \quad (6.2)$$

resultando em $\Delta t = 2,7e - 5s$.

O tamanho do elemento, Te , pode ser definido a partir do comprimento de onda. O comprimento da onda relativo à segunda freqüência natural, λ_2 , é obtido da multiplicação da velocidade do som no meio, C , pelo período natural T_2 ,

$$\lambda_2 = C.T_2. \quad (6.3)$$

A velocidade do som no meio, ou seja, no material utilizado na tampa defletora, é obtida pela equação (6.4),

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (6.4)$$

onde, E é o módulo de elasticidade do material e ρ sua densidade específica. Utilizando os dados da Tabela 6.1, tem-se que $C = 1490$ m/s e conseqüentemente, por (6.3), $\lambda_2 = 1,2$ m. De forma similar ao feito para o intervalo de integração mínimo, Δt , o tamanho do elemento, Te , é estimado particionando-se o comprimento de onda λ_2 em cem partes, ou seja,

$$Te = \frac{\lambda_2}{100}, \quad (6.5)$$

o que resulta em $Te = 0,012$ m mínimo.

Como foi utilizada simetria no modelo, reduzindo o volume da malha a $\frac{1}{4}$ do seu volume original, arbitrou-se fazer a análise de impacto da defletora com $Te = 0,0025$ m.

6.3.2 Análise de impacto

O objetivo da análise de impacto da tampa defletora foi exemplificar o uso das curvas tensão x deformação em taxa constante. Como comentado anteriormente, essas curvas normalmente são utilizadas em algoritmos que possam interpolar entre o conjunto de curvas dado, para determinar a curva tensão x deformação associada à taxa num determinado ponto de integração. Desse modo, em uma peça submetida a diversos carregamentos dinâmicos, cada ponto se deforma a uma determinada taxa, ao longo do processo de deformação. Ter um conjunto de curvas e mais uma formulação que permita interpolar entre elas, permite fazer uma simulação em que cada ponto da peça, em cada instante, é modelado com a curva adequada à taxa e deformação no ponto.

O ANSYS não permite interpolar entre um conjunto de curvas de encruamento diferentes, assim, para analisar o efeito de se utilizar uma curva tensão x deformação adequada a certa taxa de deformação, simulou-se um teste de impacto regido pelas normas IEC 62262 e IEC 60068, apresentadas no Anexo E. Arbitrou-se submeter a tampa defletora a uma energia de impacto de 20 J, o que a classificaria com código IK 10, conforme Tabela E.1. Da Tabela E.2, obtem-se para uma energia de impacto de 20 J, uma massa de impacto de 5 kg e pela Tabela E.3, para uma energia de impacto de 20 J e uma massa de impacto de 5 kg, obtem-se que a altura de queda é 400 mm. Para essa altura de queda, por (5.2), a velocidade da massa no momento do impacto, v , é 2,8 m/s.

Para a simulação, utilizou-se o mesmo modelo mostrado na Figura 6.17, no qual apenas um setor de 90° foi utilizado. Por facilidade, o efeito de uma massa em queda livre impactar no centro da defletora, foi simulado impondo-se a velocidade inicial $v = 2,8$ m/s à defletora, restringindo-se a mesma na região na qual sofreria o impacto. Uma correção na densidade do material da defletora foi feita para garantir que a energia cinética no momento do impacto fosse de 20 J.

Como um dos dados de material, forneceu-se a curva de resposta do PVC ao impacto com energia de 20 J, mostrada na Figura 5.14, na qual curvas para energias de 5, 7, 10 e 15 J também são apresentadas.

O campo de tensões na defletora devido ao impacto em 20 J é mostrado na Figura 6.19. Analisando-se o ponto destacado pelo círculo vermelho, tem-se que a tensão equivalente de von Mises no nó 1869 dessa região é 92 MPa.

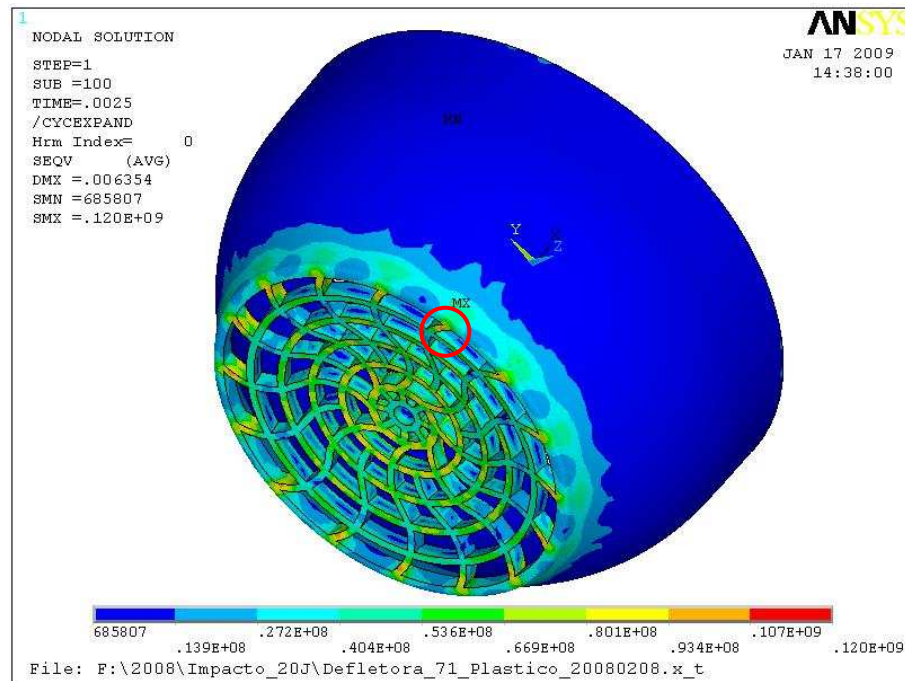


Figura 6.19 – Campo de tensões na defletora resultante do impacto em 20 J.

Tomando a deformação total nesse mesmo nó com relação ao tempo, obtém-se o gráfico da Figura 6.20.

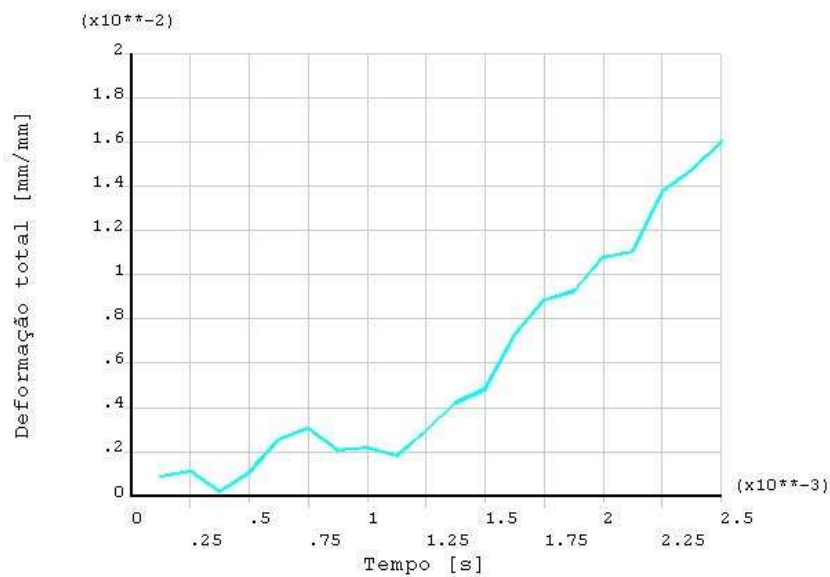


Figura 6.20 – Deformação total *versus* tempo no nó 1869.

A taxa de deformação nesse nó é obtida derivando-se a deformação total pelo tempo, o que resulta no gráfico da Figura 6.21. Nota-se que o gráfico é bastante oscilante devido à natureza do problema. Essa oscilação agrava-se pela capacidade limitada do CPU, que torna impossível armazenar todos os resultados em todo *substep*. Caso isso fosse possível, iria acontecer uma suavização na curva do gráfico. Apesar da oscilação, pode-se notar que os valores de taxa oscilam em torno de 5 s^{-1} , grifada com a linha vermelha. Essa é a taxa média de deformação no nó 1869 no modelo.

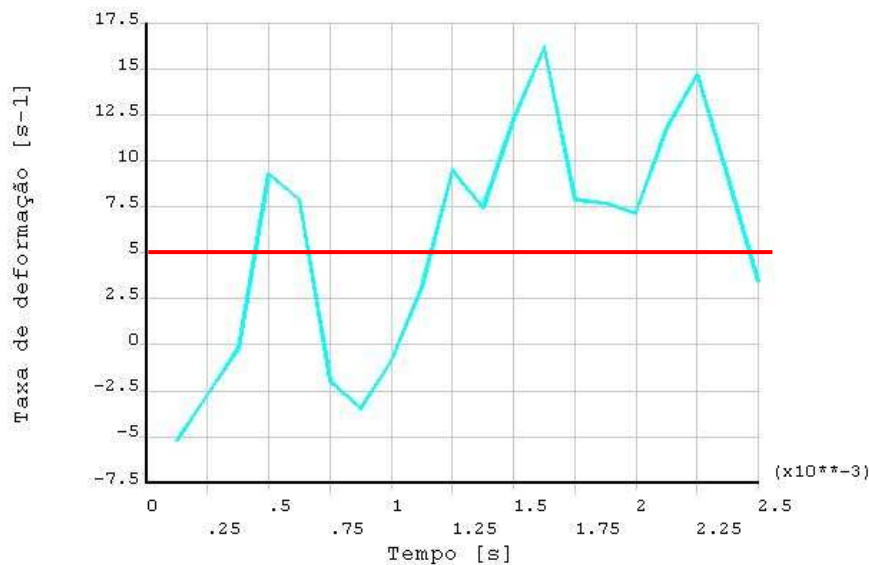


Figura 6.21 – Taxa de deformação *versus* tempo no nó 1869.

Conhecendo-se o valor da taxa média nesse nó, é possível fornecer uma nova curva de encruamento adequada a essa taxa e calcular novo campo de tensões. Dessa forma fornecendo-se ao software a curva tensão x deformação a taxa constante de 5 s^{-1} presente na Figura 5.26 e repetindo a análise, chega-se a uma correção para o valor da tensão de von Mises no nó 1869, que passa a ser 65 MPa. Deve-se notar que nos algoritmos disponíveis, esse processo é feito em cada ponto de integração do modelo, ou seja, para cada nó, assim, a tensão em todo nó sofreria uma correção conforme a curva a taxa constante mais adequada a sua taxa de deformação.

Apenas como ilustração, apresentação na Figura 6.22 como seria o campo de tensões na defletora caso a curva tensão x deformação a taxa constante de 5 s^{-1} fosse utilizada como curva de material para todo o modelo.

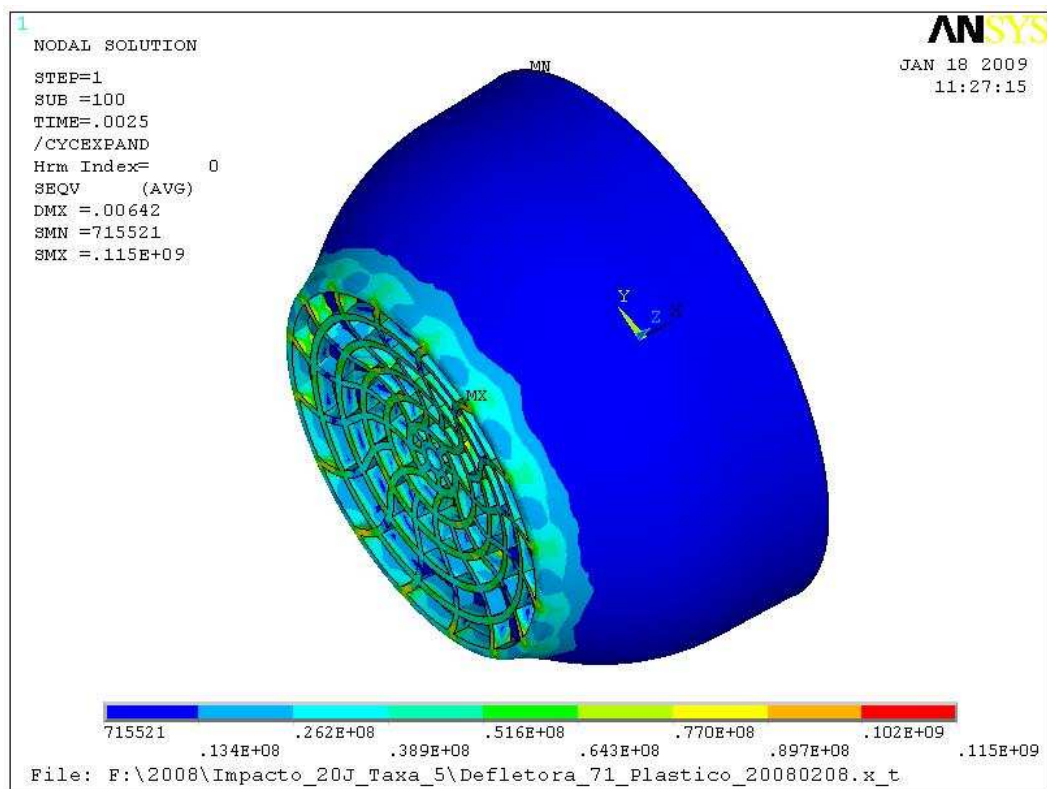


Figura 6.22 – Campo de tensões na defletora resultante do impacto em 20 J.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 Conclusões

As curvas a taxa constante permitem uma melhor precisão na obtenção dos campos de tensão e deformação em análises elastoplásticas por elementos finitos pela possibilidade de se utilizar a curva de encruamento adequada à taxa de deformação em cada ponto de integração, em cada passo de tempo.

Para fazer melhor uso das curvas a taxa constante, há a necessidade de se utilizar softwares cujos algoritmos permitam que se interpole entre diversas curvas de encruamento diferentes. O processo manual de reconhecimento das taxas em determinado ponto de integração e posterior reanálise utilizando a curva em taxa adequada é válido. No entanto, sua aplicabilidade é difícil devido à demora, por ser um processo manual, e à restrição em se analisar apenas pontos específicos de um componente a cada vez.

Apesar da pequena variação entre as energias de impacto aplicadas nos ensaios, foi possível obter curvas de material bem distintas umas das outras. Com isso, possibilitou-se também a obtenção de curvas a taxa constante bem distintas.

Ensaio de impacto com energias superiores às utilizadas nesse estudo e com espaçamento maior entre os valores de energia aplicados entre cada ensaio facilitariam o ajuste de curvas, pois introduziriam mais pontos para posterior interpolação entre os mesmos.

A precisão das curvas a taxa constante está diretamente ligada à quantidade de pares tensão x deformação utilizados para interpolação da curva final. No presente estudo, quatro pontos foram utilizados.

A aplicação de extensômetros para medição de impacto foi bem sucedida, no entanto, as medidas de deformação só fazem sentido antes da estricção do material. Sua aplicação na indústria é possível, desde que se tenha o aparato necessário aos ensaios, especialmente a máquina de impacto, por não ser uma máquina comercial e sim um projeto especial.

A confecção dos entalhes nos corpos de prova garantiram o acúmulo das tensões e deformações na região central do corpo de provas, facilitando o posicionamento dos extensômetros. No entanto, a confecção dos entalhes requer uso de equipamentos de usinagem precisos, disponíveis freqüentemente somente em ferramentarias.

A obtenção de curvas a taxa constante preenche uma lacuna de dados de materiais existente no mercado, pois atualmente os fornecedores não divulgam ou até mesmo não dispõem de curvas de impacto de seus materiais.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Abaixo seguem algumas sugestões para trabalhos futuros, cada qual poderia ser assunto de uma dissertação de mestrado. Devido à abrangência e complexidade do segundo item, este poderia ser assunto de um ou mais doutorados:

- Incluir o efeito da temperatura nas curvas tensão x deformação a taxa constante do PVC e PP;
- Desenvolver sistema de medição óptico que permita capturar a estrição em corpos de prova de polímeros durante ensaios com energia de impacto elevadas;
- Obter curvas a taxa constante bem como estudar modelos aplicáveis à polímeros carregados com fibra de vidro submetidos à impacto;
- Implementar curvas a taxa constante em software de elementos finitos que permita interpolação entre as curvas de encruamento durante o processo de deformação através de modelo de plasticidade com taxa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D638-3: Standard test method for tensile properties of plastics**. USA, 2003, 15p.

ANSYS Reference Manual Release 11.0

ARAKAWA, K.; *et al.* **Impact tensile fracture testing of a brittle polymer**. Polymer Testing, Vol. 25, pp. 1095-1100, 2006.

ARETXABALETA, L.; *et al.* **Characterisation of the impact behaviour of polymer thermoplastics**. Polymer Testing, Vol. 24, pp. 145-151, 2005.

BARBOSA, F. **Introdução à extensometria**: Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Juiz de Fora, 24 de fevereiro de 2006. 13f. Apostila do curso.

D'AMBRA, R.J.B.; *et al.* **Simulacion numerica del ensayo de impacto en probetas de polimeros utilizando el metodo de los elementos discretos**. Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste, Zaragoza, Spain, 2003.

DEAN, G.; CROCKER, L. **Prediction of the impact performance of plastics using finite element methods**. Measurement Good Practice Guide N° 87, Division of Engineering and Process Control, National Physical Laboratory, United Kingdom, february 2006.

DEAN, G.; WRIGHT, L. **An evaluation of the use of finite element analysis for predicting the deformation of plastics under impact loading**. Polymer Testing, Vol. 22, pp. 625-631, 2003.

DUAN, Y.; *et al.* **A uniform phenomenological constitutive model for glassy and semicrystalline polymers**. Polymer Engineering and Science, Vol. 41, No. 8, pp. 1322-1328, august 2001.

DUAN, Y.; *et al.* **Modeling multiaxial impact behavior of a glassy polymer**. Springer-Verlag, Inc., New York, pp. 10-18, january 2003.

DU BOIS, P.A.; *et al.* **Crashworthiness analysis of structures made from polymers**. Department of Structural Engineering, Northeastern University, Boston, USA, 2004.

GOICOLEA, J.M. **Estructuras sometidas a impacto**. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica Madrid, Madrid, Spain, 2000.

HUGUES, T.J.R. **The finite element method**. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1987.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. **IEC 60068 – 2 - 75: Environmental testing – Part 2: Tests – Test Eh: Hammer tests**. Switzerland, 1997-08, 29p.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. **IEC 62262: Degrees of protection provided by enclosures for electrical equipment against external mechanical impacts (IK code)**. Switzerland, 2002, 14p.

JEUNECHAMPS, P.P. **Simulation numérique, à l'aide d'algorithmes thermomécaniques implicites, de matériaux endommageables pouvant subir de grandes vitesses de déformartion - Application aux structures aéronautiques soumises à impact**. Université de Liege, Liege, France, 2008.

JONES, N. **Structural impact**. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2003.

MALVERN, L.E. **Introduction to the mechanics of a continuous medium**. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1969.

MENDONÇA, P.T.R.; PAGLIOSA, C. **Comportamento viscoelástico dos plásticos: Curso WEG-UFSC**, Universidade Federal de Santa Catarina, 11 de julho de 2006, 100f. Apostila do curso.

NEMOTO, Y.L. **Determinação de curva tensão-deformação verdadeira de materiais isotrópicos usando corpos de prova de chapas finas**. 120f. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

OWEN, D.R.J. **Computation plasticity. Small and large finite element analysis of inelastic solids**. U.S., 2002.

PERZYNA, P. **Fundamental problems in viscoplasticity**. Advances in Applied Mechanics, Vol. 9, Academic Press, New York, p. 243-377, 1966.

PIERCE, D.; SHIH, C.F.; NEEDLEMAN, A. **A tangent modulus method for rate dependent solids**. Computers & Structures, Vol. 18, p. 875-888, 1984.

QUINTERO, J.A.Q. **Caracterização experimental de materiais poliméricos sob carregamento axial de impacto**. 85f. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

SHIGLEY, J.E. **Elementos de máquinas 2**. Editora LTC S.A., Rio de Janeiro, 1984.

SIMO, J.C.; HUGUES, T.J.R. **Computational inelasticity**. Springer-Verlag, Inc., New York, 1998.

TEIXEIRA, G.M. **Análise de impacto em vigas usando-se o método de integração explícita no tempo**. 2002, 125f. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

ANEXO A – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA SUAUIZACÃO DOS SINAIS OBTIDOS NOS ENSAIOS DE IMPACTO

PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA SUAUIZACÃO DOS SINAIS OBTIDOS NOS ENSAIOS DE IMPACTO

ORIGIN :- 1

Variáveis utilizadas

DE = Dados de entrada

DEN = Dados de entrada sem valores negativos

DEF = Cria polinômio para interpolação dos valores de deformação

FOR = Cria polinômio para interpolação dos valores de força

FIT_DEF = Plota curva ajustada pelo polinômio DEF

FIT_FOR = Plota curva ajustada pelo polinômio FOR

CL_DEF = Coeficiente linear da curva ajustada pelo polinômio DEF

CL_FOR = Coeficiente linear da curva ajustada pelo polinômio FOR

NPTS = Número de pontos a serem extraídos das curvas

ARRE = Número de casas decimais para arredondamento

INC = Incremento nos valores de tempo

DEF_T = Curva deformação - tempo

FOR_T = Curva força - tempo

DS = Dados de saída

DE :- READPRN("Dados_10J_PVC.txt")

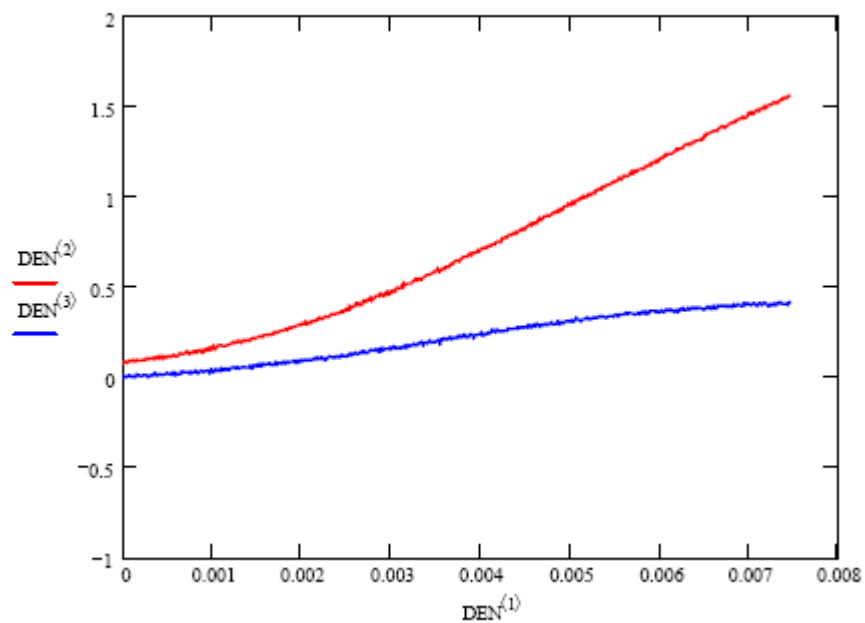
| | 1 | 2 | 3 |
|----|--------------------|-----------|------------|
| 1 | 0 | 0.08 | 0.0088887 |
| 2 | 1-10 ⁻⁵ | 0.08 | 0 |
| 3 | 2-10 ⁻⁵ | 0.0888887 | 0.0088887 |
| 4 | 3-10 ⁻⁵ | 0.0888887 | 0 |
| 5 | 4-10 ⁻⁵ | 0.0888887 | -0.0088887 |
| 6 | 5-10 ⁻⁵ | 0.08 | 0.0088887 |
| 7 | 6-10 ⁻⁵ | 0.0888887 | 0.0088887 |
| 8 | 7-10 ⁻⁵ | 0.0933333 | 0.0133333 |
| 9 | 8-10 ⁻⁵ | 0.0888887 | 0.0088887 |
| 10 | 9-10 ⁻⁵ | 0.0933333 | 0.0088887 |
| 11 | 0.0001 | 0.0933333 | 0 |

```

DEN :- for i e 1..last(DE(3))
      DENi,3 ← 0 if DEi,3 < 0
      DENi,3 ← DEi,3 otherwise
      DENi,1 ← DEi,1
      DENi,2 ← DEi,2
      DEN

```

| | 1 | 2 | 3 |
|---|-------------------|-----------|------------|
| 1 | 0 | 0.08 | 0.00888887 |
| 2 | $1 \cdot 10^{-5}$ | 0.08 | 0 |
| 3 | $2 \cdot 10^{-5}$ | 0.0888887 | 0.0088887 |
| 4 | $3 \cdot 10^{-5}$ | 0.0888887 | 0 |
| 5 | $4 \cdot 10^{-5}$ | 0.0888887 | 0 |
| 6 | $5 \cdot 10^{-5}$ | 0.08 | 0.0088887 |



```
DEF := regress(DEN(1), DEN(2), 2)
```

```
DEF =  $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 0.038 \\ 112.459 \\ 1.326 \times 10^4 \end{pmatrix}$ 
```

```
CL_DEF := DEF4
```

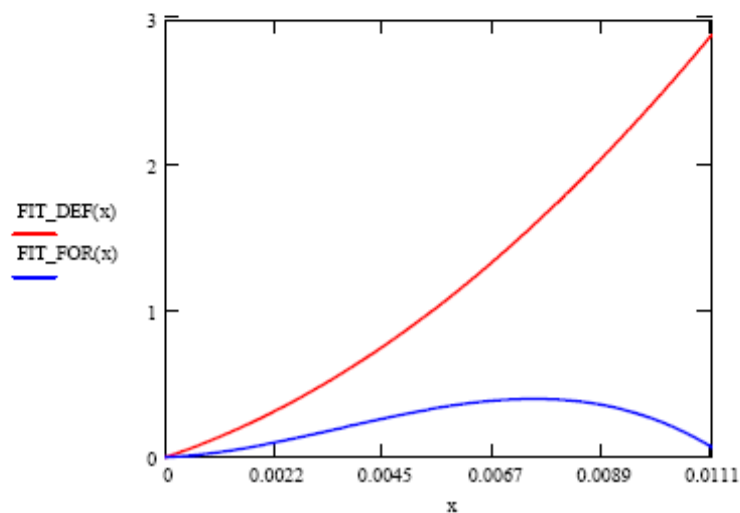
```
FIT_DEF(x) := interp(DEF, DEN(2), DEN(1), x) - CL_DEF
```

```
FOR := regress(DEN(1), DEN(3), 3)
```

```
FOR =  $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 6.0210819 \times 10^{-3} \\ 14.8008117 \\ 1.7346352 \times 10^4 \\ -1.6272406 \times 10^6 \end{pmatrix}$ 
```

```
CL_FOR := FOR4
```

```
FIT_FOR(x) := interp(FOR, DEN(3), DEN(1), x) - CL_FOR
```



NPTS := 40

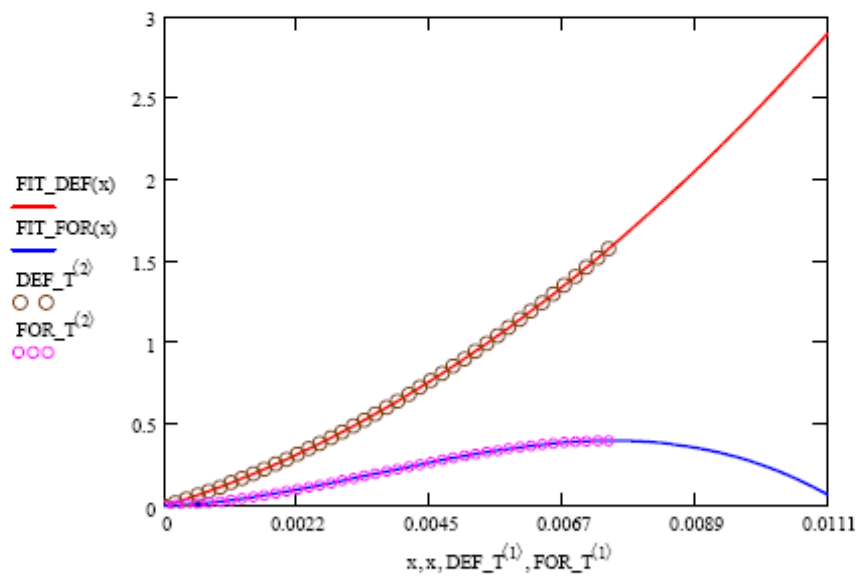
ARRE := 8

$INC := \text{round}\left(\frac{\max(\text{DEN}^{(1)})}{\text{NPTS}}, \text{ARRE}\right)$

$INC = 1.865 \times 10^{-4}$

```
DEF_T :=
  i ← 0
  for j ∈ 0, INC..INC-NPTS
    i ← i + 1
    DEF_Ti,1 ← j
    DEF_Ti,2 ← FIT_DEF(j)
  DEF_T
```

```
FOR_T :=
  i ← 0
  for j ∈ 0, INC..INC-NPTS
    i ← i + 1
    FOR_Ti,1 ← j
    FOR_Ti,2 ← FIT_FOR(j)
  FOR_T
```



$DS := \text{augment}(\text{DEF_T}^{(1)}, \text{DEF_T}^{(2)}, \text{FOR_T}^{(2)})$

$\text{WRITEPRN}(\text{"SAIDA_ANEXO_A_Dados_Tratados_10J_PVC.txt"}) := DS$

ANEXO B – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS DE MATERIAL EM TAXA VARIÁVEL

PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS DE MATERIAL EM TAXA VARIÁVEL

ORIGIN :- 1

Variáveis utilizadas

DE = Dados de entrada

GCP = Ganho do corpo de provas

GCC = Ganho da célula de carga

CCA = Constante de calibração da célula de carga

A_0 = Área inicial do corpo de provas

DTD = Dados convertidos para valores de tensão e deformação

TD = Curva tensão - deformação total

NPTS = Número de pontos das tabelas

E = Módulo de elasticidade

DTE = Curva deformação total - tempo

TTE = Curva tensão - tempo

TAX = Curva taxa de deformação total - tempo

TDP = Curva tensão - deformação plástica

DPTE = Curva deformação plástica - tempo

td = Variável para leitura dos resultados para as curvas tensão - deformação total

est = Variável para leitura da curva estática

jt = Variável para leitura dos resultados para as curvas deformação - tempo

tt = Variável para leitura dos resultados para as curvas taxa - tempo

tpd = Variável para leitura dos resultados para as curvas tensão - deformação plástica

E_0 = Módulo de elasticidade estático

TDP_0 = Curva tensão - deformação estática

DPT = Curva deformação plástica - tempo

dpt = Variável para leitura dos resultados para as curvas deformação plástica - tempo

PARTE 1 - DETERMINAÇÃO DAS CURVAS TENSÃO - DEFORMAÇÃO TOTAL E MÓDULOS DE ELASTICIDADE

```
DE := READPRN("SAIDA_ANEXO_A\Dados_Tratados_20J_PVC.txt")
```

| | 1 | 2 | 3 |
|------|-----------|---------|---------|
| DE - | 0 | 0 | 0 |
| | 0.0002363 | 0.06391 | 0.03642 |
| | 0.0004725 | 0.1078 | 0.08997 |

```
GCP := 21.29
```

```
GCC := 434.04
```

```
CCA := 0.00006
```

```
A0 := 41.6
```

```
DTD := for i ∈ 1..last(DE(3))
      |
      | DIDi,1 ← DEi,1
      | DIDi,2 ←  $\frac{4}{2.15} \cdot \frac{DE_{i,2}}{(GCP \cdot 5)}$ 
      | DIDi,3 ←  $\left[ \frac{(DE_{i,3} \cdot 1000)}{(GCC \cdot 5)} \cdot \frac{1}{CCA} \right] \cdot \frac{1}{A_0}$ 
      |
      | DTD
```

| | 1 | 2 | 3 |
|-------|-----------|-----------|------------|
| DTD - | 0 | 0 | 0 |
| | 0.0002363 | 0.0009405 | 6.5388928 |
| | 0.0004725 | 0.0018841 | 12.9171747 |

```
NPTS := 40
```

```
TD := augment(DTD(2), DTD(3))
```

```
WRITEPRN("SAIDA_TEN_DEF_ANEXO_B\Curva_tensao_deformacao_10J_PVC.txt") := TD
```

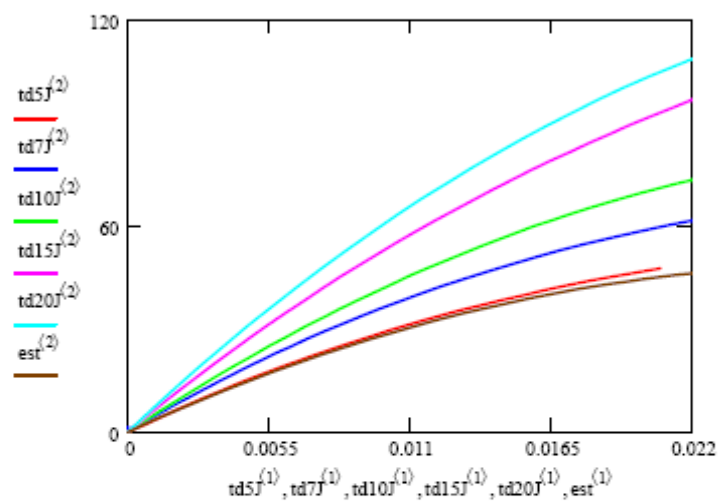
```
e := for i ∈ 1..NPTS
      |
      |  $e_i \leftarrow \frac{(TD^{(2)})_{i+1} - (TD^{(2)})_i}{(TD^{(1)})_{i+1} - (TD^{(1)})_i}$ 
      |
      | e
```

```
E10 := submatrix(e, 10, 15, 1, 1)
```

```
E := median(E10)
```

```
E = 4.816 × 103
```

```
WRITEPRN("SAIDA_MOD_ANEXO_B\Modulo_Elasticidade_10J_PVC.txt") :- E
est := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_ANEXO_B\Curva_Material_Estatica_PVC.txt")
td5J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_ANEXO_B\Curva_tensao_deformacao_5J_PVC.txt")
td7J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_ANEXO_B\Curva_tensao_deformacao_7J_PVC.txt")
td10J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_ANEXO_B\Curva_tensao_deformacao_10J_PVC.txt")
td15J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_ANEXO_B\Curva_tensao_deformacao_15J_PVC.txt")
td20J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_ANEXO_B\Curva_tensao_deformacao_20J_PVC.txt")
```



PARTE 2 - DETERMINAÇÃO DAS CURVAS DEFORMAÇÃO TOTAL - TEMPO E CURVAS TAXA - TEMPO

```
DT := augment(DTD(1), DTD(2))
```

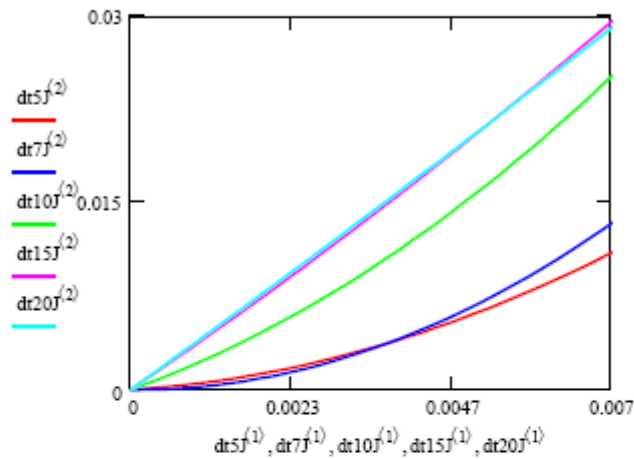
```
WRITEPRN("SAIDA_DEF_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_tempo_10J_PVC.txt") :- DT
```

$$TT := \begin{cases} \text{for } i \in 1..last(DT^{(2)}) - 1 \\ \left| \begin{array}{l} TT_{i,1} \leftarrow (DT^{(1)})_i \\ TT_{i,2} \leftarrow \frac{(DT^{(2)})_{i+1} - (DT^{(2)})_i}{(DT^{(1)})_{i+1} - (DT^{(1)})_i} \end{array} \right. \\ TT \end{cases}$$

```

dt5J := READPRN("SAIDA_DEF_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_tempo_5J_PVC.txt")
dt7J := READPRN("SAIDA_DEF_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_tempo_7J_PVC.txt")
dt10J := READPRN("SAIDA_DEF_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_tempo_10J_PVC.txt")
dt15J := READPRN("SAIDA_DEF_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_tempo_15J_PVC.txt")
dt20J := READPRN("SAIDA_DEF_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_tempo_20J_PVC.txt")

```



```

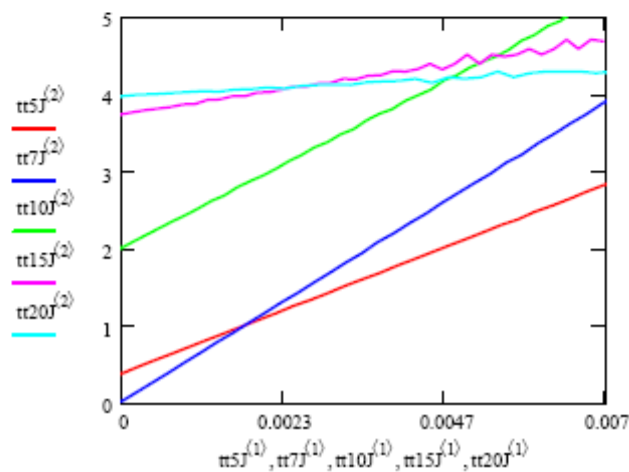
WRITEPRN("SAIDA_TAXA_TEM_ANEXO_B\Curva_taxa_tempo_10J_PVC.txt") :- TT

```

```

tt5J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_ANEXO_B\Curva_taxa_tempo_5J_PVC.txt")
tt7J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_ANEXO_B\Curva_taxa_tempo_7J_PVC.txt")
tt10J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_ANEXO_B\Curva_taxa_tempo_10J_PVC.txt")
tt15J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_ANEXO_B\Curva_taxa_tempo_15J_PVC.txt")
tt20J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_ANEXO_B\Curva_taxa_tempo_20J_PVC.txt")

```



PARTE 3 - DETERMINAÇÃO DAS CURVAS TENSÃO - TEMPO

```
TET := augment(DTD(1), DTD(3))
```

```
WRITEPRN("SAIDA_TEN_TEM_ANEXO_B\Curva_tensao_tempo_10J_PVC.txt") := TET
```

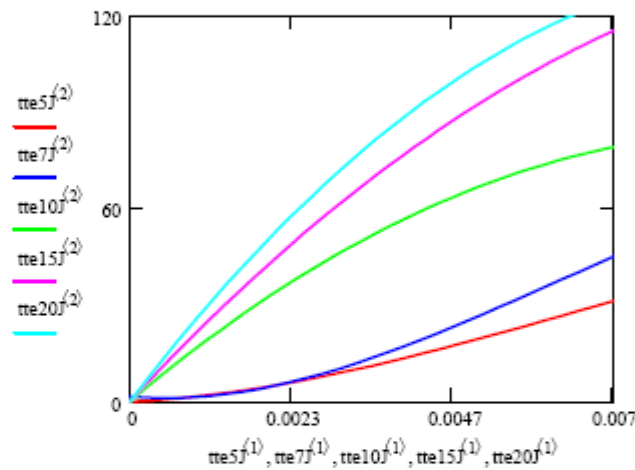
```
tte5J := READPRN("SAIDA_TEN_TEM_ANEXO_B\Curva_tensao_tempo_5J_PVC.txt")
```

```
tte7J := READPRN("SAIDA_TEN_TEM_ANEXO_B\Curva_tensao_tempo_7J_PVC.txt")
```

```
tte10J := READPRN("SAIDA_TEN_TEM_ANEXO_B\Curva_tensao_tempo_10J_PVC.txt")
```

```
tte15J := READPRN("SAIDA_TEN_TEM_ANEXO_B\Curva_tensao_tempo_15J_PVC.txt")
```

```
tte20J := READPRN("SAIDA_TEN_TEM_ANEXO_B\Curva_tensao_tempo_20J_PVC.txt")
```



PARTE 4 - DETERMINAÇÃO DAS CURVAS TENSÃO - DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

$$\text{TDP} := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{last}(\text{DTD}^{(3)}) \\ \left| \begin{array}{l} \text{TDP}_{i,1} \leftarrow (\text{DTD}^{(2)})_i - \frac{(\text{DTD}^{(3)})_i}{E} \\ \text{TDP}_{i,2} \leftarrow (\text{DTD}^{(3)})_i \\ \text{TDP}_{i,1} \leftarrow 0 \text{ if } \text{TDP}_{i,1} < 0 \end{array} \right. \\ \text{TDP} \end{cases}$$

```
WRITEPRN("SAIDA_TEN_DEF_PLAS_ANEXO_B\Curva_tensao_def_plas_10J_PVC.txt") := TDP
```

$E_0 := 3250$

$$\text{TDP}_0 := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{last}(\text{est}^{(2)}) \\ \text{TDP}_{0,i,1} \leftarrow (\text{est}^{(1)})_i - \frac{(\text{est}^{(2)})_i}{E_0} \\ \text{TDP}_{0,i,2} \leftarrow (\text{est}^{(2)})_i \\ \text{TDP}_{0,i,1} \leftarrow 0 \text{ if } \text{TDP}_{0,i,1} < 0 \\ \text{TDP}_0 \end{cases}$$

`WRITEPRN("SAIDA_TEN_DEF_PLAS_ANEXO_B\Curva_tensao_def_plas_Estatica_PVC.txt") :- TI`

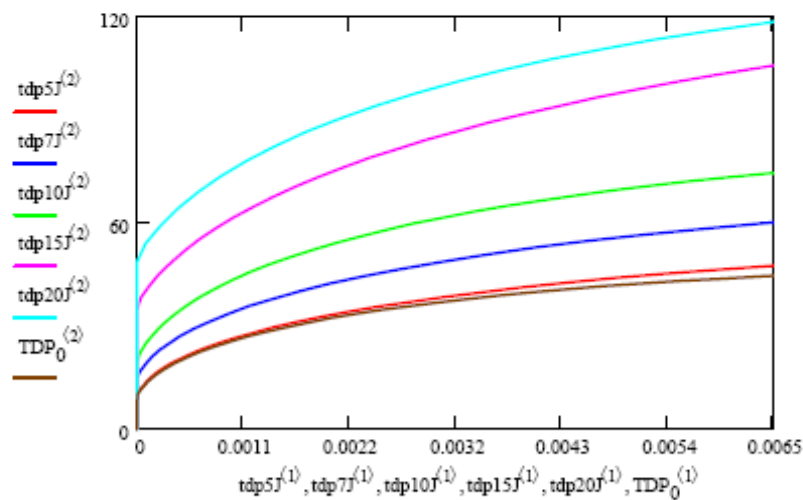
`tdp5J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_PLAS_ANEXO_B\Curva_tensao_def_plas_5J_PVC.txt")`

`tdp7J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_PLAS_ANEXO_B\Curva_tensao_def_plas_7J_PVC.txt")`

`tdp10J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_PLAS_ANEXO_B\Curva_tensao_def_plas_10J_PVC.txt")`

`tdp15J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_PLAS_ANEXO_B\Curva_tensao_def_plas_15J_PVC.txt")`

`tdp20J := READPRN("SAIDA_TEN_DEF_PLAS_ANEXO_B\Curva_tensao_def_plas_20J_PVC.txt")`

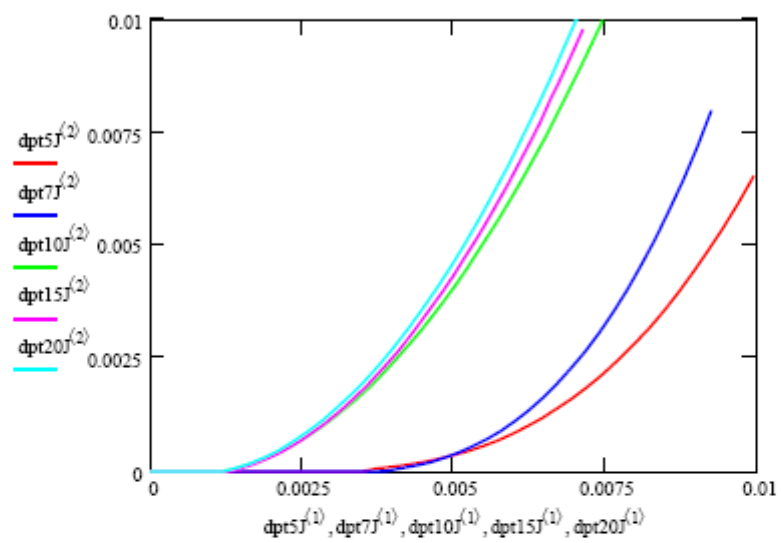


PARTE 5 - DETERMINAÇÃO DAS CURVAS DEFORMAÇÃO PLÁSTICA - TEMPO

`DPT := augment(DTD(1), TDP(1))`

`WRITEPRN("SAIDA_DEF_PLAS_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_plas_tempo_10J_PVC.txt") :-`

```
dpt5J := READPRN("SAIDA_DEF_PLAS_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_plas_tempo_5J_PVC");  
dpt7J := READPRN("SAIDA_DEF_PLAS_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_plas_tempo_7J_PVC");  
dpt10J := READPRN("SAIDA_DEF_PLAS_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_plas_tempo_10J_PV");  
dpt15J := READPRN("SAIDA_DEF_PLAS_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_plas_tempo_15J_PV");  
dpt20J := READPRN("SAIDA_DEF_PLAS_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_plas_tempo_20J_PV");
```



ANEXO C – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS DE MATERIAL EM TAXA CONSTANTE

PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS DE MATERIAL EM TAXA CONSTANTE

ORIGIN :- 1

Variáveis utilizadas

TT = Cria polinômio para interpolação da curva taxa - tempo

FIT_TT = Plota curva ajustada pelo polinômio TT

DTE = Curva deformação total - tempo

TTE = Curva tensão - tempo

TAX = Curva taxa de deformação total - tempo

TAXA = Vetor de taxas de deformação constantes

TETE = Cria polinômio para interpolação da curva tensão - tempo

FIT_TETE = Plota curva ajustada pelo polinômio TETE

DETE = Cria polinômio para interpolação da curva deformação - tempo

FIT_DETE = Plota curva ajustada pelo polinômio DETE

TE = Vetor de tempos correspondentes às taxas TAXA

TEN = Vetor de tensões correspondentes aos tempos selecionados

DEF = Vetor de deformações correspondentes aos tempos selecionados

CP = Conjunto de pontos extraídos das curvas

PCP = Planilha com o conjunto total de pontos extraídos das curvas

TC = Valor da taxa constante desejada

CTC = Matriz com os valores de tensão e deformação para formar a curva em taxa constante

CTT = Cria polinômio para interpolação da curva em taxa constante

FIT_CTC = Plota curva em taxa constante

NPTS = Número de pontos a serem criados para gerar curva em taxa constante

ARRE = Número de casas para arredondamento

INC = Incremento nos valores de deformação

CTCF = Curva em taxa constante final

cp5J = Variável para leitura dos pares de tensão e deformação para energia de 5J

cp7J = Variável para leitura dos pares de tensão e deformação para energia de 7J

cp10J = Variável para leitura dos pares de tensão e deformação para energia de 10J

cp15J = Variável para leitura dos pares de tensão e deformação para energia de 15J

cp20J = Variável para leitura dos pares de tensão e deformação para energia de 20J

CTC3 = Variável para leitura da curva em taxa constante de $3s^{-1}$

CTC4 = Variável para leitura da curva em taxa constante de $4s^{-1}$

CTC5 = Variável para leitura da curva em taxa constante de $5s^{-1}$

e = Gera vetor com módulos de elasticidade

E = Módulo de elasticidade final

est = Variável para leitura da curva de material estática

PARTE 1 - EXTRAÇÃO DO CONJUNTO DE PONTOS PARA COMPOSIÇÃO DAS CURVAS EM TAXA CONSTANTE

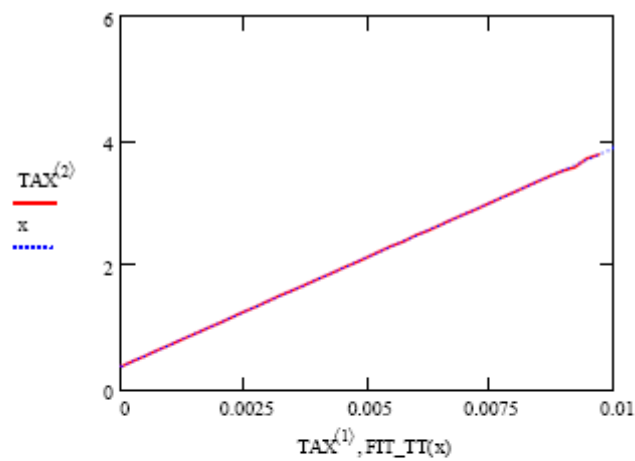
```
TAX := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_ANEXO_B\Curva_taxa_tempo_5J_PVC.txt")
```

| | 1 | 2 |
|-----|----------------------|-------|
| TAX | 0 | 0.398 |
| | $2.49 \cdot 10^{-4}$ | 0.474 |

```
TAXA :=  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ 
```

```
TT := regress(TAX(2), TAX(1), 1)
```

```
FIT_TT(x) := interp(TT, TAX(2), TAX(1), x)
```



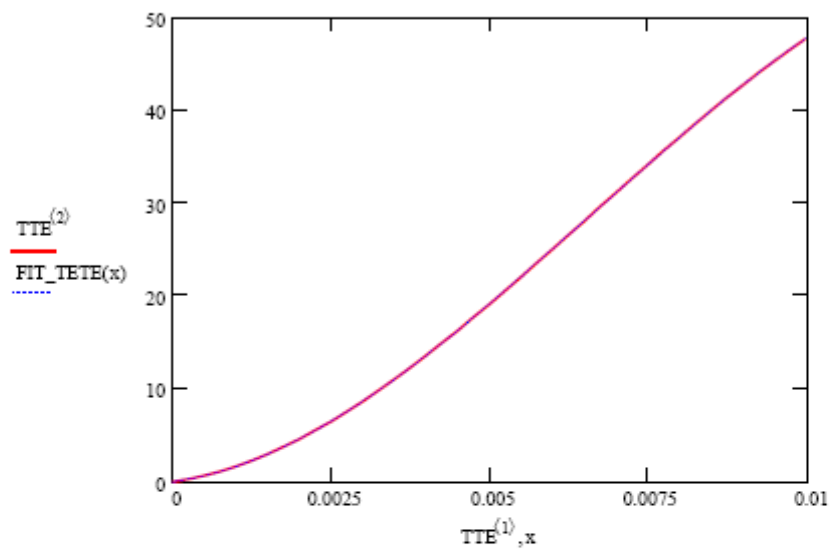
```
TE :=  $\begin{cases} \text{for } i \in 1..last(TAXA) \\ TE_i \leftarrow FIT\_TT(TAXA_i) \\ TE \end{cases}$ 
```

```
TE =  $\begin{pmatrix} 4.609 \times 10^{-3} \\ 7.465 \times 10^{-3} \\ 0.01 \\ 0.013 \end{pmatrix}$ 
```

```
TTE := READPRN("SAIDA_TEN_TEM_ANEXO_B\Curva_tensao_tempo_5J_PVC.txt")
```

```
TETE := regress(TTE(1), TTE(2), 3)
```

```
FIT_TETE(x) := interp(TETE, TTE(2), TTE(1), x)
```



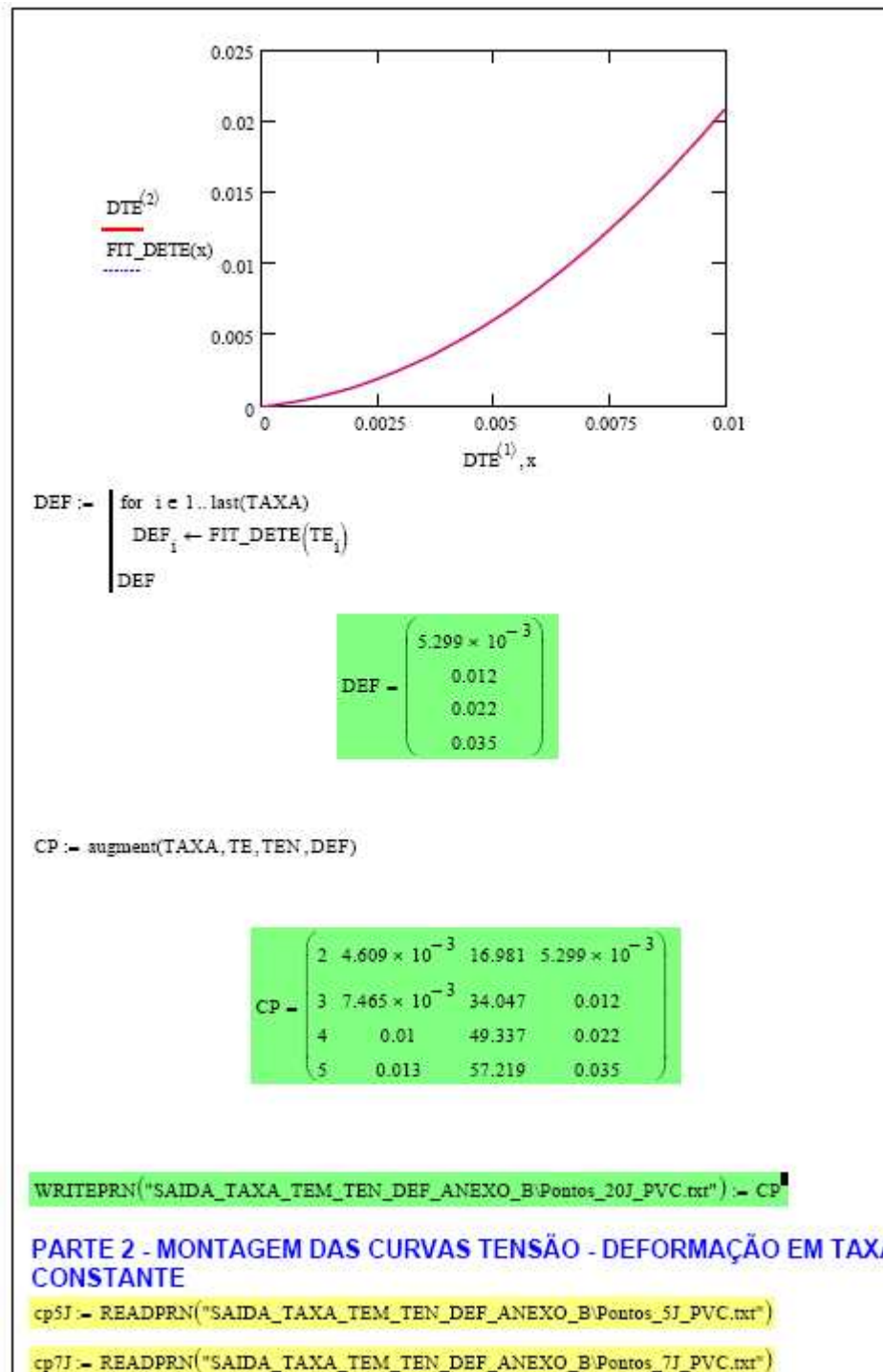
```
TEN := | for i e 1..last(TAXA)
        | TENi ← FIT_TETE(TEi)
        | TEN
```

```
TEN = ( 16.981
        34.047
        49.337
        57.219 )
```

```
DTE := READPRN("SAIDA_DEF_TEM_ANEXO_B\Curva_deformacao_tempo_5J_PVC.txt")
```

```
DETE := regress(DTE(1), DTE(2), 2)
```

```
FIT_DETE(x) := interp(DETE, DTE(2), DTE(1), x)
```



```
cp10J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_TEN_DEF_ANEXO_B\Pontos_10J_PVC.txt")
```

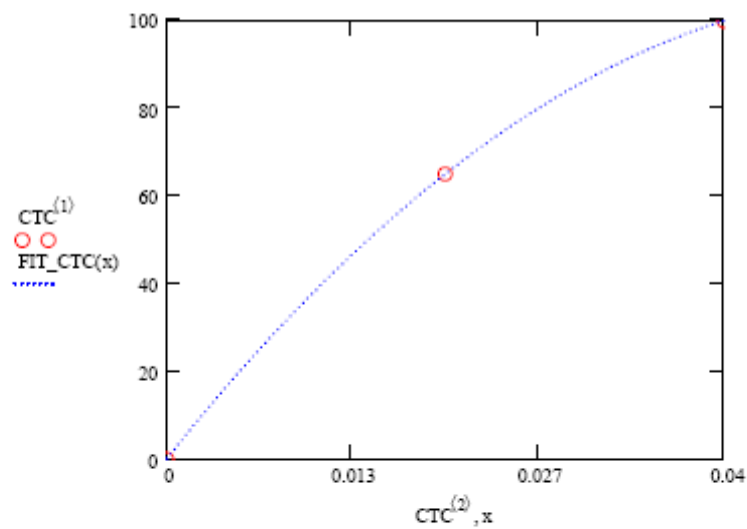
```
cp15J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_TEN_DEF_ANEXO_B\Pontos_15J_PVC.txt")
```

```
cp20J := READPRN("SAIDA_TAXA_TEM_TEN_DEF_ANEXO_B\Pontos_20J_PVC.txt")
```

$$CTC := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 65 & 0.02 \\ 100 & 0.04 \end{pmatrix}$$

```
CTT := regress(CTC(2), CTC(1), 2)
```

```
FIT_CTC(x) := interp(CTT, CTC(1), CTC(2), x)
```



```
NPTS := 40
```

```
ARRE := 8
```

```
max := 0.04
```

```
INC := round( $\frac{\text{max}}{\text{NPTS}}$ , ARRE)
```

```
INC =  $1 \times 10^{-3}$ 
```

```
CTCF := | i ← 0
        | for j ← 0, INC.. INC-NPTS
        |   | i ← i + 1
        |   | CTCFi,1 ← j
        |   | CTCFi,2 ← FIT_CTC(j)
        | CTCF
```

| | 1 | 2 |
|----|--------------------|-------------------------|
| 1 | 0 | 2.335·10 ⁻¹⁴ |
| 2 | 1·10 ⁻³ | 3.963 |
| 3 | 2·10 ⁻³ | 7.85 |
| 4 | 3·10 ⁻³ | 11.663 |
| 5 | 4·10 ⁻³ | 15.4 |
| 6 | 5·10 ⁻³ | 19.063 |
| 7 | 6·10 ⁻³ | 22.65 |
| 8 | 7·10 ⁻³ | 26.163 |
| 9 | 8·10 ⁻³ | 29.6 |
| 10 | 9·10 ⁻³ | 32.963 |
| 11 | 0.01 | 36.25 |
| 12 | 0.011 | 39.463 |
| 13 | 0.012 | 42.6 |
| 14 | 0.013 | 45.663 |
| 15 | 0.014 | 48.65 |
| 16 | 0.015 | 51.563 |

CTCF =

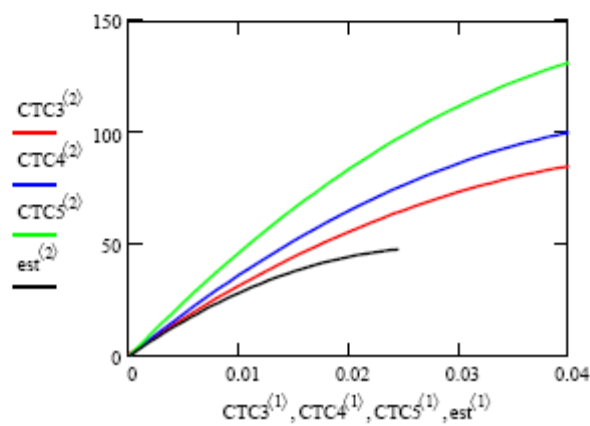
```
WRITEPRN("SAIDA_TAXA_CTE_ANEXO_C\Curva_Taxa_Cte_4s_PVC.txt") := CTCF
```

```
CTC3 := READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_ANEXO_C\Curva_Taxa_Cte_3s_PVC.txt")
```

```
CTC4 := READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_ANEXO_C\Curva_Taxa_Cte_4s_PVC.txt")
```

```
CTC5 := READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_ANEXO_C\Curva_Taxa_Cte_5s_PVC.txt")
```

```
est := READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_ANEXO_C\Curva_Material_Estatica_PVC.txt")
```



```
e := for i in 1..NPTS
      e_i ←  $\frac{(CTCS^{(2)})_{i+1} - (CTCS^{(2)})_i}{(CTCS^{(1)})_{i+1} - (CTCS^{(1)})_i}$ 
    e
```

```
E10 := submatrix(e, 1, 6, 1, 1)
```

```
E := median(E10)
```

```
E = 4.813 × 103
```

```
WRITEPRN("SAIDA_MOD_TAXA_CTE_ANEXO_C\Modulo_Elasticidade_5s.txt") :- E
```

ANEXO D – PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS TENSÃO X DEFORMAÇÃO PLÁSTICA EM TAXA CONSTANTE

PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA OBTENÇÃO DAS CURVAS TENSÃO - DEFORMAÇÃO PLÁSTICA EM TAXA CONSTANTE

ORIGIN :- 1

Variáveis utilizadas

MOD = Variável para leitura dos módulos de elasticidade

E = Módulo de elasticidade

CTC = Curva tensão - deformação em taxa constante

CTCP = Curva tensão - deformação plástica em taxa constante

ctcp3 = Variável para leitura da curva tensão - deformação plástica em taxa constante de 3 s⁻¹

ctcp4 = Variável para leitura da curva tensão - deformação plástica em taxa constante de 4 s⁻¹

ctcp5 = Variável para leitura da curva tensão - deformação plástica em taxa constante de 5 s⁻¹

est = Variável para leitura da curva tensão - deformação plástica estática

LEITURA DOS MÓDULOS DE ELASTICIDADE NAS DIFERENTES TAXAS E CÁLCULO DAS CURVAS DE PLASTIFICAÇÃO

MOD :- READPRN("SAIDA_MOD_TAXA_CTE_ANEXO_C\Modulo_Elasticidade_4s.txt")

E :- MOD₁

E = 3.775 × 10³

CTC :- READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_ANEXO_C\Curva_Taxa_Cte_4s_PVC.txt")

$$CTCP := \begin{cases} \text{for } i \in 1..last(CTC^{(2)}) \\ \left| \begin{array}{l} CTCP_{i,1} \leftarrow (CTC^{(1)})_i - \frac{(CTC^{(2)})_i}{E} \\ CTCP_{i,2} \leftarrow (CTC^{(2)})_i \\ CTCP_{i,1} \leftarrow 0 \text{ if } CTCP_{i,1} < 0 \vee CTCP_{i,1} \leq 1 \cdot 10^{-4} \end{array} \right. \\ CTCP \end{cases}$$

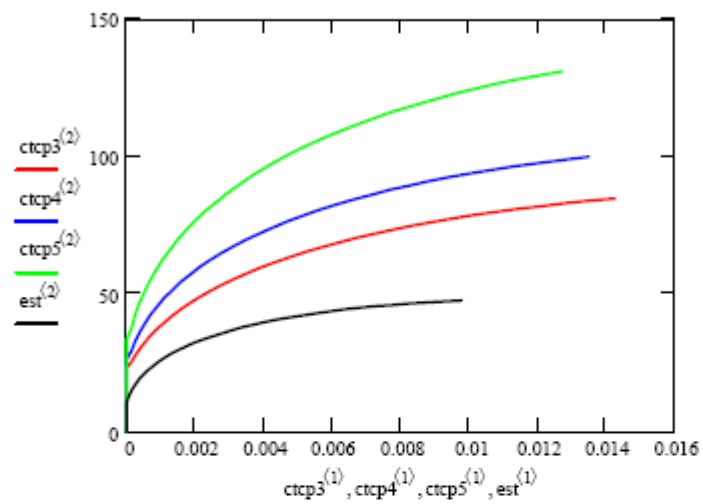
WRITEPRN("SAIDA_TAXA_CTE_PLAS_ANEXO_D\Curva_Mat_Plas_Taxa_Cte_4s.txt") :- CTCP

ctcp3 :- READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_PLAS_ANEXO_D\Curva_Mat_Plas_Taxa_Cte_3s.txt")

ctcp4 :- READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_PLAS_ANEXO_D\Curva_Mat_Plas_Taxa_Cte_4s.txt")

```
ctcp5 := READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_PLAS_ANEXO_D\Curva_Mat_Plas_Taxa_Cte_5s.txt")
```

```
est := READPRN("SAIDA_TAXA_CTE_PLAS_ANEXO_D\Curva_tensao_def_plas_Estatica_PVC.txt")
```



ANEXO E – NORMAS APLICÁVEIS

Atualmente existem normas que visam estabelecer critérios de resistência ao impacto que servem como orientação para o projeto de diversos equipamentos e componentes na indústria. Os critérios normalmente estão baseados na máxima energia de impacto que o invólucro do equipamento deve suportar para garantir a integridade dos seus componentes internos, bem como das pessoas ao seu redor.

Uma norma mundialmente aceita é a IEC 62262, publicada pela International Electrotechnical Commission, que classifica as diversas energias de impacto através de um código IK, chamado **grau de proteção contra impactos mecânicos**, que é seguido de dois algarismos, estes relacionados à energia máxima de impacto a que o equipamento deve suportar, como mostra a Tabela 5.1.

Tabela E.1 - Relação entre o código IK e a energia de impacto. IEC 62262 (2002).

| Código IK | IK 00 | IK 01 | IK 02 | IK 03 | IK 04 | IK 05 | IK 06 | IK 07 | IK 08 | IK 09 | IK 10 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Energia de impacto, J | * | 0,14 | 0,2 | 0,35 | 0,5 | 0,7 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| * Não protegido de acordo com esta norma | | | | | | | | | | | |

Existe ainda a norma IEC 60068 – 2 – 75, complementar à IEC 62262, que trata do procedimento e aparato para realização dos testes de impacto. Nela é apresentada a geometria do elemento de impacto, que é relacionada com sua massa e a energia de impacto para a qual se deseja realizar o teste, como pode ser visto na Figura E.1 e na Tabela E.2.

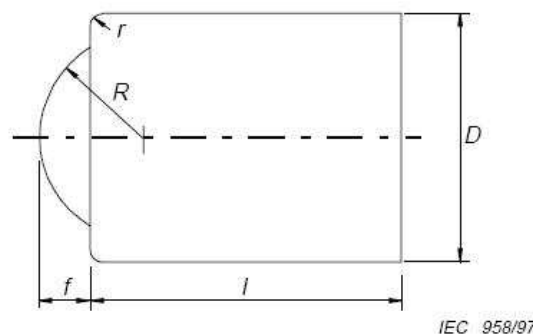


Figura E.1 – Geometria do elemento de impacto. IEC 60068 – 2 – 75 (1997).

Tabela E.2 - Características do elemento de impacto. IEC 60068 – 2 – 75 (1997).

| | | | | | | |
|-------------------------------------|--|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Valor de energia, J | ≤ 1 $\pm 10\%$ | 2 $\pm 5\%$ | 5 $\pm 5\%$ | 10 $\pm 5\%$ | 20 $\pm 5\%$ | 50 $\pm 5\%$ |
| Massa equivalente $\pm 2\%$, kg | 0,25 (0,2) | 0,5 | 1,7 | 5 | 5 | 10 |
| R | 10 | 25 | 25 | 50 | 50 | 50 |
| D | 18,5 (20) | 35 | 60 | 80 | 100 | 125 |
| f | 6,2 (10) | 7 | 10 | 20 | 20 | 25 |
| r | - | - | 6 | - | 10 | 17 |
| l | Para ser ajustado conforme a massa equivalente | | | | | |

A norma IEC 60068 – 2 – 75 especifica também a altura de queda do elemento de impacto conforme a energia de impacto que se pretende obter, como mostra a Tabela 5.3. O elemento de impacto deve ser solto em queda livre da altura de queda escolhida, guiado por um tubo cujo atrito com relação ao elemento de impacto deve ser o menor possível.

Tabela E.3 - Alturas de queda da massa de impacto. IEC 60068 – 2 – 75 (1997).

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Energia, J | 0,14 | 0,2 | (0,3) | 0,35 | (0,4) | 0,5 | 0,7 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | | |
| Massa equivalente, kg | 0,25 | (0,2) | 0,25 | (0,2) | 0,25 | (0,2) | (0,2) | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 1,7 | 5 | 5 | 10 |
| Altura de queda, mm $\pm 1\%$ | 56 | (100) | 80 | (150) | 140 | (200) | (250) | 200 | 280 | 400 | 400 | 300 | 200 | 400 | 500 |

ANEXO F – CONSIDERAÇÕES ESTATÍSTICAS

Nesse estudo foram realizados três ensaios de impacto para cada energia de impacto considerada, 5, 7, 10, 15 e 20 J, sendo que as curvas finais apresentadas são valores médios dos ensaios individuais. Para conhecer a dispersão dos dados, apresenta-se o cálculo dos desvios padrão em torno dos valores médios dos dados obtidos nos três ensaios de impacto com energia de 20 J para o PVC.

O desvio padrão $\hat{\sigma}$ é calculado pela expressão,

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}}, \quad (\text{F.1})$$

onde,

X_i são os valores individuais das grandezas;

\bar{X} é o valor médio;

n é o número de valores medidos.

Para uma melhor visualização, o tratamento foi feito separadamente para os valores de deformação e de tensão. Nas Figuras F.1 e F.2, apresentam-se as curvas deformação x tempo e tensão x tempo para os três corpos de prova de PVC utilizados nesses ensaios. Para os demais ensaios, valendo inclusive para os ensaios do PP, as dispersões comportam-se de modo similar, podendo-se assim, generalizar os resultados aqui apresentados para todos os ensaios.

Em vista da Figura F.1, nota-se que as dispersões nos valores de deformação foram pequenas para toda a faixa de tempo, apresentando leve crescimento à medida que se progride no tempo. Na Figura F.2, as dispersões nos valores de tensão são maiores, devido possivelmente à elevada rigidez da célula de carga, o que resulta em pouca deflexão da mesma durante os ensaios para estes materiais. Supõe-se que se a célula de carga fosse menos rígida, os valores de dispersão diminuiriam, pois sua deformação no momento do impacto seria mais homogênea. Isso também pode ser esperado caso sejam ensaiados materiais mais rígidos, como um polímero enriquecido com fibra de vidro, por exemplo.

Nas tabelas F.1 e F.2 mostram-se respectivamente, os valores de deformação e tensão para cada corpo de prova ensaiado, juntamente com seus valores médios e desvios padrão calculados para tempos específicos durante os ensaios com energia de impacto de 20 J para o PVC.

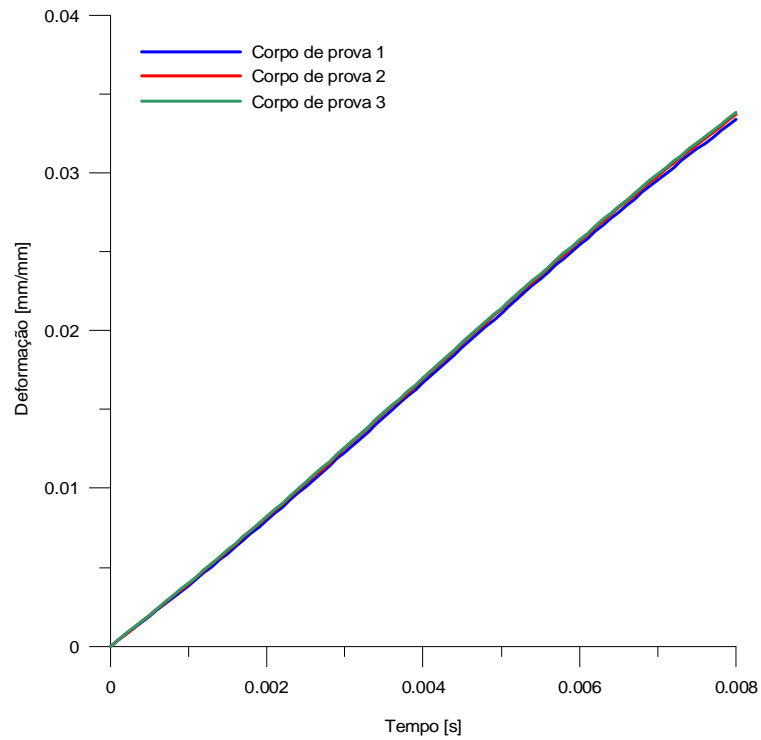


Figura F.1 – Curvas deformação x tempo para os três corpos de prova de PVC para energia de impacto de 20 J.

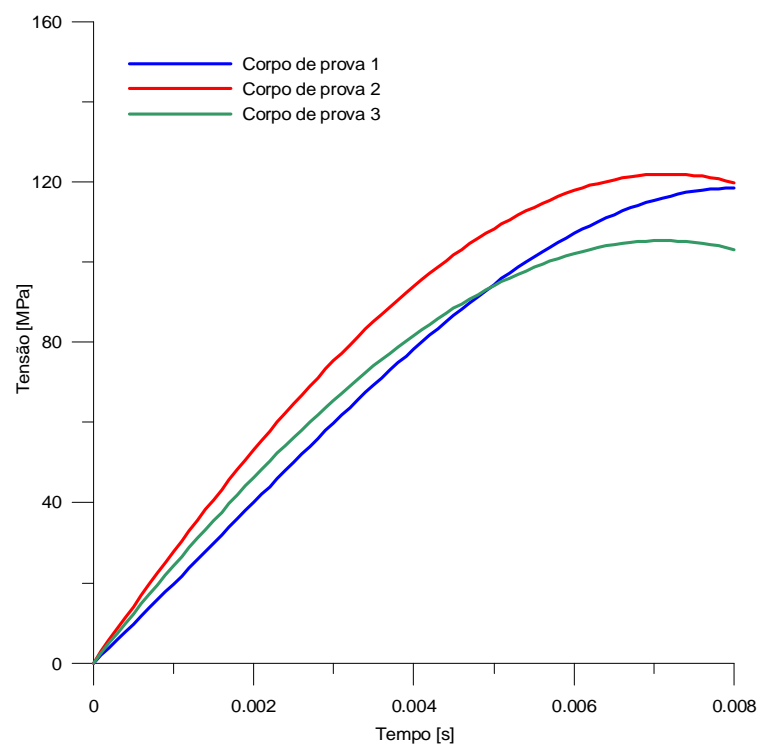


Figura F.2 – Curvas tensão x tempo para os três corpos de prova de PVC para energia de impacto de 20 J.

Tabela F.1 – Valores de deformação em cada corpo de prova, média e desvio padrão para tempos específicos do ensaio com energia de impacto de 20 J para o PVC.

| Tempo [s] | Corpo de prova 1 [mm/mm] | Corpo de prova 2 [mm/mm] | Corpo de prova 3 [mm/mm] | Média [mm/mm] | Desvio padrão [mm/mm] |
|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------|-----------------------|
| 0,001 | 0,003847 | 0,003967 | 0,004004 | 0,003939 | 0,0672 |
| 0,002 | 0,007977 | 0,008172 | 0,00823 | 0,008126 | 0,0001085 |
| 0,003 | 0,01229 | 0,01253 | 0,0126 | 0,01247 | 0,0001295 |
| 0,004 | 0,0167 | 0,01695 | 0,01703 | 0,0169 | 0,0001378 |
| 0,005 | 0,02111 | 0,02137 | 0,02144 | 0,02131 | 0,0001429 |
| 0,006 | 0,02543 | 0,02569 | 0,02576 | 0,02563 | 0,0001429 |
| 0,007 | 0,02955 | 0,02983 | 0,02992 | 0,02977 | 0,0001565 |
| 0,008 | 0,03338 | 0,03371 | 0,03382 | 0,03364 | 0,0001862 |

Tabela F.2 – Valores de tensão em cada corpo de prova, média e desvio padrão para tempos específicos do ensaio com energia de impacto de 20 J para o PVC.

| Tempo [s] | Corpo de prova 1 [mm/mm] | Corpo de prova 2 [mm/mm] | Corpo de prova 3 [mm/mm] | Média [mm/mm] | Desvio padrão [mm/mm] |
|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------|-----------------------|
| 0,001 | 19,75 | 27,75 | 24,17 | 23,89 | 3,269 |
| 0,002 | 40,04 | 53,08 | 46,21 | 46,44 | 5,323 |
| 0,003 | 59,91 | 75,34 | 65,57 | 66,94 | 6,374 |
| 0,004 | 78,35 | 93,97 | 81,71 | 84,67 | 6,712 |
| 0,005 | 94,41 | 108,3 | 94,08 | 98,93 | 6,633 |
| 0,006 | 107,1 | 117,8 | 102,1 | 109 | 6,54 |
| 0,007 | 115,4 | 121,8 | 105,3 | 114,2 | 6,795 |
| 0,008 | 118,5 | 119,8 | 103,1 | 113,8 | 7,576 |